ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

დავით გურამის ძე კაკულია

ღია მეტალური ზედაპირების სიხშირული მახასიათებლების შესწავლა დამხმარე გამოსხივებლების მეთოდით

სპეციალობა 01.04.03 რადიოფიზიკა

დ ი ს ე რ ტ ა ც ი ა

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატის სამეცნიერო ხარისხის მოსაპოვებლად

სამეცნიერო ხელმძღვანელები:

ფიზ-მათ. მეცნ. დოქტ. პროფესორი რევაზ ზარიძე

ფიზ-მათ. მეცნ. კანდიდატი კახაბერ თავზარაშვილი

თბილისი-2002

ს ა რ ჩ ე ვ ი

შესავალი.....4

თავი I. ელექტრომაგნიტური ტალღების დიფრაქციის ამოცანა სიხშირულ არეში.

§1.1 სიხშირულ არეში დიფრაქციის ამოცანის დასმა. 21

§1.2 დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდი.....23

§1.3 დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდის გავრცელება ღია მეტალური ზედაპირების შემთხვევაში. 33

§1.4 დ.გ.მეთოდის ოპტიმიზაციისთვის დისკერული ფორმით მოცემული ზედაპირების გაგლუვება. 44

§1.5 ჰერცის დიპოლებისგან შემდგარი სისტემის მიერ უსასრულობაში გადასხივებული ენერგის განსაზღვრა. 47

I თავის ძირითადი შედეგები.....52

თავი II. ღრუ მეტალური სხეულის რეზონანსული სიხშირეების განსაზღვრა დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდით

§2.1 ამოცანა საკუთარ მნიშვნელობებზე. 55

§2.2 საკუთარი მნიშვნელობების პოვნა დ.გ. მეთოდის გამოყენებით. 59

§2.3 რთული ზედაპირის მქონე ობიექტის საკუთარი მნიშვნელობების პოვნა 70

II თავის ძირითადი შედეგები. 76

თავი III. ღია მეტალური ზედაპირების რეზონანსული სიხშირების განსაზღვრა დ.გ.მ.-ით

§3.1 დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდით ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქცია ღია მეტალურ ზედაპირებზე.....79

§3.2 ტიხრების მქონე ღრუ ღია იდეალურად გამტარი სხეულების ელექტრომაგნიტური თვისებები.....90

§3.3 ღია იდეალურად გამტარი მეტალური ზედაპირისგან და მშთანთქმელი დიელექტრიკული სხეულისგან შემდგარი სისტემის ელექტრომაგნიტური თვისებები.....96

III თავის ძირითადი შედეგები.....103

დასკვნა.....105

ლიტერატურა.....109

შ ე ს ა ვ ა ლ ი

თანამედროვე ცხოვრებაში მზარდი ტემპით ინერგება ელექტრონული მოწყობილობები, რომელთა მუშაობასაც თან ახლავს ელექტრომაგნიტური გამოსხივება. ჩვენს ირგვლივ ამ ელექტრომაგნიტური ტალღების ფონი დღითიდღე მატულობს, რაც მნიშვნელოვან შეფერხებებს უქმნის თვით ამ მოწყობილობების კორექტულ ფუნქციონირებას. მაგალითისთვის შეიძლება აღინიშნოს მობილური ტელეფონების ხმარებაში შემოსვლა. მათი რაოდენობის ზრდასთან ერთად იზრდება საბაზისო სადგურების რიცხვი, რაც თავისთავად ზრდის ელექტრომაგნიტური ველის ფონს. მეორეს მხრივ მობილური ტელეფონების მუშაობისთვის უზრუნველყოფილი უნდა იყოს კავშირის მაღალი ხარისხი. სუსტი კავშირის შემთხვევაში მოწყბილობები ავტომატურად ზრდიან გადაცემის სიმძლავრეს, რაც არასასურველ გავლენას ახდენს ახლომდებარე, როგორც ბიოლოგიურ ობიექტებზე, ასევე ელექტრონულ მოწყობილობებზე. ამას ემატება მრავალი სხვა ელექტრომაგნიტური გამოსხივება და ცხადია ყოველივე ეს მოითხოვს კონტროლირებას, ვინაიდან ახლო მომავალში ასეთი ტემპით ელექტრომაგნიტური ფონის ზრდამ შეიძლება უმართავი პროცესები გამოიწვიოს.

თემის აქტუალობა. ძლიერი ელექტრომაგნიტური ფონი არასასურველია ელექტრონული სისტემების სრულფასოვანი მუშაობისთვის და მისი ზეგავლენა გარკვეულ წილად საფრთხეს უქმნის ადამიანის ჯანმრთელობასაც. ყველაზე მეტად ეს პრობლემა თავს იჩენს ნაწილობრივ მეტალური ზედპირებით შემოსაზღვრულ სივრცეებში, ისეთებში როგორიც არის, თანამედროვე სატრანსპორტო საშუალებები: თვითმფრინავები, ავტომობილები და ა.შ. მათი ელექტრონული სისტემები მგრძნობიარენი არიან ელექტრომაგნიტური ველის მიმართ. ამ მიზეზით თვითმფრინავით მგზავრობისას აკრძალულია ყოველგვარი პირადი მოხმარების ელექტრონული მოწყობილობებით სარგებლობა, იქნება ეს

მობილური ტელეფონი, კომპიუტერი თუ სხვა სახის ელექტროსისტემა. ავტომობილების პროექტირებისას ძირითადი ყურადღება ეთმობა მათ მექანიკურ და აეროდინამიკურ თვისებებს. ბოლო წლებში ავტომობილებში მომრავლებული ელექტრონული მოწყობილობების გამო იმატა შემთხვევებმა, როცა ელექტრონულ მოწყობილობებზე არასასურველად მოქმედებდა გარე ელექტრომაგნიტური ველი. ამასთან დაკავშირებით იმატა უბედურ შემთხვევათა რიცხვმაც. ყოველივე ამის გამო საჭირო გახდა ავტომობილების პროექტირებისას მისი ელექტროდინამიკური თვისებების გათვალისწინებაც.

მოწყობლობებს შორის ელექტრომაგნიტური ზემოქმედების შესწავლის მიზნით, ელექტროდინამიკაში ჩამოყალიბდა ახალი მიმართულება- ელექტრომაგნიტური შემთავსებლობა (ე.მ.შ.) (EMC - Electromagnetic Compatibilities), რომელიც შეისწავლის ელექტრონული მოწყობილობების ერთმანეთთან ურთიერთქმედებას და იმას, თუ რამდენად კორექტულია მათი ერთდროული ექსპლუატაცია.

ავტომობილებში და მათ გარშემო სულ უფრო და უფრო მოჭარბებული ელექტრონული მოწყობილობების გამო, ელექტრომაგნიტური შემთავსებლობის თვალსაზრისით მანქანის და მისი ელექტრონული სისტემების კორექტული პროექტირება ურთულეს ამოცანად იქცა. როგორც წესი ელექტრომაგნიტური ველის წყაროების დიდი რაოდენობა ფართო სიხშირულ არეში, ავტომობილის შიგნით საშუალოდ 20-30 ვ/მ სიდიდის ელექტრულ ველს ქმნის. რეზონანსის შემთხვევაში მანქანის ძარა ხელს უწყობს ამ ველის ზრდას, რომელიც დაახლოებით 300%-ით აღემატება გარე ველის მნიშვნელობას [30]. ასეთ შემთხვევაში, ელექტრონული სისტემების კომპონენტები: მავთულოვანი გაყვანილობები და მოწყობილობები დაცული უნდა იქნენ მაღალი ველებისგან [10-58], ვინაიდან შესაძლებელია ავტომანქანით მგზავრობისას სერიოზული პრობლემების წარმოქმნა. მაგალითად: იყო შემთხვევები, როცა ავტომობილში ჩაშენებული ბორტკომპიუტერის მიკროპროცესორი გარე ელექტრომაგნიტური

ველის მიერ გამოწვეული სიგნალის მიღებისას არაადეკვატურად რეაგირებდა მასზე და ხშირი იყო შემთხვევები, როცა ასეთ დროს იხსნებოდა უსაფრთხოების აირბალიშები, რასაც სრულიად უწყინარ პირობებში მოსდევდა ავტომობილის მართვის დაკარგვა და ავარიული სიტუაციების შექმნა.

არსებობს ელექტრომაგნიტური ველებისგან თავდაცვის ისეთი ეფექტური საშუალება, როგორიცაა ეკრანირება, მაგრამ ხშირად მისი გამოყენება არაეფექტურია, ვინაიდან შეუძლებელია მრავალი მოწყობილობის მთლიანად ეკრანირება მუშაობის პროცესში ვენტილაციის აუცილებლობის გამო. ასეთ შემთხვევაში კი გარკვეულ სიხშირეებზე ეს სტრუქტურები წარმოადგენენ რეზონანსულ სტრუქტურებს, რაც ხელს უწყობს მის შიგნით, ელექტრომაგნიტური ველის გაძლიერებას. ავტომობილში ელექტრომაგნიტური ველის არასასურველი ზემოქმედების თავიდან აცილების ერთერთი საშუალებაა მისი განაწილების შესწავლა ავტომობილის შიგნით, რათა გამოვლინდეს ის ზონები, სადაც ველის სიდიდე დასაშვების ფარგლებშია, ანუ მავნე ზეგავლენის საშიშროება მინიმალურია.

ავტომობილში სხვადასხვა სიხშირის ელექტრომაგნიტური ველების განაწილების შესასწავლად თანამედროვე მეცნიერულ სამყაროში მიმდინარეობს აქტიური კვლევა, როგორც რეალური ექსპერიმენტის ჩატარების გზით, ასევე რიცხვითი ექსპერიმენტების საშუალებით. რეალური ექსპერიმენტის ჩატარება დაკავშირებულია მრავალ ფინანსურ და ტექნოლოგიურ საკითხებთან. თვით წამყვანი სამეცნიერო დაწესებულებები და საავტომობილო ფირმები აწყდებიან რიგ პრობლემებს, დაკავშირებულს ასეთ ექსპერიმენტებთან [30].

მეორე ალტერნატიული გზა, როგორც ზემოთ ავღნიშნეთ წარმოადგენს პრობლემის შესწავლას რიცხვითი გამოთვლების მეშვეობით. აქაც თავს იჩენს გარკვეული სირთულეები, რომლებიც კომპიუტერულ რესურსებთან არის დაკავშირებული. კერძოდ რეალური ავტომობილის კომპიუტერულ მოდელში საჭირო ხდება მრავალი დეტალის გათვალისწინება, რაც კატასტროფულად

ზრდის გამომთვლელი მანქანის ოპერატიულ მეხსიერებაზე მოთხოვნას და შესაბამისად ამ ინფორმაციის დასამუშავებლად არსებული რიცხვითი ალგორითმების დახმარებით საჭირო ხდება თანამედროვე სუპერკომპიუტერების გამოყენება მაღალი სიხშირის მრავალი პროცესორით [10,13,20,58,61]. ასეთი დონის კომპიუტერის შექმნა და გამოყენება რიგ შემთხვევაში გაცილებით ძვირი ჯდება ვიდრე თავად რეალური ექსპერიმენტის ჩატარება. ამიტომ ამ მიმართულებით პრობლემის აქტუალობა შეიძლება შემდეგნაირად ჩამოყალიბდეს: ოპტიმიზირებულ იქნას უკვე არსებული რიცხვითი მეთოდები ასეთი ტიპის ამოცანების ამოსახსნელად პერსონალური კომპიუტერების ბაზაზე. ამ მიზნით დისერტაციაში წარმოდგენილია დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდი (დ.გ.მ.) ღია ზედაპირებით შემოსაზღვრულ სხეულებზე დიფრაქციის ამოცანებში.

ნაშრომის ძირითადი მიზანი. კომპიუტერული ტექნიკის განვითარებამ ხელი შეუწყო მათემატიკური ფიზიკის სასაზღვრო ამოცანების ამოსახსნელად რიცხვითი მეთოდების გამოყენებას. ეს გულისხმობს ფიზიკური ამოცანის გაიგივებას მათემატიკურ მოდელთან. რიცხვით ექსპერიმენტს თანამედროვე ელექტროდინამიკაში მნიშვნელოვანი ადგილი უჭირავს. გამოკვლევის სპეციფიკა იმაში მდგომარეობს, რომ ეს არ არის ცნობილი ფორმულებით რაიმე მოდელის მახასიათებლების დადგენა ერთჯერადი გამოთვლებით, არამედ რთული გამოთვლების მთელი კასკადია, რომლის პროცესშიც ხდება როგორც მოდელის დაზუსტება, ასევე გათამაშებული მოვლენის შესწავლა. ამგვარად შესაძლებელი ხდება ძვირად ღირებული ნატურალური ექსპერიმენტების ჩანაცვლება კომპიუტერული გამოთვლებით. ამ მიზნით მნიშვნელოვანია გამოყენებითი ელექტროდინამიკის ამოცანების ამოსახსნელად ეფექტური რიცხვითი მეთოდების შემუშავება და არსებულის სრულყოფა. რიცხვითი მეთოდები ამოცანების ამოხსნისას დიდ სირთულეებს აწყდება. უნივერსალური მიდგომის შექმნა ცალკე პრობლემას წარმოადგენს. გამოკვლევებისთვის შემუშავებული რიცხვითი

მეთოდები და ალგორითმები უნდა ხასიათდებოდნენ საკმარისი ეფექტურობით, ხოლო მათი ქმედითუნარიანობა უნდა ჩანდეს, როგორც კონკრეტული, ასევე არატრივიალური ამოცანების ამოხსნისას.

ნაშრომის ძირითადი მიზანია: სამგანზომილებიან სივრცეში ღია მეტალურ ზედაპირებზე ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნა, სხეულის ელექტროდინამიკური თვისებების გამოკვლევა დაცემული ელექტრომაგნიტური ტალღის კონკრეტული პოლარიზაციის დროს, რეზონანსული ველების ყოფაქცევის შესწავლა ობიექტის გეომეტრიაში შეტანილი ცვლილებების შემთხვევაში, მეტალური და დიელექტრიკული სხულების, როგორც ერთიანი სისტემის სიხშირული მახასიათებლების შესწავლა.

ამოცანის ამოხსნის მეთოდიკა. გასული საუკუნის ორმოციან წლებში ელიფსური ტიპის განტოლებებისთვის სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნა შესწავლილ იქნა იტალიელი მეცნიერების პიკონეს და ამერიოს მიერ. მათი შრომების ძირითადი ღირებულება მდგომარეობდა ასეთი კლასის ამოცანების ამოხსნის ალგორითმების შექმნის შესაძლებლობებში, რომლებშიც ამონახსნი წარმოდგენილია სრული, წრფივად დამოუკიდებელი, არაორთოგონალური ფუნქციათა სისტემით. გაშლის კოეფიციენტები განისაზღვრება სასაზღვრო პირობებიდან.

იმ შემთხვევაში, როდესაც გაშლის ფუნქციები წარმოდგენილია ჰელმჰოლცის განტოლების ფუნდამენტური ამონახსნებით, არაორთოგონალური მწკრივების მეთოდს ეწოდება დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდი.

დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდი შემუშავებული იყო ელექტროდინამიკის ამოცანების ფართო კლასის ამოსახსნელად. როგორც გამოცდილება უჩვენებს მეთოდი აკმაყოფილებს იმ მოთხოვნების უმრავლესობას რომლებიც ზემოთ იყო ჩამოთვლილი. ეს მეთოდი ეფექტურად იყო

გამოყენებული მთელი რიგი ელექტროდინამიკური ამოცანების ამოსახსნელად. გამოყენების პროცესში მეთოდმა შემდგომი განვითარებაც ჰპოვა.

მეთოდის მათემატიკური საფუძვლები ჩაყრილია ქართველი მათემატიკოსების ვ.კუპრაძის და ი.ვეკუას მიერ [17-19, 52-54]. თუმცა არსებობს რიგი შრომებისა, რომლებშიც ავტორების მიერ დამოუკიდებლად არის შემოთავაზებული გაბნეული ველების მსგავსი წარმოდგენები [21-25, 55, 58-59]. გარკვეულ პერიოდში მეთოდი განიხილებოდა, როგორც ფიზიკური ამოცანების ამოხსნის მათემატიკური საშუალება და არ ექცეოდა ყურადღება ფიზიკურ თავისებურობებს. დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდს იყენებდნენ მათემატიკური ფიზიკის სასაზღვრო ამოცანებში დამხმარე პარამეტრების ოპტიმიზაციის გარეშე. ვ.კუპრაძის და ი.ვეკუას შრომებში დამტკიცებულია, რომ ნებისმიერი გამბნევი არის შიგნით ჩაკეტილ ზედაპირზე დამხმარე გამომსხივებლების რაოდენობის ზრდით ამონახსნი მიისწრაფვის ჭეშმარიტი ამონახსნისკენ. მოგვიანებით კონკრეტული გამოყენებითი ამოცანების ამოხსნისას გაირკვა, რომ გაბნეული ველის თვისებების გაუთვალისწინებლად წარმოიქნება სერიოზული პრობლემები. მეთოდის კრებადობა და სტაბილურობა დამოკიდებულია დამხმარე პარამეტრების სწორ არჩევაზე. აქ იგულისხმება, რომ დამხმარე ზედაპირი უნდა მოიცავდეს გაბნეული ველის ყველა განსაკუთრებულობას.

მიღებული შედეგების მართებულობა. მიღებული შედეგების მართებულობა მოწმდება სხეულის ზედაპირზე სასაზღვრო პირობების შესრულების შემოწმებით, შედეგების ფიზიკური არსის გაანალიზებით. აგრეთვე მცირე ელექტრული ზომების მქონე მარტივ გეომეტრიულ ფიგურებზე განსხვავებული მეთოდით, კერძო შემთხვევებში ანალიზურად მიღებულ შედეგებთან შედარებით.

მეცნიერული სიახლე. როგორც აღინიშნა დ.გ.მ.-ის გამოყენება შესაძლებელია მხოლოდ ჩაკეტილი ზედაპირებისთვის. ღია ზედაპირების შემთხვევაში დ.გ. მეთოდის გამოსაყენებლად, ნაშრომში შემოთავაზებულია მათი შევსება წარმოსახვითი ზედაპირების საშულებით, ჩაკეტილ ზედაპირებამდე [39]. რთული გეომეტრიული ფორმის მქონე სხეულების შემომსაზღვრელი ზედაპირების აღწერა ხშირად ანალიზურად ვერ ხერხდება, ასეთ შემთხვევებში მიმართავენ ზედაპირის დისკრეტიზაციას ანუ მის წარმოდგენას სასრული რაოდენობის წერტილებით, რომლებიც სამკუთხედების ან ოთკუთხედების საშუალებით არიან დაკავშირებული ერთმანეთთან. დ.გ.მ. უპირატესობას ანიჭებს ანალიზურ ზედაპირებს, მაგრამ პრაქტიკული ამოცანების უმრავლესობაში გეომეტრიული მოდელი სწორედ ასეთი დისკრეტული სახით არის მოცემული. ამიტომაც მნიშვნელოვანი იყო დ.გ.მ.-სთვის შემუშავებულიყო ძირითადი და დამხმარე ზედაპირების აგების მეთოდები.

დ.გ.მ. რეალიზებულია ალგორითმებისა და კომპიუტერული პროგრამის სახით, შემოწმებულია სატესტო ამოცანებით და გამოყენებულია კონკრეტული ფიზიკური სისტემების შესასწავლად.

ძირითადი შედეგები. რიცხვითი ექსპერიმენტების საშუალებით, რთული გეომეტრიული ფორმის მქონე სხეულის რეზონანსული სიხშირეების საპოვნელად და მისი ელექტროდინამიკური თვისებების გამოკვლევის მიზნით შექმნილია პროგრამული პაკეტი, რომელიც ელექტროდინამიკური პროცესების მოდელირებისთვის დ.გ.მ.-ს იყენებს.

პროგრამული პაკეტის საშულებით ამოხსნილია შემდეგი ამოცანები:

1. ჩაკეტილი მეტალური ზედაპირის რეზონანსული სიხშირეების პოვნის ამოცანა. ამისათვის გამოყნებულია დ.გ.მ.-ზე დამყარებული შედარებით მარტივი მეთოდი, რომელმაც კრიტიკული სიხშირეების და საკუთარი ველების პოვნის ამოცანა დაიყვანა არაერთგვაროვანი წრფივი ალგებრული სისტემის ამოხსნამდე.

სიხშირეთა მოცემულ დიაპაზონში სისტემის დასხივებისას, რეზონანსული სიხშირეები და საკუთარი ველები სხეულის შიდა არეში ველის მკვეთრი ზრდის პირობიდან განისაზღვრებიან. ნაპოვნია მეტალური სფეროს რეზონანსული სიხშირეები. შედეგები კარგ თანხვედრაშია თეორიულ მონაცემებთან. ასევე შესწავლილია ავტომობილის ფორმის ჩაკეტილი მეტალური ზედაპირის რეზონანსული სიხშირეები და საკუთარი ველები.

2. ღია იდეალურად გამტარ ზედაპირზე ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნით მისი ელექტროდინამიკური თვისებების გამოკვლევა. დიფრაქციის ამოცანის ამოსახსნელად გამოყენებულია ახალი არატრადიციული მიდგომა, რომელიც აფართოებს ამოცანათა იმ კლასს, რომლისთვისაც შესაძლებელია დ.გ.მ-ს გამოყენება. ამოხსნილია ტესტური ამოცანა IEEE EMC-Benchmark კატალოგიდან No.5. მიღებული შედეგები შედარებულია განხვავებული მეთოდით (მომენტების მეთოდით) მიღებულ შედეგებთან. შესწავლილია ავტომობილის ძარის ფორმასთან მიახლოებული მეტალური ზედაპირის მქონე ორი მოდელის სიხშირული მახასიათებლები, ელექტრომაგნიტური ველის კონკრეტული პოლარიზაციის შემთხვევაში.

3. ღია მეტალური ზედაპირებით შემდგარ სისტემაზე ელექრტომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანა. განხილულია ავტომობილის ძარის ანალოგიური მოდელი, რომლის შიგნით მოთავსებულია ტიხრები. გამოკვლეულია მოდელის ელექტროდინამიკური თვისებები. ნაპოვნია რეზონანსული სიხშირეები. გაანალიზებულია და შედარებულია წინა თავში მიღებულ შედეგებთან.

4. მაღალი დიელექტრიული შეღწევადობის მქონე მშთანქმელ სხეულსა და ღია მეტალური ზედაპირისგან შემდგარ სისტემაზე ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანა. აღნიშნული ამოცანა წარმოადგენს იმ შემთხვევის გამარტივებულ მოდელს, როდესაც ადამიანი იმყოფება ავტომობილში. ამ მიზნით მოდელირებულია ელიფსოიდური ფორმის

დიელქტრიკული სხეული, რომლის დიელქტრიკული შეღწევადობა ახლოსაა ადამიანის საშუალო დიელქტრიკულ შეღწევადობასთან. გამოკვლეულია თუ რა გავლენას ახდენს სხეული ავტომობილის ელექტროდინამიკურ თვისებებზე.

5. ამ სისტემებზე ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნით შესწავლილია მათი ელექტროდინამიკური თვისებები. კვლევის მეთოდი შემოწმებულია ტესტური ამოცანების საშუალებით. შეთანხმებულია, როგორც თეორიულ მონაცემებთან, ასევე სხვა მეთოდებით მიღებულ შედეგებთან. ჩატარებულმა გამოკვლევებმა აჩვენეს, რომ დ.გ.მ.-ით შესაძლებელია რთული მეტალური ზედაპირებისგან შემდგარი სისტემების ელექტროდინამიკური თვისებების შესწავლა ფართო სიხშირულ არეში პერსონალური კომპიუტერის რესურსების გამოყენებით და ეს საკმაოდ მცირე დროში ხორციელდება.

სადისერტაციო ნაშრომის მოკლე მიმოხილვა. მოცემული სადისერტაციო ნაშრომი წარმოადგენს ბუნებრივ გაგრძელებას იმ კვლევებისა, რომლებიც ივ.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ფიზიკის ფაკულტეტის ზოგადი ფიზიკის კათედრასთან არსებულ გამოყენებითი ელექტროდინამიკის ლაბორატორიაში, მისი დაარსების დღიდან აქტიურად მიმდინარეობს. ელექტროდინამიკის ამოცანების საკვლევად ძირითადად გამოიყენება შემდეგი: ინტეგრალურ განტოლებათა, დამხმარე გამომსხივებლების, მომენტების, დროით არეში სასრული სხვაობების, განზოგადებულ მულტიპოლების და სხვა მეთოდები. წლების განმავლობაში ლაბორატორიამ დამხმარე გამომხივებლების მეთოდით სასაზღვრო ამოცანების ამოხნის უზარმაზარი გამოცდილება შეიძინა. უნდა აღინიშნოს, რომ ამ მეთოდით ამოხსნილ ამოცანათა კლასი დროის მსვლელობასთან ერთად იზრდებოდა. ამ ნაშრომამდე დ.გ.მ-ის საშუალებით სწავლობდნენ ორგანზომილებიანი სისტემების ელექტროდინამიკურ თვისებებს. ასევე ამოხსნილი იყო დიფრაქციის ამოცანები სამგანზომილებიანი მარტივი გეომეტრიული ფორმის სხეულებზე.

რთული გეომეტრიული ფორმის მქონე სხეულის რეზონანსული სიხშირეების განსაზღვრა და მისი ელექტროდინამიკური თვისებების შესწავლა სხვადასხვა გეომეტრიული ცვლილებების გათვალისწინებისას, მოცემული სადისერტაციო ნაშრომის ძირითადი თემაა. ჩამოთვლილი ამოცანების გადასაჭრელად გამოყენებულია დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდი. შემუშავებულია მეთოდიკა, რომელიც დ.გ.მ.-ით ღია მეტალურ სტრუქტურებზე ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრქციის ამოცანის ამოხსნის საშუალებას იძლევა.

პირველ თავში: სტაციონარული ელექტრომაგნიტური ტალღების გაბნევის ამოცანის შესასწავლად გამოიყენება დ.გ.მ.. დაწვრილებით აღწერილია სიხშირულ არეში სამგანზომილებიან სხეულებზე ელექტრომაგნიტური ტალღის გაბნევის ამოცანების ამოხსნა დ.გ. მეთოდით. მოცემულია ელექტრული და მაგნიტური ველების დაძაბულობების ჩაწერა დიპოლურ წარმოდგენებში. კოლოკაციის მეთოდის გამოყენებით ამოცანის ამოხსნა დაყვანილია დამხმარე გამომსხივებლების ამპლიტუდების მიმართ წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნაზე. განხილულია ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნა დ.გ. მეთოდით ღია ზედაპირებისთვის და მასთან დაკავშირებული სირთულეები. შემოთავაზებულია ამოცანის გადაჭრის განსხვავებული მიდგომა. ამ მიდგომის გამოყენებით ამოხსნილია ტესტური ამოცანა. მიღებული შედეგები შედარებულია განხვავებული მეთოდით (მომენტების მეთოდით) ჩატარებულ გამოთვლების შედეგებთან.

მეორე თავში: განიხილება იდეალურად გამტარი ჩაკეტილი ზედაპირით მოცულ არისთვის დირიხლეს ამოცანის საკუთარი მნიშვნელობების და საკუთარი ველების განსაზღვრის მეთოდი, რომელიც ამოცანის გადასაჭრელად დ.გ. მეთოდს ემყარება. მიდგომის შემოწმების მიზნით ნაპოვნია საკუთარი მნიშვნელობები მეტალური სფეროსთვის, რომლებიც შედარებულია ანალიზურ

შედეგებთან. ამოხსნილია იგივე ამოცანა გეომეტრიულად უფრო რთული სხეულის შემთხვევაში.

მესამე თავში: განხილულია ავტომობილის ძარის ფორმასთან მიახლოებული მეტალური ზედაპირის მქონე ორი მოდელის სიხშირული მახასიათებლები, ელექტრომაგნიტური ველის კონკრეტული პოლარიზაციის შემთხვევაში. განხილულ ზედაპირებს შორის მცირე გეომეტრიული განსხვავებების საფუძველზე, შედარებულია მათი სიხშირული მახასიათებლების ყოფაქცევა. მოცემულია რეზონანსული ველების განაწილების სურათები.

გამოკვლეულია განხილული ავტომობილის ძარის ანალოგიური მოდელი, რომლის შიგნით მოთავსებულია ტიხრები. ამ რთული მეტალური ზედაპირისთვის განხილულია ალგორითმი, რომლის მეშვეობით შესაძლებელია დ.გ.მ.-ს გამოყენება ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოსახსნელად. ამ ალგორითმის გამოყენებით, აღნიშნული მოდელისთვის მიღებულია სიხშირული მახასიათებლები, რომლებიც გაანალიზებული და შედარებულია წინა შემთხვევებში მიღებულ სიხშირულ მახასიათებლებთან. მოცემულია ველების განაწილების სურათები რეზონანსის შემთხვევაში.

განხილულია ავტომობილის შიგნით ელექტრომაგნიტური ველის განაწილების ცვლილებები მასში მშთანთქმელი დიელექტრიკული სხეულის განთავსების შემთხვევაში. აღნიშნული ამოცანა წარმოადგენს იმ შემთხვევის გამარტივებულ მოდელს, როდესაც ავტომობილში მძღოლი იმყოფება. გამოკვლეულია სიხშირული მახასიათებლები. მოცემულია ველების განაწილების სურათები რეზონანსის შემთხვევაში.

რიცხვითი მეთოდების მიმოხილვა. ინჟინერული თვალსაზრისით ასეთი ტიპის ამოცანების ამოხსნა რიცხვითი მეთოდების საშუალებით ძალიან ხელსაყრელია. მათი მეშვეობით შესაძლებელია რთული გეომეტრიის სხეულის

ელექტრომაგნიტური თვისებების გამოკვლევა ნებისმიერი ტიპის აღგზნების შემთხვევაში.

თანამედროვე რიცხვითი მეთოდი გულისხმობს შემდეგს:

1. მეთოდის და ალგორითმის უნივერსალურობას, რაც ნიშნავს მისი გამოყენების შესაძლებლობას რთული ამოცანების ამოხსნისას.

2. დაცემული ტალღის სიგრძის ცვლილებისას (ფართო არეში) გამოთვლების სიზუსტისა და დროის უმნიშვნელო ცვლილებას.

3. მათ გამოყენებას დიფრაქციის ისეთი ამოცანების ამოსახსნელად, როდესაც ადგილი აქვს რეზონანსულ აღგზნებას ანუ სისტემის ელემენტებს შორის ელექტროდინამიკური ურთიერთქმედების მკვეთრ ზრდას.

4. გამოთვლების დროის სიმცირეს, ვინაიდან ამოცანის ამოხსნის სიზუსტის გასაუმჯობესებლად საჭიროა ზოგიერთი პარამეტრის ოპტიმიზაცია, რაც ელექტროდინამიკური ამოცანის მრავალჯერადი ამოხსნით ხორციელდება.

სამგანზომილებიან სხეულებზე დიფრაქციის ამოცანებს დიდი ყურადრება ეთმობა. ეს მნიშვნელოვანს ხდის ასეთი ტიპის ამოცანების ამოსახსნელად მაღალეფექტური რიცხვითი მეთოდების შემუშავებას. მიუხედავად იმისა რომ, თანამედროვე ელექტროდინამიკური ამოცანების გადასაჭრელად მრავალი რიცხვითი მეთოდები არსებობს, არცერთი მათგანი არ შეიძლება ჩაითვალოს უნივერსალურად. თითოეულ მათგანს, კონკრეტული ამოცანის ამოხსნისას, გააჩნია, როგორც უპირატესობა ასევე სუსტი წერტილები სხვა მეთოდებთან შედარებით. არსებული რიცხვითი მეთოდები შეიძლება ორ ძირითად ჯგუფად გავყოთ. პირველ ჯგუფში გავაერთიანოთ ისეთი რიცხვითი მეთოდები, რომლებიც ემყარებიან ინტეგრალური განტოლებების, ხოლო მეორეში - დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნას.

ინტეგრალური განტოლებებით დიფრაქციის ამოცანების ამოხსნა ემყარება ექვივალენტობის სივრცულ თეორემას, რომლის თანახმადაც მატერიალური სხეულის მიერ გაბნეული ველი შეიძლება წარმოდგენილ იქნას ექვივალენტური

ელექტრული და მაგნიტური დენების მიერ გამოსხივებული ველებით. ამ დენებს ზოგჯერ ''პოლარიზაციულ დენებს'' უწოდებენ. ისინი არსებობენ მხოლოდ იმ სივრცეში, რომელიც მატერიალური სხეულით არის მოცული.

ინტეგრალური განტოლებების მეთოდით ამოცანის ამოხსნა დაიყვანება დაცემული ველის მიერ წარმოქმნილი დენის განაწილების პოვნაზე. ინტეგრალური განტოლება ადვილად შეიძლება მიღებულ იქნას მოსაზღვრე გარემოებში ველის წარმოდგენებისა და სასაზღვრო პირობების გათვალისწინებით. შემდგომ ინტეგრალური განტოლება დაიყვანება წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემაზე, რომელიც რიცხვითად იხსნება [1,9,26].

ერთ-ერთ ფართოდ გავრცელებულ მეთოდს, რომელიც გამოიყენება ინტეგრალური განტოლებების ამოსახსნელად, წარმოადგენს მომენტების მეთოდი[5,11,12,31-33]. მომენტების მეთოდის თავისებურება იმაში მდგომარეობს რომ უცნობი დენების განაწილების ფუნქცია გაშლილია ზედაპირზე განსაზღვრული წრფივად დამოუკიდებელი, სრული, ბაზისური ფუნქციებით. გაშლის კოეფიციენტები განისაზღვრება სასაზღვრო პირობებიდან, ძირითადად კოლოკაციის მეთოდით ან ობიექტის ზედაპირზე შემოღებული წონითი ფუნქციების საშუალებით. იმ შემთხვევას როდესაც ბაზისური და წონითი ფუნქციები ერთმანეთს ემთხვევა გალიორკინის მეთოდს უწოდებენ. მომენტების მეთოდი სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნის ერთერთ უნივერსალურ მიახლოებით მეთოდს წარმოადგენს თუმცა თანამედროვე კომპიუტერული საშუალებები რეალურად ზღუდავენ მის გამოყენებას პრაქტიკისთვის საჭირო ამოცანებში, ელექტრულად დიდი სხეულების შემთხვევაში. ვინაიდან ამონახსნის კრებადობისთვის საჭიროა ტალღის სიგრძეზე არაუმცირეს 15-20 უცნობის შემოღება, რაც სამგანზომილებიან შემთხვევაში სხეულების λ^2 ზედაპირზე უცნობთა რაოდენობას კვადრატით ზრდის. მომენტების მეთოდი მოსახერხებელია ისეთ შემთხვევებში, როდესაც სხეულის ელექტრული ზომები რამოდენიმე

ტალღის სიგრძის ერთეულის ტოლია. ოდნავ რთული ამოცანებისთვის სუპერკომპიუტერებს იყენებენ.

განზოგადებულ მულტიპოლების მეთოდში რაიმე არეში განაწილებული ველები წარმოიდგინება ერთგვაროვან და წრფივ გარემოთათვის მაქსველის განტოლებების ანალიზური ამონახსნების საშუალებით. ძალზედ ხშირად გამოიყენება ამონახსნის მულტიპოლური წარმოდგენები, მაგრამ შესაძლებელია, სხვა ტიპის ფუნქციების გამოყენება, მაგალითისთვის ბრტყელი ტალღების, ტალღგამტარული მოდების და ასე შემდეგ. ამ ფუნქციებს არ გააჩნიათ სინგულარობები მათი გამოყენების არეში. ასეთი მეთოდის გამოყენებით ამოცანის ამოხსნა დადის წრფივ განტოლებათა სისტემაზე. ამ სისტემის ამონახსნს წარმოადგეს გაშლის კოეფიციენტები. ცდომილება მარტივად შეიძლება დათვლილ იქნეს სასაზღვრო პირობების შემოწმებით.

დიფერენციალურ განტოლებათა მეთოდში მაქსველის განტოლებები და ტალღური განტოლებები ამოიხსნება რიცხვითად. გამოსაკვლევი არის სივრცეში იგება ბადე რომლისთვისაც იწერება სასრულ-სხვაობითი სქემა. ამ მეთოდთა უპირატესობა მდგომარეობს გამოსაკვლევი სისტემების მატერიალური პარამეტრების მოდელირების სიმარტივეში.

ტელეგრაფულ განტოლებებში სასრულ-სხვაობითი სქემა მოიცემა ტელეგრაფული განტოლებათა სისტემით, რისი საშულებითაც იკვლევენ სისტემაში სიგნალების გავრცელებას [57]. სამგანზომილებიანი ამოცანების შემთხვევაში სხვაობითი სქემის თითოეული კვანძი წარმოადგენს სამი ტელეგრაფული ხაზის გადაკვეთას. გავრცელებული ტალღებისა და ცვლადი მატერიალური პარამეტრების მქონე გარემოთა მარტივი ანალიზი, მეთოდს გარკვეულ უპირატესობებს ანიჭებს. მეორეს მხრივ მეთოდის ნაკლად შეიძლება ჩაითვალოს ისეთი ამოცანების მოდელირების სირთულე, რომელთა წარმოდგენა მრუდწირულ კოორდინატთა სისტემაში უფრო მოსახერხებელია.

დროით არეში სასრული სხვაობების მეთოდი(*FDTD*) ერთერთი ფართოდ გავრცელებული მეთოდია. გარკვეული კლასის ამოცანების ამოსახსნელად მკვლევართა უმრავლესობა მას მიმართავს. ეს მეთოდი განსაკუთრებით ეფექტურია გარდამავალი პროცესების აღსაწერად.

დროით არეში სასრული სხვაობების მეთოდი ბუნებრივად მიიღება უშუალოდ მაქსველის განტოლებებიდან, ამ განტოლებების დიფერენციალური ფორმების სასრული სხვაობებით აპროქსიმირებით. ამავე დროს ხორციელდება უცნობი ველების დისკრეტიზაცია, როგორც სივრცით ასევე დროით. სასაზღვრო და საწყისი პირობების გათვალისწინებით, რომლებიც ასევე გარკვეული წონით არიან დისკრეტიზირებული, მიიღება დისკრეტულ მნიშვნელობების მიმართ განტოლებათა სისტემა, დროითი ბიჯების სივრცეში. მეთოდს ახასიათებს გარემოს პარამეტრების მოდელირების სიმარტივე, მათ შორის არაწრფივისაც. მეორეს მხრივ ისეთი ზედაპირების შემთხვევაში, რომლებიც არ ემთხვევა შემოღებულ კოორდინატთა ბადეს ალგორითმი მნიშვნელოვნად რთულდება. გარდა ამისა გამოსაკვლევი არის საზღვრებზე საჭიროა დამატებითი ძალისხმევა, იდეალურად მშთანქავი სასაზღვრო პირობების ან იდეალურად შეთანხმებული ფენების სახით.

სასრული ელემენტების მეთოდი მსგავსია დროით არეში სასრული სხვაობების მეთოდისა. მასში ასევე ხდება მაქსველის დიფერენციალური განტოლებების დისკრეტიზაცია. ძირითად სირთულეს წარმოადგენს გამოთვლებისთვის საჭირო ბადის შექმნა. იმ შემთხვევაში როდესაც ბადე შერჩეულია მეთოდი საკმაოდ უნივერსალურია და კარგ შედეგებს იძლევა. მეთოდი მოითხოვს დიდ კომპიუტერულ რესურსებს, მაგალითად მეხსიერებას, სისწრაფეს და ა.შ..

რიცხვით მეთოდებს გააჩნიათ, როგორც ძლიერი ასევე სუსტი მხარეები. ხშირად რთული ამოცანების შემთხვევაში ამოხსნა შესაძლებელია ერთდროულად რამდენიმე მეთოდის გამოყენებით. თითოეული მეთოდი ჩართულია

ამოცანის იმ ნაწილში, სადაც მათი გამოყენება ეფექტურია. ასეთ მეთოდიკას ჰიბრიდულს უწოდებენ. ჰიბრიდული მეთოდების გამოყენება მთელ რიგ ამოცანებში მნიშვნელოვნად ამცირებს კომპიუტერული რესურსების გამოყენებას [8]. მათი ეფექტურობის გამო, შესაძლებელია მომავალში ამოცანების ამოსახსნელად ახალ რიცხვით მეთოდებს ჰიბრიდული სახე ჰქონდეთ.

თავი I
ელექტრომაგნიტური ტალღების დიფრაქციის ამოცანა სიხშირულ არეში

მოცემულ თავში განიხილება დიფრაქციისა და აღგზნების ამოცანების დასმის ზოგადი ფიზიკური და მათემატიკური ასპექტები. ყოველი დამყარებული, დროით ჰარმონიული მოვლენის ფიზიკური სურათის აღწერას წინ უსწრებს ზოგადი ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებების ანალიზი. პირველ პარაგრაფში აღწერილია ელექტრომაგნიტური ტალღების დიფრაქციის ამოცანა სიხშირულ არეში და განხილულია ელექტროდინამიკის სამი ძირითადი სასაზღვრო ამოცანა. მეორე პარაგრაში განხილულია დასმული ელექტროდინამიკური ამოცანების კვლევის მეთოდი, კერძოდ დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდი, მისი ფიზიკური და მათემატიკური ასპექტები. მესამე პარაგრაში აღწერილია დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდის განვითარება და გავრცელებულია თხელი ღია მეტალურ სტრუქტურებზე დიფრაქციის ამოცანის ამოსახსნელად. განხილულია ტესტური ამოცანის შედეგები, რომელიც შედარებულია განსხვავებული მეთოდით მიღებულ შედეგებთან. ნაჩვენებია დამხმარე გამომსხივებლების ფიქსირებული რაოდენობით ფართო სიხშირულ არეში დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნის შესაძლებლობა და უპირატესობა. მეოთხე პარაგრაში აღწერილია რთული გეომეტრიული ფორმის სხეულებზე ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოსახსნელად დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდის ეფექტური გამოყენებისთვის საჭირო სხეულების ზედაპირების დამუშავების რამდენიმე მიდგომა. მეხუთე პარაგრაფში გამოყვანილია მრავალი ელექტრული დიპოლისაგან შემდგარი სისტემის მიერ გამოსხივებული ენერგიის ანალიზური ფორმა. განხილულია ასევე განმხოლოებული თავისუფალი წერტილოვანი წყაროს და ამ წყაროს ველში მოთავსებული სხეულის ურთიერთქმედების ენერგია.

§1.1 სიხშირულ არეში დიფრაქციის ამოცანის დასმა

ვთქვათ, დროით ჰარმონიული ელექტრომაგნიტური ტალღა დიფრაგირებს S ზედაპირის მქონე იდეალურად გამტარ სხეულზე. დაცემულ ტალღაში დროზე დამოკიდებულება შერჩეულია $\exp(-i\omega t)$ სახით. სხეულის ზედაპირზე ინდუცირებული დენები და მუხტები შემდგომში თვითონ გამოასხივებენ ელექტრომაგნიტურ ველს. დიფრაქციის ამოცანას წარმოადგენს სწორედ სხეულზე დაცემული ველით ინდუცირებული დენებისა და მუხტების მიერ გამოსხივებული ველის განსაზღვრა. სხეულზე ელექტრომაგნიტური ტალღების დაცემისას გამოსხივებული ელექტრომაგნიტური ველი $\left\{ \vec{E}^{\,sc}(\vec{r},\omega), \vec{H}^{\,sc}(\vec{r},\omega) \right\}$ თავისუფალ არეში აკმაყოფილებენ ტალღურ განტოლებებს:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\vec{E}^{\,sc} + k^2\vec{E}^{\,sc} &= 0 \\ \Delta\vec{H}^{\,sc} + k^2\vec{H}^{\,sc} &= 0 \end{aligned}\right\}, \vec{r} \notin S, \tag{1.1}$$

და გამოსხივების პირობას უსასრულობაში

$$\lim_{r\to\infty} r(\partial u\ \partial r - iku) = 0,\ \lim_{r\to\infty} u = 0 \tag{1.2}$$

სადაც u ელექტრული ან მაგნიტური ველის დაძაბულობის ვექტორის მდგენელია, ხოლო სხეულის S ზედაპირზე $\vec{E}$ და $\vec{H}$ ვექტორები აკმაყოფილებენ შემდეგ სასაზღვრო პირობებს:

1) იდეალურად გამტარი სხეულებისთვის

$$\left[\vec{n},\left[\vec{n},(\vec{E}^{inc}(\vec{r},\omega)+\vec{E}^{sc}(\vec{r},\omega))\right]\right]=0, \vec{r}\in S, \tag{1.3}$$

$$\vec{J}=\left[\vec{n},(\vec{H}^{\,inc}(\vec{r},\omega)+\vec{H}^{\,sc}(\vec{r},\omega))\right], \vec{r}\in S, \tag{1.4}$$

სადაც $\vec{J}$ დენის სიმკვრივა.

2) რეზისტული ზედაპირების მქონე სხეულებისთვის:

$$\left[\vec{n},\left[\vec{n},(\vec{E}^{inc}(\vec{r},\omega)+\vec{E}^{sc}(\vec{r},\omega))\right]\right]=W\cdot\left[\vec{n},(\vec{H}^{inc}(\vec{r},\omega)+\vec{H}^{sc}(\vec{r},\omega))\right],\vec{r}\in S,\ (1.5)$$

სადაც W ზედაპირის რეზისტულობაა.

3) დიელექტრიკული სხეულებისთვის

$$\left[\vec{n},\left[\vec{n},(\vec{E}^{inc}(\vec{r},\omega)+\vec{E}^{sc}(\vec{r},\omega))\right]\right]=0,\vec{r}\in S, \qquad (1.6)$$

$$\left|\vec{n},(\vec{H}^{inc}(\vec{r},\omega)+H^{sc}(\vec{r},\omega))\right|=0,\vec{r}\in S, \qquad (1.7)$$

სადაც $\vec{n}-S$ ზედაპირის გარე ნორმალია, ხოლო $\vec{E}^{inc}$ და $\vec{H}^{inc}$ შესაბამისად დაცემული ტალღის ელექტრული და მაგნიტური ველების დაძაბულობების ვექტორებია.

იდეალურად გამტარ სხეულებზე დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნისათვის საკმარისია ამოიხსნას (1.1) განტოლებათა სისტემის პირველი განტოლება (1.2) გამოსხივების პირობითა და (1.3) სასაზღვრო პირობებით:

$$\left.\begin{array}{c}\Delta\vec{E}^{sc}+k^2\vec{E}^{sc}=0\\ \left[\vec{n},\left[\vec{n},(\vec{E}^{inc}(\vec{r},\omega)+\vec{E}^{sc}(\vec{r},\omega))\right]\right]=0,\vec{r}\in S\end{array}\right\} \qquad (1.8)$$

ამ ამოცანის ამოხსნა ხდება დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდით.

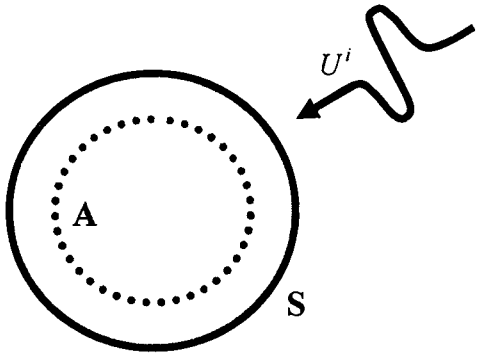
§1.2 დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდი

დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდის მკაცრი მათემატიკური დაფუძნება მოცემული იყო ქართველი მათემატიკოსის ვიქტორ კუპრაძის მიერ 1967 წ[17]. მეტი თვალსაჩინოებისთვის ამ მეთოდის ძირითადი ასპექტები განიხილება სხვა ფართოდ გავრცელებული რიცხვითი მეთოდების პარალელურად, რომლებიც ემყარებიან ექვივალენტობის თეორემას [34]. ამ თეორემის თანახმად მატერიალურ გარემოში გაბნეული ელექტომაგნიტური ველი შეიძლება წარმოდგენილ იქნას თავისუფალ გარემოში ექვივალენტური მუხტების და დენების მიერ შექმნილი ველების საშუალებით. ძირითადად ყველა მეთოდი ემყარება გაბნეული ელეტრომაგნიტური ველის წარმოდგენის ამ პრინციპს. ეს მეთოდები მაქსველის განტოლებების ინტეგრალურ წარმოდგენებს იყენებენ. შესაბამისი ინტეგრალური განტოლებების გული წარმოადგენს სინგულარულ ფუნქციას ინტეგრების არეში და ამდენად საჭიროებს განმარტებას, რათა ინტეგრალი იყოს კრებადი. ასეთ განმარტებად გამოდგება ინტეგრალი კოშის მთავარი აზრით. რიცხვითი მოდელირების დროს სასაზღვრო პირობის დასაწერად ჩვეულებრივ იღებენ სხეულის ზედაპირზე რაღაც წერტილთა სიმრავლეს. აღნიშნული სინგულარობების გამო რიცხვითი ინტეგრებისას ხდება სინგულარობის წერტილთა წანაცვლება ზედაპირის მახლობლად. ამ გზით მიიღება ერთ-ერთი უმარტივესი რიცხვითი მეთოდი, ე.წ. ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდი. ამ მეთოდის მიხედვით გაბნეული ველი წარმოდგენილია იმ მუხტებისა და დენების ველების ჯამად, რომლებიც სხეულის ზედაპირზე დაცემული ველის მიერ იყვნენ ინდუცირებულნი.

დ.გ.მ. ითვალისწინებს, რომ სხეულის ზედაპირზე გაბნეულ ველს გააჩნია ანალიზური გაგრძელება მის შიდა არეში. ანალიზური გაგრძელების არსებობამ ვ.კუპრაძეს საფუძველი მისცა გაბნეული ველის აღსაწერად ზედაპირული დენების მაგიერ, გამოეყენებინა ზედაპირის შიგნით წანაცვლებული (ჩაჩოჩებული)

დენები. პრობლემის ასეთი კუთხით შეხედვამ მნიშვნელოვნად გააუმჯობესა, სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნა.

დიფრაქციის ამოცანის ჩამოყალიბება შემდეგნაირად არის შესაძლებელი[50]: დიელექტრიკული და მაგნიტური შეღწევადობის მქონე გარემოში მოთავსებულია S ზედაპირით შემოსაზღვრული სხეული და ცნობილია დაცემული ელექტრომაგნიტური ტალღა U^i. საჭიროა სივრცის ნებისმიერ წერტილში განისაზღვროს ელექტრომაგნიტური ველის $\vec{E}, \vec{H}$ ვექტორები.



ნახ 1 1
S - მეტალური სხეულის ზედაპირი
A - დამხმარე ზედაპირი, U^i - დაცემული ტალღა

ზოგადად ამოცანა დაიყვანება ჰელმჰოლცის განტოლების ამონახსნის პოვნაზე, შესაბამისი სასაზღვრო პირობებით:

$$\Delta U^s(\vec{r}) + k^2 U^s(\vec{r}) = 0, \tag{1.9}$$

$$W\{U^s(\vec{r}) - U^i(\vec{r})\} = 0,\ M(\vec{r}) \in S, \tag{1.10}$$

სადაც $U^i(\vec{r})$ დაცემული, ხოლო $U^s(\vec{r})$ გაბნეული ელექტრომაგნიტური ველია, ხოლო W -სასაზღვრო პირობის ოპერატორია.

$\{U(|\vec{r}_n - \vec{r}|)\}_{n=1}^{\infty}$ ფუნქციები წარმოადგენენ ჰელმჰოლცის განტოლების ფუნდამენტურ ამონახსნებს, რომელთა საშუალებითაც აღიწერება გაბნეული ველი. სადაც $\{\vec{r}_n\}_{n=1}^{\infty}$ ეკუთვნის დამხმარე σ ზედაპირს. ასეთი ფუნქციებია[50]:

ორგანზომილებიან შემთხვევაში:

$$U(|\vec{r}_n - \vec{r}|) = H_0^{(1)}\left(k\ \sqrt{(x_n - x)^2 + (y_n - y)^2}\right) \tag{1.11}$$

სამგანზომილებიან შემთხვევაში:

$$U\left(|\vec{r}_n - \vec{r}'|\right) = \frac{e^{ik|\vec{r}_n - \vec{r}'}}{|\vec{r}_n - \vec{r}'|} \qquad (1.12)$$

$|\vec{r}_n - \vec{r}| = \sqrt{(x_n - x)^2 + (y_n - y)^2 + (z_n - z)^2}$; $M(x_n, y_n, z_n) \in \sigma$; $\vec{r}$ დაკვირვების წერტილის რადიუს-ვექტორია, $M(\vec{r}) = M(x, y, z)$.

კუპრაძის მიერ შემოთავაზებულ დ.გ.მ.-ით, რაიმე ჩაკეტილ ლიაპუნოვის ტიპის ზედაპირით [17] შემოსაზღვრულ სხეულზე ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის მოდელირებისას გაბნეული ველი წარმოდგენილია შესაბამისი ტალღური განტოლების ფუნდამენტური ამონახსნების წრფივი კომბინაციით, რომელთა სინგულარობები განლაგებულია ზედაპირიდან დაშორებულ ნებისმიერ გლუვ წარმოსახვით ზედაპირზე (სხეულის შიგნით, ნახ.1.1), რომელსაც დამხმარე ზედაპირს უწოდებენ, ხოლო მასზე განლაგებულ წყაროებს – დამხმარე გამომსხივებლებს. მეთოდის რიცხვითი რეალიზაციისთვის ძირითად და დამხმარე ზედაპირებზე გამოყოფილია რაღაც აზრით თანაბრად განაწილებულ წერტილთა სიმრავლეები. მაქსველის განტოლებების ფუნდამენტური ამონახსნები, რომელთა სინგულარობებიც ლოკალიზებულია დამხმარე ზედაპირის წერტილებში [7, 14, 16]. ჰელმჰოლცის განტოლების ფუნდამენტურ ამონახსნების $\left\{U\left(|\vec{r}_n - \vec{r}|\right)\right\}_{n=1}^{\infty}$ ფუნქციათა სისტემა, რომელიც აღწერს ველის მახასიათებლებს (ელექტრულს, მაგნიტურს ან ველის პოტენციალს) S ზედაპირზე, წარმოადგენს სრულ და წრფივად დამოუკიდებელ სისტემას, L_2 (S ზედაპირზე განსაზღვრულ კვადრატით ინტეგრირებად ფუნქციათა სივრცეში) ფუნქციათა სივრცეში; რაც ნიშნავს, რომ S ზედაპირზე განსაზღვრულ ნებისმიერი კვადრატით ინტეგრირებადი $U^i(x, y, z)$ ფუნქციისათვის არსებობს ისეთი j_k კოეფიციენტები, რომ ნებისმიერი $\varepsilon > 0$ რიცხვისთვის არსებობს ისეთი N, რომ ნებისმიერი $n \geq N$ მართებულია შეფასება:

$$\int_s \left[\sum_{k=1}^{n} j_k U\left(|\vec{r}_k - \vec{r}\right) - U^i(x, y, z)\right]^2 ds < \varepsilon(N)$$

ანუ, აღნიშნული სისტემის სასრული რაოდენობის ფუნქციას S ზედაპირზე შეუძლია აღწეროს გაბნეული ველის მახასიათებელი ყველა შესაძლო ფუნქცია წინასწარ მოცემული სიზუსტით. ამოხსნა კი გამოისახება ფუნდამენტური ამონახსნების წრფივი კომბინაციით შესაბამისი კოეფიციენტების გათვალისწინებით:

$$\int_S \left| W\left[\sum_{k=1}^{N} j_k U\left(\left|\vec{r}_k - \vec{r}\right|\right) - U^i(x,y,z) \right] \right|^2 ds < \varepsilon(N)$$

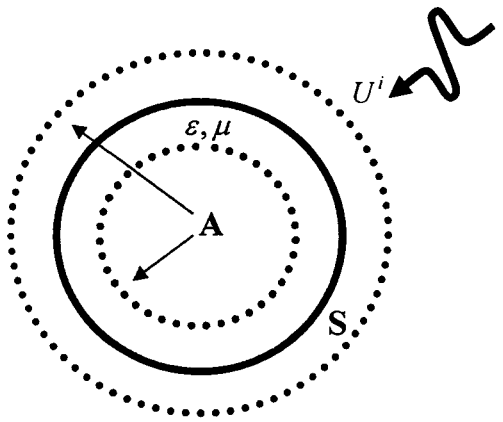
სადაც $\varepsilon(N)$ მოცემული სიზუსტეა, რომელიც ზოგადად დამოკიდებულია წერტილთა რაოდენობაზე, ანუ ამ სიზუსტით

$$U^i(x,y,z)_{|S} \approx \sum_{k=1}^{N} j_k U_k\left(\left|\vec{r}_k - \vec{r}\right|\right)_{S} \qquad (1.13)$$

მაშინ დასმული სასაზღვრო ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნა:

$$\tilde{U}^s(x,y,z) = \sum_{k=1}^{N} j_k U\left(\left|\vec{r}_k - \vec{r}\right|\right)$$

ამდენად, ელექტრომაგნიტური ველი ამ ზედაპირზე აპროქსიმირდება მიღებული სრული სისტემის ფუნქციათა წრფივი კომბინაციით. (1.10) ზემოთ აღნიშნული სასაზღვრო პირობის შემთხვევაში ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის გამო, გაბნეული ველის ზედაპირიდან ანალიზური გაგრძელების საშუალებით შესაძლებელია გაბნეული ველის გამოთვლა მთელს სივრცეში. დამხმარე გამომსხივებლების ამპლიტუდები გამოითვლება სასაზღვრო პირობების დაკმაყოფილებით. ძირითადად ამაში მდგომარეობს ვ.კუპრაძის მიერ შემოთავაზებული დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდის შინაარსი.



ნახ 1 2
S - დიელექტრიკული სხეულის ზედაპირი
A - დამხმარე ზედაპირები, U^i - დაცემული ტალღა

დიელექტრიკული გამბნევის შემთხვევაში, სხეულის გარეთ გაბნეულ ველთან ერთად საჭიროა სხეულის შიგნით არსებული ველის აღწერაც. ამისთვის საჭიროა ავაგოთ ორი დამხმარე ზედაპირი, გამბნევი სხეულის შიგნით და გარეთ (ნახ.1.2). დამხმარე გამომსხივებლები, რომლებიც მოთავსებულნი არიან სხეულის შიგნით არსებულ დამხმარე ზედაპირზე, ისევე როგორც იდეალურად გამტარი სხეულის შემთხვევაში, განსაზღვრავენ ველს სხეულის გარეთ, ხოლო გარეთ მოთავსებული გამომსხივებლები განსაზღვრავენ ველს დიელექტრიკის შიგნით. თითოეულ ამ ზედაპირზე მოთავსებულია N რაოდენობის დამხმარე გამომსხივებელი, რომელთა ვექტორ პოტენციალები წარმოდგენილია ჰელმჰოლცის განტოლების ფუნდამენტური ამონახსნებით: $U(k\sqrt{\varepsilon\mu}\,|\vec{r}_n - \vec{r}|)$, სადაც ε და μ შესაბამისად სხეულის დიელექტრიკული და მაგნიტური შეღწევადობებია, $\vec{r}_n$ იმ წერტილის რადიუს-ვექტორია, სადაც დამხმარე გამომსხივებელია მოთავსებული, ხოლო $\vec{r}$ დაკვირვების წერტილის რადიუს-ვექტორია. უცნობი ელექტრული და მაგნიტური ველები გამოისახება როგორც დამხმარე გამომსხივებლების ველების ჯამი უცნობი კოეფიციენტებით:

$$E(\vec{r}) = \hat{w}_e\left\{\sum_{n=1}^{N} a_n U_n\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}\,|\vec{r}_n - \vec{r}|\right)\right\} \qquad (1.14)$$

$$H(\vec{r}) = \hat{w}_h\left\{\sum_{n=1}^{N} a_n U_n\left(k\sqrt{\varepsilon\mu}\,|\vec{r}_n - \vec{r}|\right)\right\} \qquad (1.15)$$

სადაც $\hat{w}_e$ და $\hat{w}_h$ შესაბამისად უცნობი ელექტრული და მაგნიტური ველების ვექტორ-პოტენციალის ოპერატორებია. უნდა აღინიშნოს, რომ დიელექტრიკის

შიგნით ველი აღიწერება სხეულის გარეთ მოთავსებული N რაოდენობის დამხმარე გამომსხივებლების მეშვეობით და პირიქით.

თუ გამბნევ სხეულს ეცემა $U^{inc}(\vec{r})$ ტალღა, სასაზღვრო პირობები შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგნაირად:

$$\begin{cases} \hat{W}_e\left[\sum_{n=1}^{\infty} a_n^{out} U\left(k\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}|\vec{r}_n-\vec{r}|\right)-\sum_{n=1}^{\infty} a_n^{in} U\left(k\sqrt{\varepsilon_2\mu_2}|\vec{r}_n-\vec{r}|\right)\right]\Big|_S = E_\tau^{inc}(\vec{r})\Big|_S \\ \hat{W}_h\left[\sum_{n=1}^{\infty} a_n^{out} U\left(k\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}|\vec{r}_n-\vec{r}|\right)-\sum_{n=1}^{\infty} a_n^{in} U\left(k\sqrt{\varepsilon_2\mu_2}|\vec{r}_n-\vec{r}|\right)\right]\Big|_S = H_\tau^{inc}(\vec{r})\Big|_S \end{cases} \quad (1.16)$$

სადაც $\hat{W}_e$ და $\hat{W}_h$ სასაზღვრო პირობების ოპერატორებია, a_n^{in} და a_n^{out} შესაბამისად დიელექტრიკის შიგნით და გარეთ განლაგებული დამხმარე გამომსხივებლების კოეფიციენტებია, ხოლო $E_\tau^{inc}(\vec{r})_s$ და $H_\tau^{inc}(\vec{r})_s$ S ზედაპირზე დაცემული ველის ტანგენციალური მდგენელებია. თუ S ზედაპირზე არჩეულია

კოლოკაციის წერტილი, რომელშიც მოითხოვება სასაზღვრო პირობის შესრულება, მაშინ (1.16) წარმოადგენს უცნობი კოეფიციენტების მიმართ წრფივ განტოლებათა სისტემას. ამ სისტემის ამოხსნით განისაზღვრება a_n^{in} და a_n^{out} კოეფიციენტები, და უცნობი გაბნეული ველი შეიძლება გამოითვალოს (1.14) და (1.15) ფორმულების საშუალებით. ისევე როგორც წინა შემთხვევაში, დ.გ. მეთოდით (1.14) და (1.15) მიახლოებითი ამოხსნა მიისწრაფის ჭეშმარიტისკენ კოლოკაციის წერტილების რაოდენობის გაზრდით [27-29].

ველის წარმოსადგენად ფუნქციის არჩევის შემდეგ საჭიროა ავირჩიოთ გაშლის კოეფიციენტების განსაზღვრის ოპტიმალური მეთოდი. ამ მიზნით გამოკვლეული იყო სხვადასხვა მეთოდი: ორთოგონალიზაციის მეთოდი, უმცირეს კვადრატთა მეთოდი, კოლოკაციის მეთოდი და სხვა [3]. გამოკვლევებმა უჩვენეს, რომ გაშლის კოეფიციენტების განსაზღვრისათვის ყველაზე ოპტიმალურია კოლოკაციის მეთოდი, რომლის თანახმადაც სასაზღვრო პირობის შესრულება მოითხოვება გამბნევი სხეულის ზედაპირზე სასრული რაოდენობის კოლოკაციის წერტილებში. ამ მეთოდით დამხმარე გამომსხივებლების

ამპლიტუდებისა და ფაზების მნიშვნელობების განსაზღვრა დაიყვანება წრფივი ალგებრული განტოლებების, ზოგად შემთხვევაში მართკუთხა სისტემის ფსევდო ამონახსნების პოვნაზე. ასეთ შემთხვევაში სისტემას გააჩნია მინიმალური ზომები და მარტივი მატრიცული ელემენტები. როცა კოლოკაციის წერტილების რაოდენობა დამხმარე გამომსხივებლების რაოდენობის ტოლია, მაშინ სასაზღვრო პირობა ზუსტად სრულდება მხოლოდ კოლოკაციის წერტილებში. ხოლო თუ კოლოკაციის წერტილების რაოდენობა მეტია დამხმარე გამომსხივებლების რაოდენობაზე, მაშინ შესაბამისი სისტემის ამოხსნა იქნება საუკეთესო საშუალო კვადრატულ მიახლოებაში.

სხვა მეთოდებისგან განსხვავებით კოლოკაციის მეთოდი საშუალებას გვაძლევს: დავიყვანოთ ამოცანის ამოხსნა წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნაზე, რომელიც მოითხოვს მინიმალურ მანქანურ დროს; ამოვხსნათ თითქმის ნებისმიერი ფორმისა და სირთულის მქონე ზედაპირებზე დიფრაქციის ამოცანები [4, 35-37, 39-50].

სამგანზომილებიან სტრუქტურებზე დიფრაქციის ამოცანების ამოხსნისას დ.გ.მ.-ის გამოყენებით ფუნდამენტურ ამონახსნებად $U_n(|\vec{r}_n - \vec{r}|)$ ანუ ბაზისურ ფუნქციებად (1.13)-ში ვირჩევთ $\vec{p}$ დიპოლური მომენტის მქონე ჰერცის დიპოლის ველს, რომლის ელექტრული და მაგნიტური დაძაბულობის ვექტორები ანალიზურად შემდეგნაირად გამოისახება [52]:

$$\vec{E}(\vec{R}_n) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} e^{-i\omega t}\left\{ \frac{1}{R_n^3}\left(3\vec{R}_n^0(\vec{R}_n^0, \vec{p}) - \vec{p}\right) - \frac{ik}{R^2}\left(3\vec{R}_n^0(\vec{R}_n^0, \vec{p}) - \vec{p}\right) - \frac{k^2}{R}\left[\vec{R}_n^0\left[\vec{R}_n^0, \vec{p}\right]\right]\right\} \qquad (1.17.ა)$$

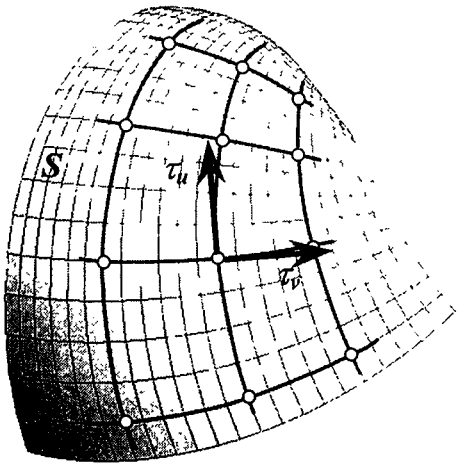
$$\vec{H}(\vec{R}_n) = -\frac{i\omega}{4\pi} e^{-i\omega t}\left(\frac{1}{R_n^2} - \frac{ik}{R_n}\right)\left[\vec{p}, \vec{R}_n^0\right], \text{ სადაც } \vec{R}_n^0 = \frac{\vec{R} - \vec{R}_n}{|\vec{R} - \vec{R}_n} \qquad (1.17.ბ)$$

კარგადაა ცნობილი, რომ დ.გ.მ.-ის ეფექტურობა დამოკიდებულია რამდენიმე დამხმარე პარამეტრის მნიშვნელობაზე. მათ შორის ერთერთ ყველაზე კრიტიკულ პარამეტრს წარმოადგენს გამბნევი სხეულის ზედაპირიდან დამხმარე ზედაპირამდე მანძილი. საზოგადოდ, რაც უფრო დიდია ეს მანძილი, ანუ რაც

უფრო მეტადაა დაშორებული სხეულის ზედაპირიდან დამხმარე ზედაპირი, ამოხსნა მით უფრო უკეთესი მიიღება. ბოლო წლების განმავლობაში რიცხვითი ექსპერიმენტების გამოცდილებამ აჩვენა, რომ არსებობს დამხარე ზედაპირის არჩევის გარკვეული წესები. ერთერი საინტერესო მოვლენა დამზერილი იყო დ.გ.მ.-ით ტალღგამტარების თვისებების შესწავლისას. აღმოჩენილ იქნა ე.წ. კონტურული რეზონანსის ეფექტი [50, 62], რომელიც დ.გ.მ.-ში ძალზედ იშვიათად თავს იჩენს გარკვეულ სიხშირეებზე. ამ სიხშირეებზე დამხარე გამომსხივებლები რეზონირებენ ერთმანეთთან. გაბნეულ ველს ზედ ედება დამხმარე კონტურის საკუთარი ველი. ამ ეფექტის აღმოჩენა ორგანზომილებიანი ამოცანების ამოხსნისას მოხდა, სადაც დამხმარე ზედაპირი ჩაკეტილ კონტურს წარმოადგენდა, სწორედ აქედან მან მიიღო თავისი სახელწოდება – კონტურული რეზონანსი. ამ მოვლენის თავიდან ასაცილებლად საკმარისია მოცემული სიხშირისთვის შეიცვალოს დამხმარე ზედაპირის ფორმა, რაც გამოიწვევს გაბნეულ ველზე ზედდებული კონტურის საკუთარი ველის გაქრობას.

მეორე მეტად მნიშვნელოვანი წესი დამხმარე ზედაპირების არჩევისა აღმოჩენილი იყო შებრუნებული ამოცანების შესწავლისას. შებრუნებული ამოცანა გულისხმობს სხეულის მიერ გაბნეული ველის ანალიზური გაგძელების აღდგენით სხეულის ფორმისა და ადგილმდებარეობის დადგენას. აღმოჩნდა რომ, თუ დამხმარე ზედაპირი არ მოიცავს გაბნეული ველის ანალიზური გაგრძელების ყველა განსაკუთრებულობებს (სხეულის შიდა არეში), მაშინ დამხმარე კონტურით გაბნეული ველის აღწერა შეუძლებელია. ამოცანის ამოხსნა არ არის კორექტული და კრებადი [49, 50, 62].

თხელ სტრუქტურებზე სადაც დამხმარე ზედაპირი მოთავსებულია გამბნევი სხეულის ზედაპირთან ახლოს, ამოცანის დასაშვები სიზუსტით ამოხსნისთვის საჭირო ხდება დამხმარე გამომსხივებლების დიდი რაოდენობით გამოყენება. ამ შემთხვევაში ელექტრონული გამომთვლელი მანქანების რესურსების სიმცირის გამო ასეთი სახის ამოცანათა ამოხსნა დ.გ.მ.-ით ვერ ხერხდება. მეთოდი მოითხოვს გაუმჯობესებას, რათა ამოიხსნას დიფრაქციის ამოცანები უფრო რთულ გეომეტრიულ სხეულებზე.



ნახ 1 3 კოლოკაციის წერტილები და ზედაპირის ტანგენციალური ვექტორები

ზემოთ აღნიშნული სტრუქტურებისგან განსხვავებით, შედარებით მარტივი ფორმის სხეულებზე, რომელთა ზედაპირები გლუვი და ჩაკეტილი ფორმისაა, შეიძლება მივაღწიოთ ამოცანის ამოხსნის კრებადობას შედარებით მცირე რაოდენობის დიპოლების დახმარებით. ასეთ სხეულებზე დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნისას დ.გ.მ.-ის გამოყენებით შესაძლებელია დამხმარე ზედაპირის შეწევა სხეულის შიგნით, რაც საშუალებას იძლევა ნაკლები რაოდენობის დამხმარე გამომსხივებლების გამოყენებით დასაშვები სიზუსტით აღვწეროთ გაბნეული ველი.

ველის წარმოსადგენად ფუნქციის არჩევის შემდეგ, ვირჩევთ გაშლის კოეფიციენტების განსაზღვრის მეთოდს, რომელიც ჩვენს შემთხვევაში წარმოადგენს კოლოკაციის მეთოდს. სამგანზომილებიანი ამოცანების შემთხვავაში სასაზღვრო პირობის შესრულება მოითხოვება გამბნევი სხეულის ზედაპირზე კოლოკაციის წერტილებში τ_u და τ_v ზედაპირის ტანგენციალური ვექტორების მიმართულებით, რომლებიც წარმოადგენენ ბაზისს ამ წერტილის მხებ ვექტორთა სიბრტყეში (ნახ.1.3). შესაბამისად დამხმარე გამომსხივებლებს, რომლებიც მოთავსებულნი იქნებიან დამხმარე ზედაპირებზე ექნებათ ამ ვექტორების

პარალელური დიპოლური მომენტები. სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნისას თუ S ზედაპირზე ავირჩევთ N რაოდენობის კოლოკაციის წერტილს, დიელექტრიკული სხეულის შემთხვევაში მივიღებთ $4N \times 4N$ ზომის წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემას, ხოლო მეტალური სხეულისათვის - $2N \times 2N$. სასაზღვრო პირობები (1.10) და (1.16) შესაბამისად მეტალური და დიელექტრიკული ზედაპირების შემთხვევაში, ჩაიწერება როგორც $\tau_{\prime\prime}$ ასევე $\tau_{\prime}$ ტანგენციალური მდგენელებზე.

დ.გ.მ.-ში დიდი მნიშვნელობა ენიჭება $(\tau_{\prime\prime}, \tau_{\prime})$ ბაზისური ვექტორების არჩევას. სასურველია მათი ორიენტაცია წინასწარ განსაზღვრული იყოს ამოცანის ფიზიკური მოსაზრებებიდან გამომდინარე. კერძოდ, წინასწარ იქნეს დადგენილი სხეულის ზედაპირზე დიფრაქციის შედეგად ინდუცირებული დენების დინების უპირატესი მიმართულებები, სასურველია კოლოკაციის წერტილებში ბაზისური ვექტორების ორიენტაცია არჩეულ იქნას ამ უპირატესი მიმართულების თანხვდენილად. ასეთ შემთხვავაში მარტივდება წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემის მატრიცის სახე და შესაბამისად იზრდება ამოცანის ამოხსნის სიზუსტე.

ამგვარად, როგორც ამ მიმოხილვიდან ჩანს ჩაკეტილი ზედაპირებისთვის დ.გ.მ. წარმოადგენს სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნის ეფექტურ და ძლიერ მეთოდს. გაბნეული ველის ანალიზური გაგრძელების გათვალისწინება მეთოდს ფართო შესაძლებლობებს უხსნის. მეორეს მხრივ რთული გეომეტრიული ფიგურებისთვის მეთოდი საჭიროებს განვითარებას და სრულყოფას [4].

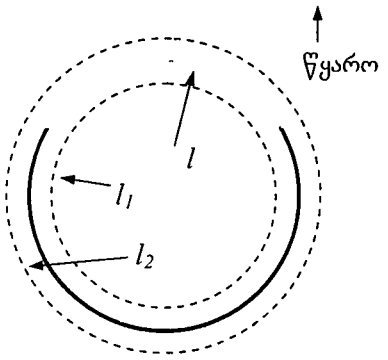
§1.3 დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდის გავრცელება ღია მეტალური ზედაპირების შემთხვევაში

გამოყენებით ელექტროდინამიკაში სტაციონალური ელექტრომაგნიტური ტალღების გაბნევის ამოცანის ამოხსნისას ინტეგრალურ განტოლებათა და მომენტების მეთოდები სხვა მეთოდებისგან განსხვავებით, ხასიათდება მეტალურ სხეულზე ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის შედეგად ზედაპირზე ინდუცირებული დენის განაწილების პოვნით [11, 12, 31, 33, 34]. ამ დენების საშუალებით გამოითვლება გაბნეული ველი. კარგად არის ცნობილი, რომ მეტალური სხეულის შიდა არეში ველი არ არსებობს. გაბნეულ ველს ამ არეში მხოლოდ ანალიზური გაგრძელება გააჩნია. ანალიზური გაგრძელების არსებობამ ვ. კუპრაძეს შესაძლებელობა მისცა სასაზღვრო ამოცანების ამოსახსნელად ჩამოეყალიბებინა დ.გ.მ.. ელექტრომაგნიტური ველის წყაროები, რომლებმაც გაბნეული ველი უნდა აღწერონ, განლაგდებიან სხეულის შიდა არეში მოთავსებულ დამხმარე ზედაპირზე (დამხმარე ზედაპირი უნდა იყოს ჩაკეტილი და მოიცავდეს გაბნეული ველის ანალიზური გაგრძელების ყველა განსაკუთრებულობას). ამოცანის ასეთი კუთხით დანახვა განასხვავებს ამ მეთოდს სხვა მეთოდებისგან და მისი ამონახსნის კარგ კრებადობას განაპირობებს. მეთოდი მუშაობს მხოლოდ გლუვი ჩაკეტილი ზედაპირებისთვის, რომელთათვისაც შესაძლებელია დამხმარე ზედაპირების აგება. ღია ზედაპირებზე დ.გ.მ. აღარ მუშაობს. ამ სირთულის გვერდის ავლა შესაძლებელია სასაზღვრო ამოცანაში მცირე ცვლილებების შეტანით: თხელი ზედაპირისთვის გარკვეული სისქის მინიჭებით, ისეთის რომ, მნიშვნელოვნად არ შეიცვალოს მისი გეომეტრიული ფორმები და ელექტროდინამიკური თვისებები. ამ გზით მიღებული მოდელებისთვის დამხმარე ზედაპირის აგება შესაძლებელი ხდება, მაგრამ სასაზღვრო ამოცანის კარგი ამოხსნა საჭიროებს დამხმარე წყაროების დიდ რაოდენობას, რაც შესაბამისად მოითხოვს დიდ დროს და გამოთვლითი

ტექნიკის რესურსებს. როცა სამგანზომილებიან სტრუქტურებზე გაბნევის ამოცანების ამოხსნისას ვიყენებთ დ.გ.მ-ს, მრავალი მკვლევარი დამხმარე გამომსხივებლად ირჩევს ელემენტარულ ელექტრულ და მაგნიტურ დიპოლს, რომელთა ველი ანალიზურად გამოისახება. როგორც ცნობილია დიპოლის ველი დამოკიდებულია მანძილზე, როგორც $1/r^3, 1/r^2, 1/r$ და ჩვეულებრივ დ.გ.მ-ში, თხელ და ღია სტრუქტურებზე გაბნევის ამოცანებში, სხეულის რეალურ ზედაპირზე ველის გამოსახულებაში დომინირებენ $1/r^3, 1/r^2$ რიგის წევრები, რადგან დამხმარე და ძირითად კონტურს შორის მანძილი ტალღის სიგრძესთან შედარებით მცირეა. ამიტომ, თხელ და ღია სტრუქტურებზე, დგმ-ის მეშვეობით მიღებულ ამოხსნას ჩვეულებრივ გააჩნია ნელი კრებადობა და მხოლოდ დამხმარე გამომსხივებლების დიდი რაოდენობისათვის ვღებულობთ ამოხსნის სასურველ კრებადობას. აქვე აუცილებლად უნდა აღინიშნოს ის გარემოება, რომ დისკრეტული დიპოლი ზუსტად ვერ აღწერს გამბნევი სხეულის ზედაპირზე მუხტის სიმკვრივის განაწილებას, რომელიც მნიშვნელოვანია ღია სტრუქტურებზე დიფრაქციის ამოცანებში. ასეთ შემთხვევაში დისკრეტული დიპოლების მხოლოდ დიდი რაოდენობის დახმარებით შესაძლებელია სწორად აღიწეროს მუხტის განაწილება გამბნევი სხეულის ზედაპირზე.

ღია ზედაპირისთვის დ.გ.მ.-ს პოტენციური შესაძლებლობების გამოყენების მიზნით შესაძლებელია მისი ჩაკეტვა წარმოსახვითი ზედაპირის საშუალებით. მიღებული ჩაკეტილი ზედაპირისთვის გამოიყოფა ორი არე - შიდა და გარე, სადაც შესაბამისად იგება დამხმარე ზედაპირები (ნახ.1.4) [39]. სასაზღვრო პირობები მეტალური ზედაპირის ორივე მხარისთვის იწერება (1.2). წარმოსახვით ზედაპირზე საჭიროა ელექრომაგნიტური ველის უწყვეტობის უზრუნველყოფა. ამის მიღწევა შესაძლებელია ამ ზედაპირზე (1.10) უწყვეტობის პირობების საშუალებით. მხოლოდ იმის გათვალისწინებით რომ, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ და μ_1, μ_2 თავისუფალი გარემოს შესაბამისად დიელექრიკული და მაგნიტური შეღწევადობებია.

ასეთ ამოცანას პირველად შეეხო თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამოყენებითი ელექტროდინამიკის ლაბორატორიის თანამშრომელი კ. თავზარაშვილი თავის სადისერტაციო ნაშრომში, სადაც სამგანზომილებიანი დიფრაქციის ამოცანების დ.გ. მეთოდით ამოხსნისას დამხმარე გამომსხივებლებად შემოთავაზებული იყო ელემენტარული ელექტრული დიპოლები. კონკრეტული მაგალითის სახით ამოხსნილი იყო დიფრაქციის ამოცანა მარტივ გეომეტრიულ ფიგურებზე და ასევე IEEE Benchmark N5 ტესტური ამოცანა, დიფრაქციის ამოცანა ღია-ღრუ ზედაპირის მქონე სფეროზე. აღნიშნულ ნაშრომში არ იყო ბოლომდე გამოკვლეული ასეთი ტიპის გეომეტრიებისთვის დიფრაქციული მახასიათებლების თავისებურებანი. რის საშუალებასაც იძლევა დ.გ. მეთოდი. მოცემულ ნაშრომში წარმოდგენილია რთული ფორმის ღია-ღრუ სხეულებზე დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნა და მათი თავისებურებების გამოკვლევა.



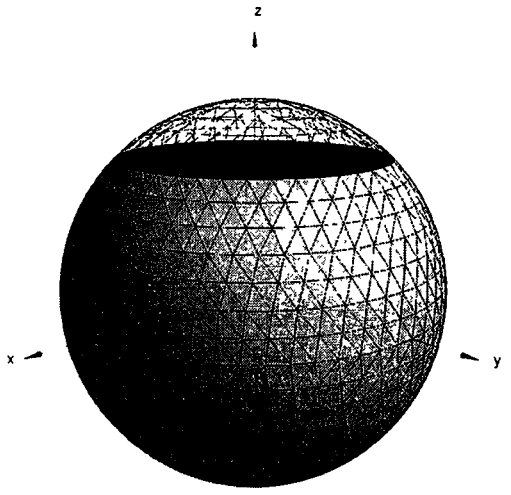
ნახ 1.4

l -წარმოსახვითი ზედაპირი
l_1 -შიდა დამხმარე ზედაპირი
l_2 -გარე დამხმარე ზედაპირი

ძნელი არ არის იმის დანახვა რომ, მოცემული მიდგომა კოლოკაციის წერტილში ოთხ სასაზღვრო პირობას საჭიროებს. სრული ველის ელექრტული დაძაბულობის ვექტორის ტანგენციალური მდგენლის ნულთან ტოლობის აღწერა მეტალური ზედაპირის ორივე მხარეს ორ-ორ პირობას მოითხოვს. ასევე წარმოსახვითი ზედაპირის კოლოკაციის წერტილებში (ორი ტანგენციალური მიმართულებით) ელექტრული და მაგნიტური დაძაბულობის ვექტორებისთვის ორ-ორი პირობა იწერება. თუ საშუალოდ, ტალღის სიგრძის კვადრატის ფართზე კოლოკაციის წერტილების რაოდენობაა 25-49, მაშინ საჭირო უცნობთა რაოდენობა ოთხჯერ მეტია 100-196. ამოცანა საბოლოოდ წრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნამდე დაიყვანება. რიცხვითი გამოთვლებისთვის

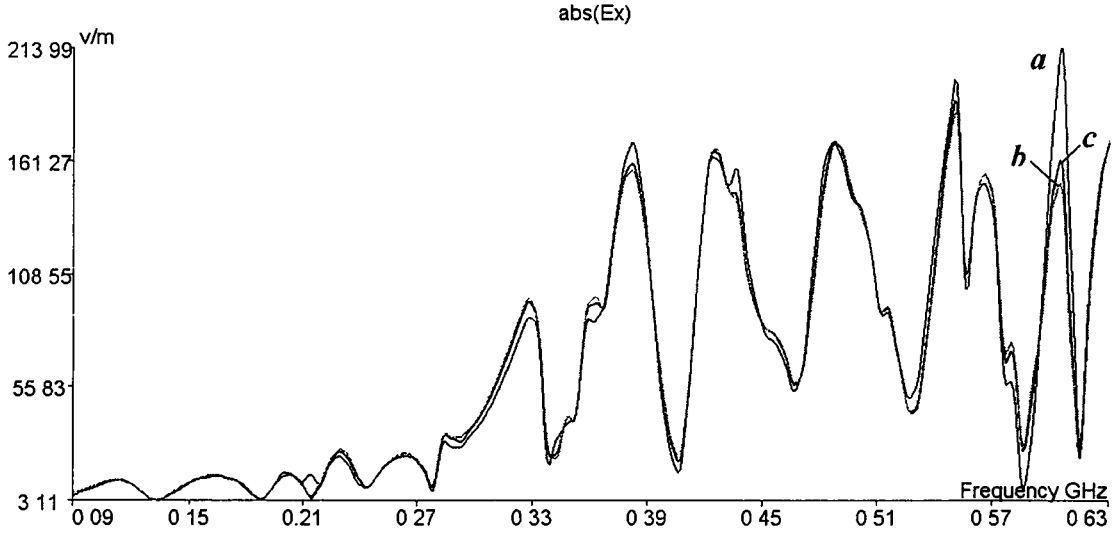
დიდი მნიშვნელობა აქვს დამხმარე ზედაპირების აგებას და მათზე დამხმარე წყაროების ორიენტირებას. როგორც აღინიშნა კოლოკაციის წერტილებში, ზედაპირის მხებ სიბრტყეში განიმარტება ორი ტანგენციალური მიმართულება. ეს ტანგენციალური მიმართულებები განსაზღვრავენ დამხმარე წყაროების (ჰერცის დიპოლების) ორიენტაციას. ხოლო წყაროების წანაცვლება კოლოკაციის წერტილებიდან ზედაპირის ნორმალის გასწვრივ ხდება. ამ შენიშვნების გათვალისწინება აადვილებს წრფივ განტოლებათა სისიტემის ისეთ სახემდე მიყვანას, რომელიც რიცხვითი გამოთვლებისთვის უფრო ხელსაყრელია. კერძოდ, ისეთ სისტემამდე, რომელშიც თითოეულ სტრიქონში მოდულით მაქსიმალური ელემენტი დიაგონალზეა განლაგებული.

ღია ზედაპირის ჩაკეტილამდე შევსების მეთოდით ელექტროდინამიკური მახასიათებლების გამოკვლევის მართებულობის შესასწავლად აუცილებელია მისი შემოწმება კონკრეტულ რეზონანსულ სტრუქტურაზე. ასეთ რეზონატორად აღებულია 1მ რადიუსის მქონე წაკვეთილი სფერო, რომლის ცენტრი კოორდინატთა სათავეშია მოთავსებული (ნახ.1.5). წაკვეთილია სფეროს ყველა ის წერტილი, რომლის z კოორდინატი აღემატება $\frac{2}{2}$-ს. მოცემული სხეულისთვის წარმოსახვით ზედაპირს წარმოადგენს წაკვეთილი ნაწილი, ხოლო დაცემული ელექტრომაგნიტური ტალღის წყაროს კი - ჰერცის დიპოლი. განხილულია კონკრეტული შემთხვევა, როდესაც დიპოლი მდებარეობს კოორდინატებში (-1, -1, 2). მისი დიპოლური მომენტი შემდეგი ფორმულით გამოითვლება: $\vec{P} = -i\frac{I * \vec{\ell}}{\omega}$ (1.18), სადაც დენის ძალა I 1 ამპერის ტოლია, ხოლო $\vec{\ell} = (0,1,0)$. შემოწმებულია ამოცანის ამოხსნის კრებადობა (0.0, 0.0 0.7) წერტილში, 0.09 - 0.635GHz სიხშირულ დიაპაზონში.



ნახ1 5
წაკვეთილი სფერო

კრებადობის შესამოწმებლად აღებული იყო 362, 715, 1056 კოლოკაციის წერტილების მქონე წაკვეთილი სფეროს მოდელები. აღნიშნული შემთხვევებისთვის (ნახ. 1.6-1.11) გრაფიკებზე მოცემულია ამ წერტილში ელეტრული და მაგნიტური დაძაბულობის ვექტორების მდგენელების აბსოლუტური მნიშვნელობების დამოკიდებულება სიხშირეზე.



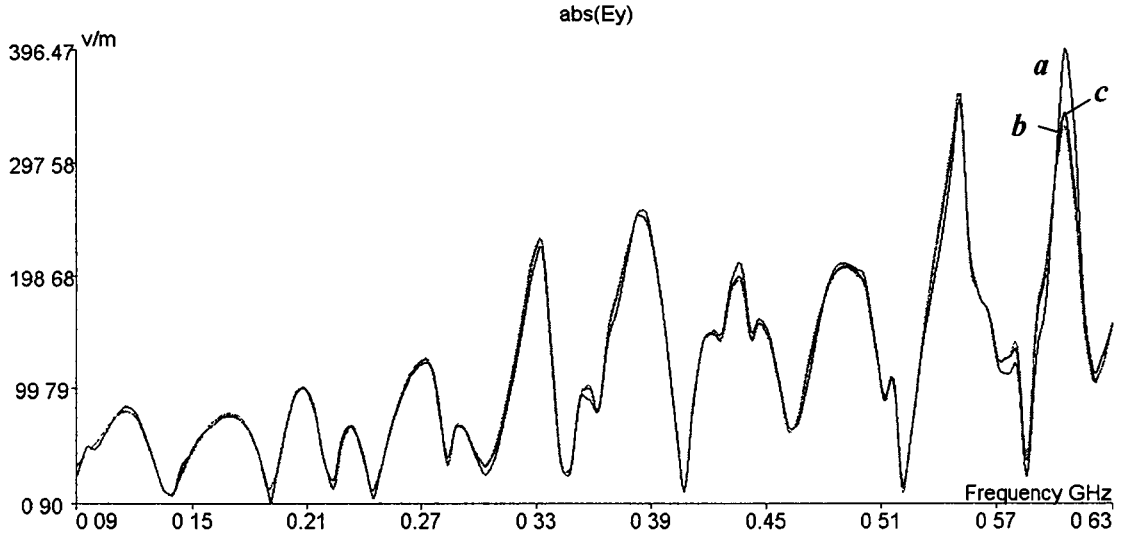
ნახ 1 6

(0.0,0.0,0.7) წერტილში ელექტრული ველის დაძაბულობის ვექტორის Ex მდგენლის აბსოლუტური მნიშვნელობის დამოკედბულება სიხშირეზე ელემენტარული დიპოლის ადგილმდებარეობა (-1,-1,2)

a) მრუდი 362 კოლოკაციის წერტილის მქონე მოდელისთვის

b) მრუდი 715 კოლოკაციის წერტილის მქონე მოდელისთვის

c) მრუდი 1056 კოლოკაციის წერტილის მქონე მოდელისთვის



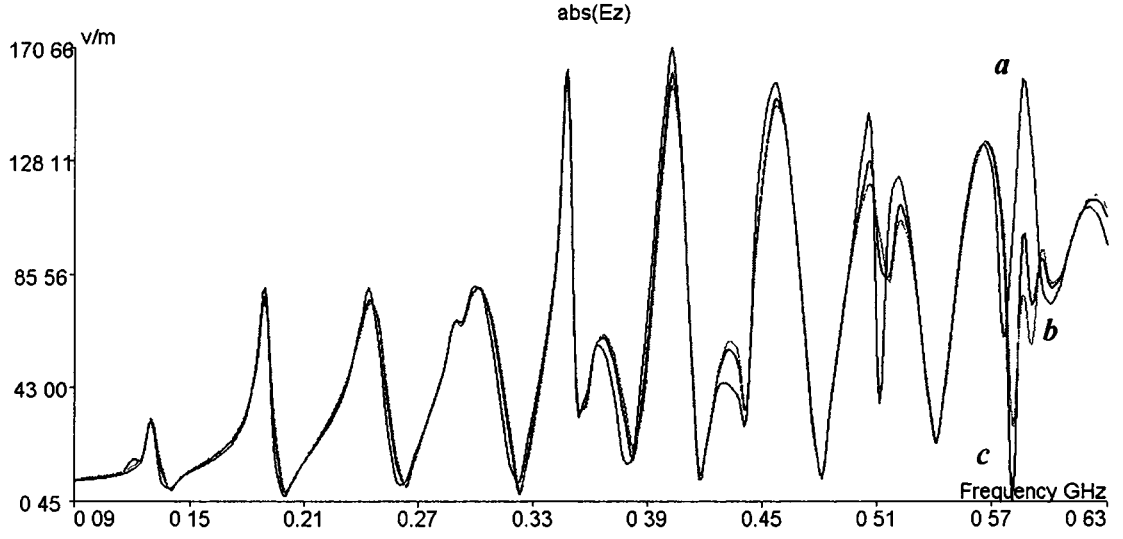
ნახ 1.7.

(0.0,0 0,0.7) წერტილში ელექტრული ველის დაძაბულობის ვექტორის Ey მდგენლის აბსოლუტური მნიშვნელობის დამოკიდებულება სიხშირეზე.ელემენტარული დიპოლის ადგილმდებარეობა (-1,-1,2).

a)წითელი მრუდი 362 კოლოკაციის წერტილის მქონე მოდელისთვის

b)წითელი მრუდი 715 კოლოკაციის წერტილის მქონე მოდელისთვის

c)წითელი მრუდი 1056 კოლოკაციის წერტილის მქონე მოდელისთვის



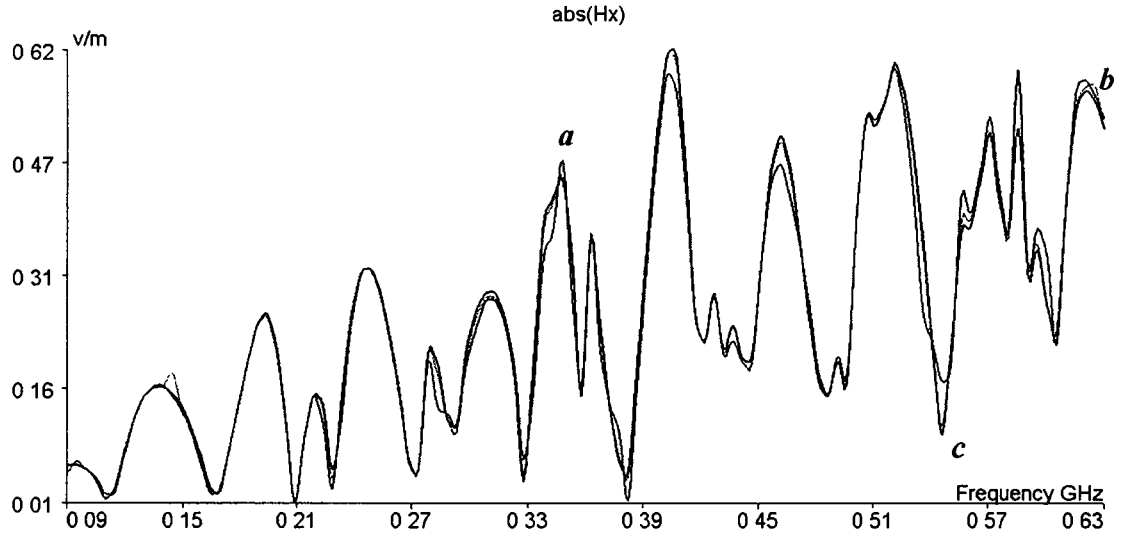
ნახ 1.8

(0.0,0.0,0.7)წერტილში ელექტრული ველის დაძაბულობის ვექტორის Ez მდგენლის აბსოლუტური მნიშვნელობის დამოკიდებულება სიხშირეზე.ელემენტარული დიპოლის ადგილმდებარეობა (-1,-1,2)

a) მრუდი 362 კოლოკაციის წერტილის მქონე მოდელისთვის.

b) მრუდი 715 კოლოკაციის წერტილის მქონე მოდელისთვის.

c) მრუდი 1056 კოლოკაციის წერტილის მქონე მოდელისთვის.



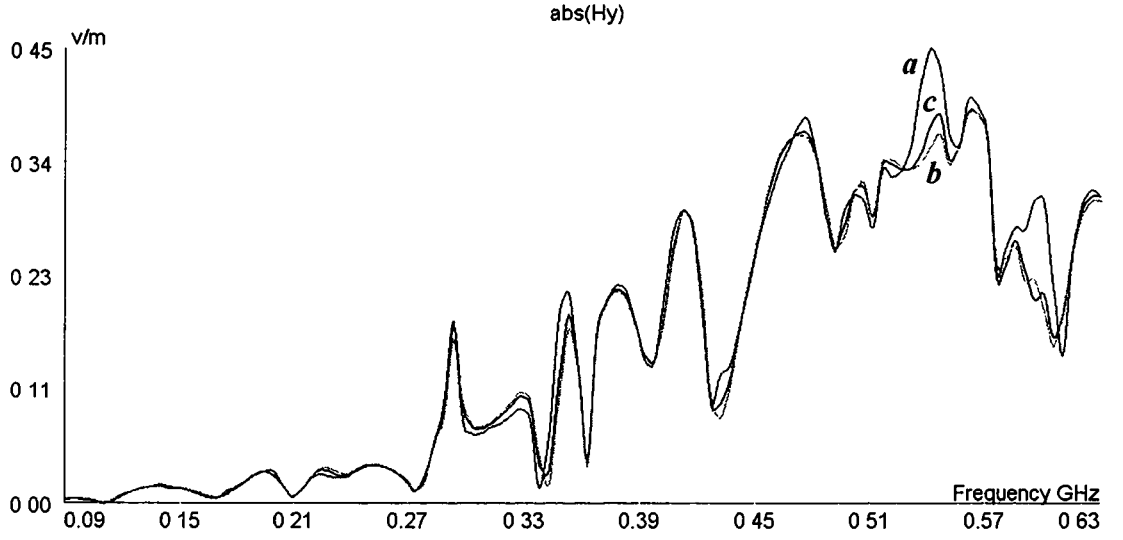
ნახ.I.9.

(0.0,0.0,0.7)წერტილში მაგნიტური ველის დაძაბულობის ვექტორის Hx მდგენლის აბსოლუტური მნიშვნელობის დამოკიდებულება სიხშირეზე.ელემენტარული დიპოლის ადგილმდებარეობა (-1,-1,2)

a) მრუდი 362 კოლოკაციის წერტილის მქონე მოდელისთვის.

b) მრუდი 715 კოლოკაციის წერტილის მქონე მოდელისთვის.

c) მრუდი 1056 კოლოკაციის წერტილის მქონე მოდელისთვის



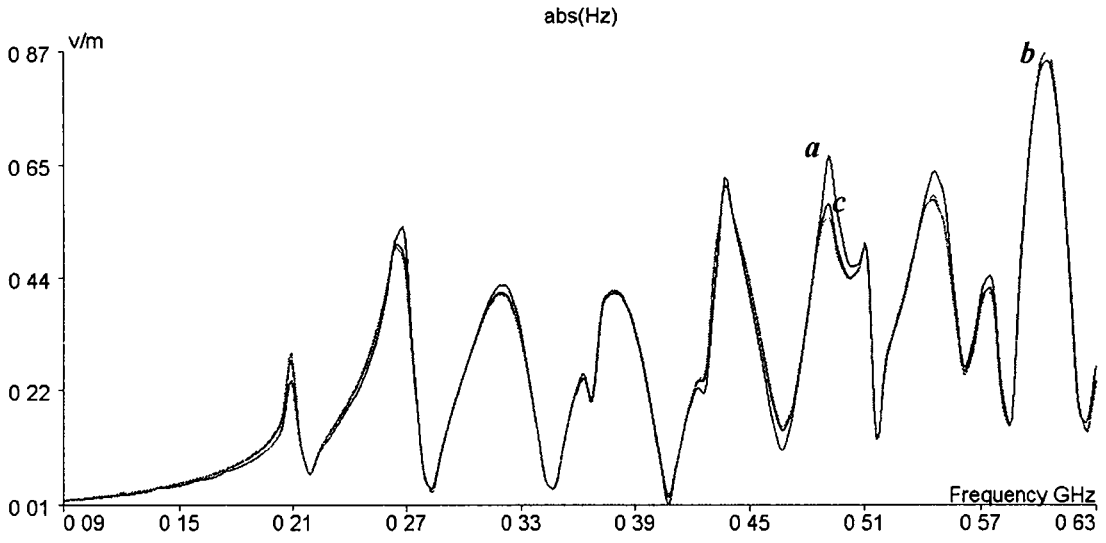
ნახ.I.10

(0.0,0.0,0.7)წერტილში მაგნიტური ველის დაძაბულობის ვექტორის Hy მდგენლის აბსოლუტური მნიშვნელობის დამოკიდებულება სიხშირეზე.ელემენტარული დიპოლის ადგილმდებარეობა (-1,-1,2)

a) მრუდი 362 კოლოკაციის წერტილის მქონე მოდელისთვის.

b) მრუდი 715 კოლოკაციის წერტილის მქონე მოდელისთვის.

c) მრუდი 1056 კოლოკაციის წერტილის მქონე მოდელისთვის



ნახ 1 11.

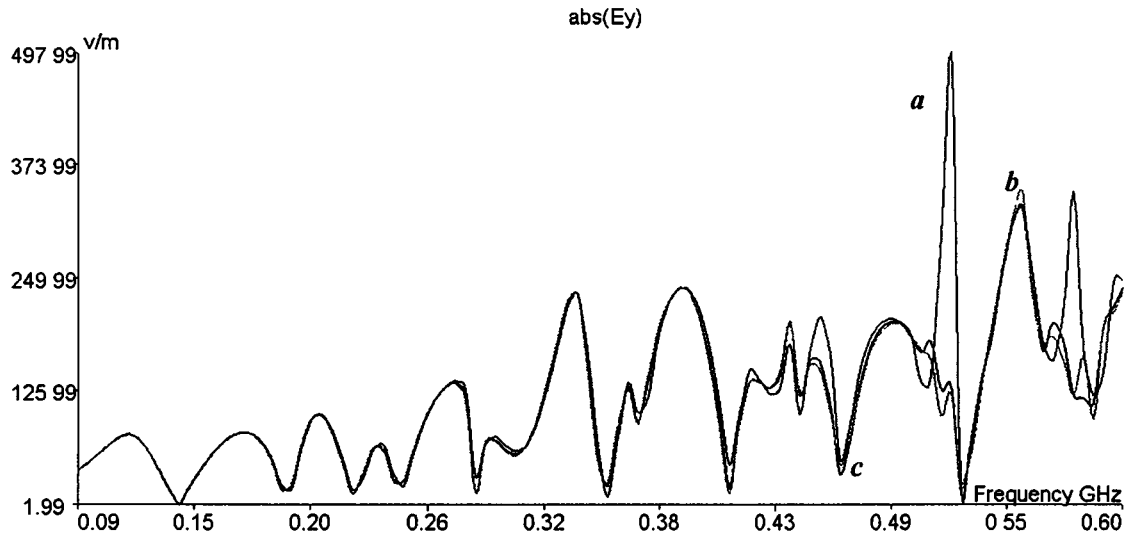
(0 0,0 0,0.7) წერტილში მაგნიტური ველის დაძაბულობის ვექტორის Hz მდგენლის აბსოლუტური მნიშვნელობის დამოკიდებულება სიხშირეზე. ელემენტარული დიპოლის ადგილმდებარეობა (-1,-1,2)

a) მრუდი 362 კოლოკაციის წერტილის მქონე მოდელისთვის

b) მრუდი 715 კოლოკაციის წერტილის მქონე მოდელისთვის

c) მრუდი 1056 კოლოკაციის წერტილის მქონე მოდელისთვის

ღია მეტალურ ზედაპირების წარმოსახვითი ზედაპირით ჩაკეტვის და დ.გ.მ.-ით დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნის მეთოდიკის გამოყენების და გამოთვლებით მიღებული შედეგების სისწორის შემოწმების მიზნით ზემოთ აღწერილი ამოცანა ამოხსნილი იყო მომენტების მეთოდით, რომლის საბაზისო ფუნციებს სამკუთხა ოსცილატორები წარმოადგენდნენ. მიღებული შედეგები შედარებულ იქნა დ.გ.მ.-ით ჩატარებული გამოთვლების შედეგებთან (ნახ.1.12-1.15). ნახ.1.12-ზე მოცემულია მომენტების მეთოდით მიღებული შედეგები, მოცემულია სამი გრაფიკი, რომლებიც ასახავს (0.0, 0.0, 0.7) წერტილში E_y მდგენლის დამოკიდებულებას სიხშირეზე და ამოცანის ამოხსნის კრებადობას. შევნიშნოთ, რომ ზოგადად მომენტების მეთოდის კრებადობა დამოკიდებულია საძიებელი დენის განაწილების გაშლაში ტალღის სიგრძეზე გამოყენებული ბაზისური ფუნცების რაოდენობაზე. სწორედ ამით იხსნება გრაფიკებზე კარგი კრებადობა დაბალ სიხშირულ არეში და ცუდი მაღალ სიხშირეებზე.



ნახ.1.12.

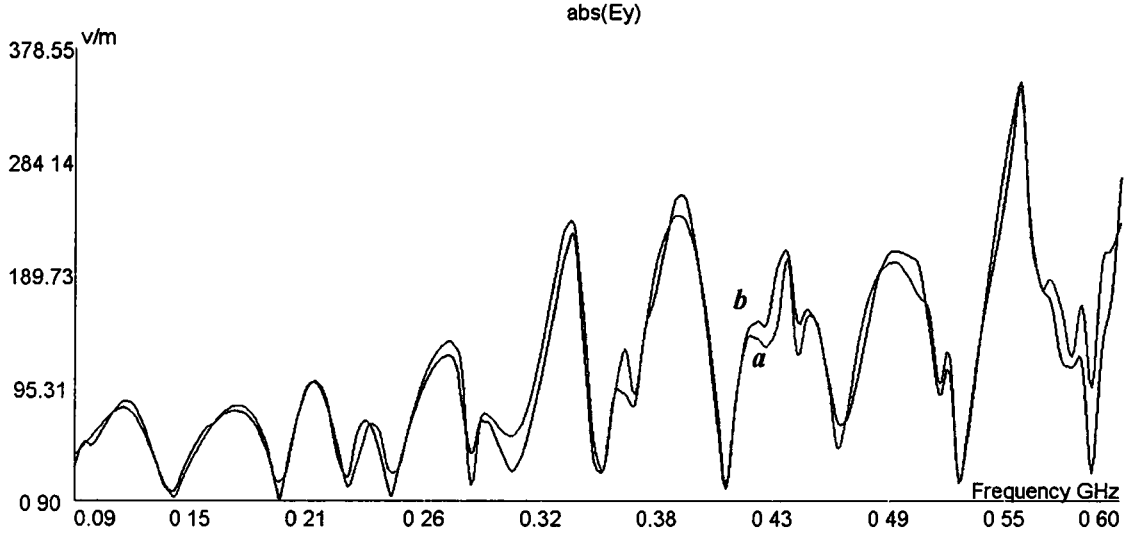
E_y დამოკიდებულება სიხშირეზე

მომენტების მეთოდით ჩატარებული გამოთვლები.

a).935 უცნობით

b).1831 უცნობით

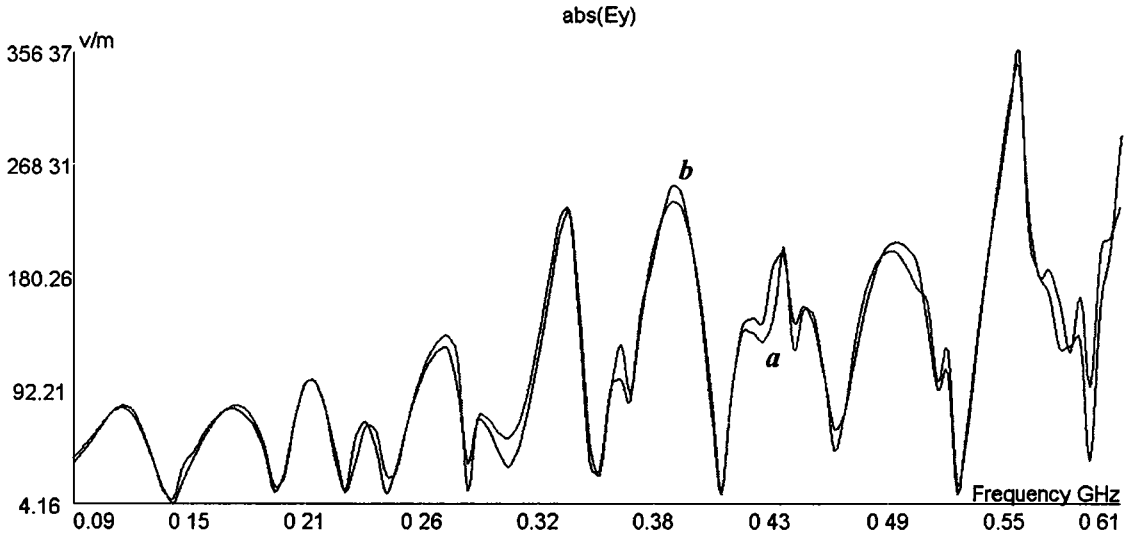
c).2724 უცნობით



ნახ.1.13

E_y დამოკიდებულება სიხშირეზე

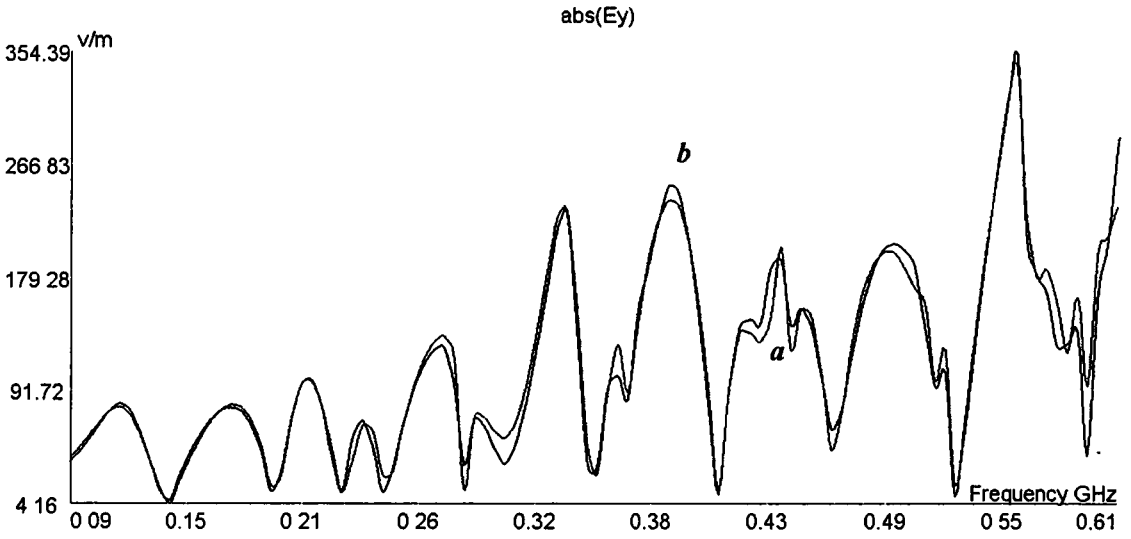
a) მომენტების მეთოდით, 2724 უცნობით, b) დ.გ.მ-ით, 1448 უცნობით



ნახ 1.14

E_y დამოკიდებულება სიხშირეზე

$a)$ მომენტების მეთოდით, 2724 უცნობით, $b)$ დ.გ.მ 2860



ნახ.1.15

E_y დამოკიდებულება სიხშირეზე

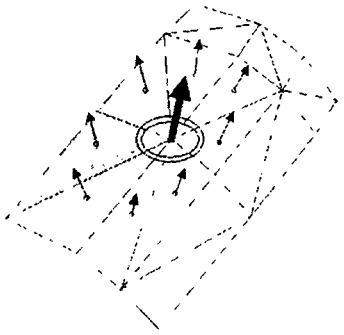
$a)$ მომენტების მეთოდით, 2724 უცნობით, $b)$ დ გ.მ 4224

როგორც ნახ.1.13-1.15-დან ჩანს წაკვეთილ მეტალურ სფეროზე ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნა დ.გ.მ.-ით კარგ შედეგებს იძლევა. დ.გ.მ.-ით მიღებული შედეგები უჩვენებს, რომ ამოცანის ამოხსნის კრებადობა კარგია, როგორც დაბალი ასევე მაღალი სიხშირეების შემთხვევაში. ეს ერთერთი მნიშვნელოვანი თვისებაა დ.გ.მ.-ისა, რომელიც განასხვავებს ამ მეთოდს სხვა მეთოდებისგან. ნახ.1.13-ზე მოცემული შედარება გვიჩვენებს, რომ ამ კონკრეტულ მაგალითში დ.გ.მ.-ს გაცილებით ნაკლები უცნობის გამოყენება დასჭირდა იგივე შედეგის მისაღებად. მიუხედავად იმისა, რომ ველის აღსაწერად დ.გ.მ. საჭიროებს გამომსხივებლების განლაგებას მეტალური და წარმოსახვითი ზედაპირის ორივე მხარეს, ჩვენს მიერ განხილულ ამოცანაში ამ მეთოდს გაცილებით მეტი ეფექტურობა გააჩნია, ვიდრე მომენტების მეთოდს. თუმცა უნდა აღინიშნოს, რომ საზოგადოდ ეს ასე არ არის, კერძოდ თუ ღია მეტალური სტრუქტურის ფართი ბევრად მცირეა დასამატებელი წარმოსახვითი ზედაპირის ფართზე, ასეთ შემთხვევაში დ.გ.მ. –ს გამოყენება არ არის რაციონალური, რადგან წარმოსახვით ზედაპირზე ველის უწყვეტობის უზრუნველყოფისთვის შემოღებული უცნობთა რაოდენობა მნიშვნელოვნად გაზრდის გამოთვლების დროს.

§1.4 დ.გ.მ.-ს ოპტიმიზაციისთვის დისკრეტული ფორმით მოცემული ზედაპირების გაგლუვება

რთული გეომეტრიული ფორმის მქონე სხეულების შემომსაზღვრელი ზედაპირების ანალიზურად აღწერა ხშირად სირთულეებთან არის დაკავშირებული. ასეთ შემთხვევებში მიმართავენ ზედაპირის დისკრეტიზაციას ანუ მის წარმოდგენას სასრული რაოდენობის წერტილებით, რომლებიც სამკუთხედების ან ოთკუთხედების საშუალებით არიან დაკავშირებული ერთმანეთთან. დ.გ.მ. უპირატესობას ანიჭებს ანალიზურ ზედაპირებს, მაგრამ პრაქტიკული ამოცანების უმრავლესობაში გეომეტრიული მოდელი, სწორედ ასეთი დისკრეტული სახით არის მოცემული. ამ პარაგრაფში აღწერილია დისკრეტულად მოცემული გეომეტრიის დამუშავების ორი მიდგომა, რომელიც საშუალებას იძლევა ეფექტურად გამოვიყენოთ დ.გ.მ. ასეთ სხეულებზე დიფრაქციის ამოცანების მოდელირებისას.

პირველ მიდგომაში კოლოკაციის წერტილებად ვირჩევთ მოცემული მრავალწახნაგა ფიგურის წვეროებს, როგორც უკვე ზემოთ აღვნიშნეთ დ.გ.მ.-ს ეფექტურობისთვის საჭიროა დ.გ-ების განლაგება კოლოკაციის წერტილებში ზედაპირისადმი აღმართულ ნორმალებზე. ამის გაკეთება მრავალწახნაგა ფიგურის შემთხვევაში აზრს მოკლებულია, ვინაიდან ამ წერტილებში უპირატესი მიმართულება არ არსებობს, ანუ ამ წერტილში ზედაპირის ნორმალი არ არის განსაზღვრული, ამრიგად განმარტებას მოითხოვს ნორმალი და ტანგენციალური მიმართულებები. სასაზღვრო პირობები უნდა სრულდებოდეს არა მარტო წვეროებში არამედ სამკუთხედების მთელ ფართზეც. ზოგადად ყოველ წვეროს ქმნის რამდენიმე



ნახ.1.16
მრავალწახნაგის წვეროს ნორმალი

სამკუთხედი, ამიტომაც ნორმალის შერჩევას ვახდენთ ისე, რომ სასაზღვრო პირობების შესრულება რაღაც აზრით ერთნაირი იყოს ყველა სამკუთხედზე. ამ მოსაზრებით შემოთავაზებულია წვეროში ნორმალის განსაზღვრა წვეროსთან თავმოყრილი საკუთხედების ნორმალების საშუალებით, რომლებსაც გარკვეული წონები აქვთ მინიჭებული. (ხაზი უნდა გაესვას იმ ვითარებას, რომ სამკუთხედები ქმნიან ჩაკეტილ ზედაპირს, ამიტომ ყველა ნორმალი მკაცრად ორიენტირებული უნდა იყოს გარე არისკენ.). ამ წონებს განსაზღვრავენ სამკუთხედის ის კუთხეები, რომლებიც თავს იყრიან წვეროსთან. (ნახ1.16).

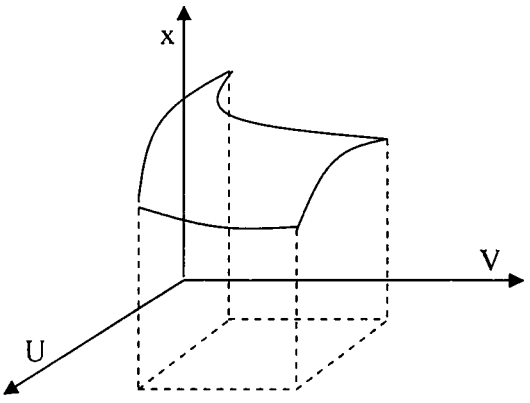
შესაძლებელია კოლოკაციის წერტილების არჩევის სხვა ვარიანტებიც, მაგალითად: სამკუთხედების მედიანების გადაკვეთის წერტილები. აქ ნორმალი სამკუთხედის ნორმალს შეესაბამება. ასევე შესაძლებელია კოლოკაციის წერტილებად ავიღოთ წიბოების შუა წერტილები, სადაც ნორმალი მეზობელი სამკუთხედების ნორმალებით განისაზღვრება. ტანგენციალური მიმართულებების არჩევა შესაძლებელია, როგორც ნებისმიერად, ასევე იგივე მოსაზრების გათვალისწინებით. კოლოკაციის წერტილების ტანგენციალების განმარტების შემდეგ შესაძლებელია კოლოკაციის წერტილებიდან ნორმალის მიმართულებით შიდა და გარე დამხმარე ზედაპირების აგება და დამხმარე გამომსხივებლების განლაგება.

ბუნებრივი მოსაზრებებიდან გამომდინარე დ.გ. მეთოდი ეფექტურად აღწერს გაბნეულ ველს იმ შემთხვევაში, როცა §1.2 აღნიშნული (τ_u, τ_v) მიმართულებები ემთხვევა ზედაპირის მთავარი სიმრუდეების მიმართულებებს კოლოკაციის წერტილში. სწორედ მთავარი მიმართულებების განსაზღვრის მიზნით მოტივირებულია მეორე მიდგომა - ანალიზური ზედაპირის აგება დისკრეტულად მოცემულ წერტილებზე.

ეს შემდეგნაირად ხორციელდება:

1)პოლიგონებით მოცემული გეომეტრია იკვეთება პარალელურ სიბრტყეტა ოჯახით. კვეთებში მიღებული მრავალკუთხედებზე იგება მომვლებები.

2) მიღებული მომვლებების ეს ოჯახი იკვეთება რამდენიმე (მინიმუმ ორი) სიბრტყით და კვეთაში მიღებულ მრავალკუთხედზე ასევე იგება მომვლებები.



ნახ 1 17
ანალიზური ზედაპირის აგების გეომეტრია მომვლების დახმარებით

3) მომვლებებით შემოსაზღვრულ ჩაკეტილ კონტურებში ხდება გლუვი ზედაპირების აგება. კერძოდ ამ ზედაპირს ვეძებთ შემდეგნაირი ფორმით, $x(u,v) = \alpha_x(v) f_{1x}(u) + \beta_x(v) f_{2x}(u)$ ანუ ვხსნით წრფივ ერთგვაროვან განტოლებათა სისტემას α_x და β_x ფუნქციების მიმართ:

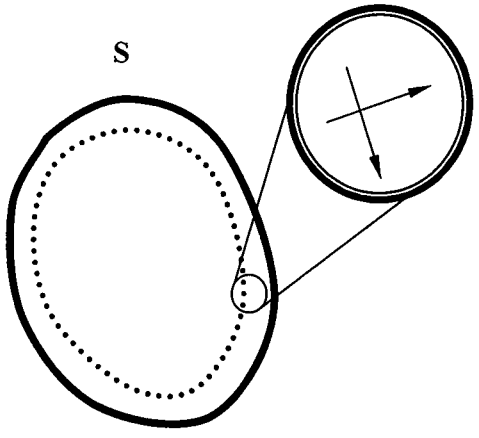
$$\begin{cases} x(u_2, v) = \alpha_x(v) f_{1x}(u_2) + \beta_x(v) f_{2x}(u_2) = f_{3x}(v) \\ x(u_1, v) = \alpha_x(v) f_{1x}(u_1) + \beta_x(v) f_{2x}(u_1) = f_{4x}(v) \end{cases}$$

ზოგადობის შეუზღუდავად შეგვიძლია ვიგულისხმოთ მიღებული განტოლებათა სისტემის დეტერმინანტი ნული არ არის. აქ $f_{1x}(u), f_{2x}(u), f_{3x}(u), f_{4x}(u)$ აგებული მომვლებების x მდგენელების ის უბნებია, რომლებიც ნახ.1.17-ზე მოცემული ჩარჩოს გვერდებს წარმოადგენენ. ანალოგიურად ვპოულობთ ზედაპირის y და z მდგენელებსაც. ამრიგად მიღებული ანალიზური ზედპირისთვის კარგად ცნობილი გაუსის მეორე ფორმის საშუალებით ვპოულობთ კოლოკაციის წერტილებში მთავარი სიმრუდეების მიმართულებებს და რადიუსებს. ეს მონაცემები საშულებას გვაძლევს განვსაზღვროთ დ.გ.-ის განლაგების შესაძლო არეები გაბნეული ველის განსაკუთრებულობების გათვალისწინებით.

§1.5 ჰერცის დიპოლებისგან შემდგარი სისტემის მიერ უსასრულობაში გადასხივებული ენერგიის განსაზღვრა

გამოყენებითი ელ-დინამიკის რიგ ამოცანებში, ისეთებში როგორიცაა დიფრაქციის ამოცანა მეტალურ, დიელექტრიკულ ან მშთანთქმელ სხეულებზე, დიდ ინტერესს წარმოადგენს ამოხსნილი ამოცანის ენერგეტიკული ბალანსის შეფასება, ამ სისტემის ელ-დინამიკური თვისებების შესწავლის მიზნით. ძალზედ სასურველია დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდით ამოხსნილ ამოცანებში ენერგიის დათვლა სწრაფი და ზუსტი ალგორითმის საშუალებით. ეს დაიყვანება სივრცეში ნებისმიერად ორიენტირებული და განლაგებული ჰერცის დიპოლების ერთობლიობის მიერ გადასხივებული ენერგიის განსაზვრის ამოცანაზე.

დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდის თავისებურება იმაში მდგომარებს რომ, გაბნეული ველი აღიწერება სხეულის ზედაპირის შიგნით გარკვეულ მანძილზე მდებარე დიპოლების მეშვეობით (დიპოლების განლაგება უნდა მოიცავდეს გაბნეული ველის განსაკუთრებულობებს), რომელთა კოეფიციენტები განისაზვრება სასაზღვრო პირობის შესრულებით. წყაროების ზედაპირიდან დაცილების მიუხედავად გაბნეული ველის ენერგია, ამოცანის ამოხსნისას არ განსხვავდება სხვა მეთოდებით ან კიდევ რიგ ამოცანებში ანალიზურად ჩატარებული გამოთვლების შედეგებისგან, ვინაიდან ზოგადად ცნობილია, რომ ჩაკეტილი ზედაპირიდან გამომავალი ნაკადი დამოკიდებულია, მხოლოდ მის შიგნით წყაროს არსებობაზე და არა ზედაპირის ფორმაზე (გაუსის



ნახ.1 18
გამბნევი S სხეული მოდელირებული დამხმარე ზედაპირზე განლაგებული ჰერცის დიპოლებით დ.გ.მ.-ში

თეორემა ელექტროსტატიკის შემთხვევაში, ელექტროდინამიკაში – პოინტინგის ვექტორი).

როგორც ცნობილია, მოცემულ ტალღურ ზონაში პოიტინგის ვექტორს (პერიოდის განმავლობაში ფართის ერთეულში გამავალი საშუალო ენერგიას) აქვს შემდეგი სახე:

$$\vec{S} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}[\vec{E}\,\vec{H}^{*}] \qquad (1.19)$$

სადაც, $\vec{E}, \vec{H}^{*}$ ველის შესაბამისი ვექტორების ასიმპტოტური მნიშვნელობებია (*-ით აღნიშნულია კომპლექსურად შეუღლებული). ფიზიკური აზრი აქვს ამ სიდიდის რეალური ნაწილის საშუალო მნიშვნელობას პერიოდის განმავალობაში (როგორც კომპლექსური რიცხვის ერთადერთ გაზომვად სიდიდეს).

დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნის შემდეგ ენერგეტიკული მახასიათებლების განსასაზღვრად (1.19)-ში ელექტრული და მაგნიტური ველის გამოსახულებები იცვლება ყველა დიპოლის ველის სუპერპიზიციით. ამ ამოცანის პირდაპირი რიცხვითი გამოთვლები მოითხოვს დიდი გამოთვლით დროს თანამედროვე პერსონალურ კომპიუტერზეც კი. ქვემოთ წარმოდგენილია (1.19)-ის ანალიზური გარდაქმნა, რაც საბოლოო შედეგად მნიშვნელოვნად ამცირებს გამოთვლისთვის საჭირო დროს და ზრდის ენერგეტიკული მახასიათებლების მნიშვნელობების განსაზღვრის სიზუსტეს.

ელემენტარული ელექტრული დიპოლების სისტემის მიერ გამოსხივებული ველის ვექტორების ასიმპტოტური მნიშვნელობები განისაზღვრება როგორც [52]:

$$\bar{\mathrm{E}} \cong -\frac{k^2}{4\pi\varepsilon}\sum_{i=0}^{N}\left[\vec{R}_0\left[\vec{R}_0\vec{p}_i\right]\right]\frac{e^{ikr}}{r}\,,\quad \bar{\mathrm{H}} \cong \frac{k^2}{4\pi\ \varepsilon\mu}\sum_{i=0}^{N}\left[\vec{R}_0\vec{p}_i\right]\frac{e^{ikr}}{r}\,, \qquad (1.20)$$

სადაც N დიპოლთა (დენის ელემენტთა) რაოდენობაა, $\vec{p}_i$ არის i-ური დიპოლის დიპოლური მომენტი, ხოლო $\vec{R}_0$ ერთეულოვანი ვექტორია, რომელიც დიპოლიდან დაკვირვების წერტილისკენ არის მიმართული. k ტალღური

რიცხვია გარემოში, $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ და $\mu = \mu_0 \mu_r$ გარემოს დიელექტრიკული და მაგნიტური შეღწევადობებია. ნულოვან შესაკრებს პირველადი ველის წყარო წარმოადგენს. (2)-ის ჩასმით (1)-ში და მიღებული გამოსახულების ინტეგრირებით შორ ზონაში სისტემის მომცველ ზედაპირზე, მივიღებთ უსასრულობაში გადასხივებული ენერგიის ნაკადს.

$$P = \frac{1}{2}\int_s \mathrm{Re}[\bar{E}\bar{H}^*] = -\frac{k^4}{32\pi^2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,\mathrm{Re}\left(\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} e^{i(\varphi_i-\varphi_j)}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}(\bar{R}_0[\bar{R}_0\bar{p}_i]][\bar{R}_0\bar{p}_i]]\bar{R}_0)e^{ik(\bar{R}_0(\bar{r}_i-\bar{r}_j))}\sin\theta d\vartheta d\varphi\right) \quad (1.21)$$

(3)-ში ვექტორული ნამრავლის გაშლის შემდგომ მივიღებთ:

$$P = -\frac{k^4}{32\pi^2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,\mathrm{Re}\left(\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} e^{i(\varphi_i-\varphi_j)}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}((\bar{R}_0\bar{p}_i)(\bar{R}_0\bar{p}_j)-(\bar{p}_i\bar{p}_j))e^{ik(R_0(\bar{r}_i-\bar{r}_j))}\sin\theta d\vartheta d\varphi\right) \quad (1.22)$$

ამრიგად ამოცანა დაიყვანება (1.22) გამოსახულებაში ინტეგრალის ანალიზურ გამოთვლაზე. ანალიზური გარდაქმნებით (1.22) ინტეგრალი დადის შემდეგ გამოსახულებამდე:

$$P = -\frac{k^4}{32\pi^2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,\mathrm{Re}\left[\sum_{i=0}^{N}\sum_{j=0}^{N} f_{i,j}e^{i(\varphi_i-\varphi_j)}\right], \quad (1.23)$$

სადაც $f_{i,j} = \pi\left(f_{i,j}^1\cdot\left(\left(\bar{p}_i\bar{p}_j\right)-3p_{ij}\right)-f_{i,j}^2\cdot\left(\left(\bar{p}_i\bar{p}_j\right)-p_{ij}\right)\right),$ (1.24)

$$f_{i,j}^1 = \frac{4}{(kr_{ij})^2}\left(\frac{\sin(kr_{ij})}{(kr_{ij})}-\cos(kr_{ij})\right), \qquad f_{i,j}^2 = \frac{4\sin(kr_{ij})}{(kr_{ij})}, \qquad p_{ij} = \frac{(\bar{p}_i\bar{r}_{ij})(\bar{p}_j\bar{r}_{ij})}{r_{ij}^2},$$

$\bar{r}_{ij} = \bar{r}_i - \bar{r}_j$. როცა $i = j$ ან $r_i = r_j$ მე-(1.24)-ე გამოსახულება ზღვარზე გადასვლით გვაძლევს $f_{i,j} = -\frac{8}{3}\pi\left(\bar{p}_i\bar{p}_j\right)$.

(1.23)-დან გამომდინარე მხოლოდ სხეულის მიერ დაგასხივებული სიმძლავრისთვის გვექნება: $P_{sc} = -\frac{k^4}{32\pi^2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,\mathrm{Re}\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} f_{i,j}e^{i(\varphi_i-\varphi_j)}\right]$, (1.25)

ხოლო თვითონ თავისუფალი განმხოლოებული წყაროდან გამოსხივებული ენერგიის სიმძლავრე იქნება: $P_{inc} = -\frac{k^4}{12\pi\varepsilon\sqrt{\varepsilon\mu}}\bar{p}_0^{\,2}$, (1.26)

თუ ელექტრომაგნიტური წყაროს ველში მოვათავსებთ რაიმე სხეულს წარმოიშობა ე.წ. ურთიერთქმედების ენერგია, რომელსაც აქვს სახე:

$$P_{int} = -\left(\vec{j}_0 \vec{E}^*(\vec{r}_0)\right), \qquad (1.27)$$

სადაც, $\vec{E}^*(\vec{r}_0)$ არის სხეულის მიერ წყაროს მდებარეობის ადგილზე, $\vec{r}_0$ წერტილში შექმნილი ველის კომპლექსურად შეუღლებული მნიშვნელობა, $\vec{j}_0 = -\frac{ik\bar{p}_0}{\varepsilon\mu}$. პერიოდის განმავლობაში ამ სიდიდის საშუალო მნიშვნელობისათვის მივიღებთ:

$$P_{int} = -\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{j}_0 \vec{E}^*(\vec{r}_0)\right] \qquad (1.28)$$

მაშასადამე, წყაროდან გამოსხივებული საბოლოო ჯამური სიმძლავრის საპოვნელად უნდა შევკრიბოთ განმხოლოებული თავისუფალი წყაროსა და ამ წყაროსა და სხეულის ურთიერთქმედების სიმძლავრეები:

$$P_{source} = P_{inc} + P_{int}. \qquad (1.29)$$

თუ დიელექტრიკული გარემო ხასიათდება შთანთქმით, მაშინ სტრუქტურის მიერ შთანთქმული ენერგია შეიძლება განისაზღვროს ენერგეტიკული ბალანსიდან: $P_{abs} = P_{source} - P_{total}$ (1.30)

აღვნიშნოთ, რომ (1.21) ინტეგრალი შუალედ სფეროს ზედაპირზე ინტეგრებისას კარგად იკრიბებოდა, როცა $d\varphi = \frac{2\pi}{2000}$ და $d\theta = \frac{\pi}{1000}$ რიგის იყო. მიღებული გამოთვლები ემთხვეოდა ერთმანეთს ორი ნებისმიერად ორიენტირებული დიპოლის შემთხვევაში მძიმის შემდეგ მერვე ნიშნის სიზუსტით. შემდგომ ჩატერებულ იქნა შედარება მეტალურ სფეროზე დიფრაქციის ამოცანის შემთხვევაში (დიპოლების რაოდენობა 588 იყო). ანალიზური ფორმულით ჩატარებულ გამოთვლებს დასჭირდა 0.34 წმ. ხოლო

სფეროს ზედაპირზე ინტეგრებამ, სადაც $d\varphi = \frac{2\pi}{720}$; $d\theta = \frac{\pi}{360}$ 5331წმ.=1სთ 28წთ. 51წმ. გამოთვლები ჩატარდა კომპიუტერზე *Pentium* III 800 *MHz* .

I თავის ძირითადი შედეგები

მოცემულ თავში განხილულია სიხშირულ არეში ელექტრომაგნიტური ტალღების დიფრაქციის ზოგადი მათემატიკური და ფიზიკური ასპექტები, სასაზღვრო ამოცანების ამოსახსნელი ერთერთი მეთოდი, კერძოდ დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდი. ასევე გამოყვანილია ჰერცის დიპოლებისგან შემდგარი სისტემის მიერ გამოსხივებული ენერგიის გამოთვლის ანალიზური ფორმულა.

პირველ პარაგრაფში აღწერილია ელექტრომაგნიტური ტალღების დიფრაქციის ამოცანა სიხშირულ არეში და განხილულია ელექტროდინამიკის სამი ძირითადი სასაზღვრო ამოცანა.

მეორე პარაგრაფში განხილულია დასმული ფიზიკური ამოცანების კვლევის მეთოდი. კერძოდ, დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნა დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდით. მისი ძირითადი თვისებები და შენიშვნები, რომელთა გათვალისწინება მნიშვნელოვანია რიცხვითი გამოთვლების დროს.

მესამე პარაგრაში აღწერილია მიდგომა, რომელიც დ.გ.მ-ით დიფრაქციის ამოცანის ამოსახსნელად ღია მეტალური ზედაპირების შემთხვევაში მის ეფექტურად გამოყენების საშუალებას იძლევა. მიდგომა გამოყენებულია კონკრეტული ობიექტის რეზონანსული მახასიათებლების შესასწავლად. ჩატარებულია შედარებები განსხვავებული მეთოდით მიღებულ შედეგებთან. რიცხვითმა ექსპერიმენტმა აჩვენა დ.გ.მ.-ის კრედობის კარგი უნარი და დ. გამომსხივებლების ფიქსირებული რაოდენობით ფართო სიხშირულ არეში დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნის შესაძლებლობა და უპირატესობა.

მეოთხე პარაგრაში აღწერილია რთული გეომეტრიული ფორმის სხეულზე ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქცის ამოცანის ამოსახსნელად დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდის ეფექტური გამოყენებისთვის საჭირო ამ სხეულის ზედაპირის დამუშავების რამდენიმე მიდგომა.

მეხუთე პარაგრაფში გამოყვანილია მულტი დიპოლური სისტემის მიერ გამოსხივებული ენერგიის ანალიზური ფორმის განსაზღვრა, რომელიც მნიშვნელოვანად ამცირებს კომპიუტერული გამოთვლების დროს და ზუსტ შედეგს იძლევა.

თავი II
ჩაკეტილი მეტალური ზედაპირების მიერ მოცული არეების საკუთარი მნიშვნელობების განსაზღვრა დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდით

მოცემულ თავში განხილულია დახურული იდეალურად გამტარი ჩაკეტილი ზედაპირის მქონე ღრუ სხეულის რეზონანსული სიხშირეების პოვნის ამოცანა და ასეთი ტიპის ამოცანების ზოგადი მათემატიკური და ფიზიკური ასპექტები.

პირველ პარაგრაფში განმარტებულია ოპერატორის საკუთარი მნიშვნელობა და მისი სპექტრი. ზოგადად განხილულია დიფერენციალური და ინტეგრალური ოპერატორების საკუთარი მნიშვნელობების პოვნის არსებული მეთოდები.

მეორე პარაგრაფში ვიხილავთ მიდგომას, რომელშიც დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდზე დაყრდნობით განისაზღვრება დირიხლეს ამოცანის საკუთარი მნიშვნელობები. ამ მიდგომის შემოწმების მიზნით ამოხნილია ამოცანა მეტალური სფეროსთვის, რომლის საკუთარი მნიშვნელობებიკარგად არის ცნობილი ლიტერატურაში.

მესამე პარაგრაფში განხილულია ამოცანა რთული გეომეტრიული ფორმის მეტალური ზედაპირის შემთხვევაში. განალიზებულია მეთოდის გამოყენების პირობები. ნაპოვნია რეზონანსული სიხშირეები და საკუთარი ველების განაწილება.

§ 2.1. ამოცანა საკუთარ მნიშვნელობებზე

განვიხილოთ ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქცია ჩაკეტილ მეტალურ ზედაპირზე, რომელსაც გააჩნია ტალღის სიგრძესთან შედარებით ძალზე მცირე ხვრელი. ნახვრეტის სიმცირის გამო შიგა არეში ველი ფაქტიურად არ შედის, გამონაკლისს წაროადგენს რეზონანსული სიხშირე, როდესაც დაცემული ველის სიხშირე და გამბნევი სხეულის საკუთარი ელექტრომაგნიტური რხევის სიხშირე ერთმანეთს ემთხვევა. ამ დროს ველი სხეულის შიგა არეში სწრაფად იწყებს ზრდას. შევნიშნოთ, რომ რეზონანსული სიხშირეები სხეულის გეომეტრიაზეა დამოკიდებული. ღია ნაწილის არ არსებობის შემთხვევაში ასეთ მოვლენას საერთოდ არა აქვს ადგილი. მიუხედავად ამისა აზრს არ არის მოკლებული ჩაკეტილი მეტალური ზედაპირების მიერ მოცულ არეებისთვის საკუთარი ველების და რხევის სიხშირეების პოვნა და გამოკვლევა, ვინაიდან ეს ორი შემთხვევა მჭიდროდ არის დაკავშირებული. განვიხილოთ ასეთი ტიპის ამოცანების მათემატიკური ასპექტები, კერძოდ მივმართოთ ისეთ მათემატიკურ ცნებას, როგორიც არის ოპერატორის საკუთარი მნიშვნელობა და მეთოდებს, რომლებიც მათ პოვნას ეხება.

წრფივი ოპერატორის საკუთარი მნიშვნელობის განმარტება: წრფივ ვექტორულ L სივრცეზე (λ ველის მიმართ) განსაზღვრული A ოპერატორის საკუთარი მნიშვნელობა (ს.მ.) არის λ ველის ისეთი k ელემენტი, რომლისთვისაც არსებობს არანულოვანი ვექტორი $x \in L$, რომელიც $Ax = kx$ პირობას აკმაყოფილებს. x ვექტორს ეწოდება A ოპერატორის λ საკუთარი მნიშვნელობის საკუთარი ვექტორი. თუ ოპერატორი A წრფივია მაშინ მისი ს.მ. $k \in \lambda$ ველის ისეთი ელემენტია, რომლისთვისაც ოპერატორი $A - kI$ (სადაც I იგივური ოპრერატორია) არაშებრუნებადია. თუ L ვექტორული სივრცე სასრულგანზომილებიანია მაშინ ს.მ. სიმრავლე ემთხვევა $\det|A - kE| = 0$ მახასიათებელი მრავალწევრის ფესვებს. აქ A არის A წრფივი გარდაქმნის

მატრიცა რომელიღაც ბაზისში, ხოლო E ერთეულოვანი მატრიცაა. ს.მ. ჯერადობას უწოდებენ ამ მრავალწევრის ფესვების ალგებრულ ჯერადობას. სასრულგანზომილებიანი სივრცის ნებისმიერი წრფივი გარდაქმნისას ს.მ. სიმრავლე არ არის ცარიელი თუ ეს სივრცე ალგებრულად ჩაკეტილია λ ველის მიმართ. ორივე პირობა, სასრულგანზომილობა და ალგებრულად ჩაკეტილობა არსებითია. სასრულგანზომილებიანი სივრცის წრფივი გარდაქმნის ს.მ. ერთობლიობას წრფივი გარდაქმნის სპექტრი ეწოდება [75].

ხშირად, ფიზიკური მოვლენების აღსაწერად გამოიყენება დიფერენციალური ან ინტეგრალური ოპერატორები. განვიხილოთ ასეთი ტიპის ოპერატორების ს.მ. პოვნის ამოცანები. გამოვყოთ ეს ორი შემთხვევა.

დიფერენციალური ოპერატორებისთვის ს.მ. პოვნის მეთოდები სამ ძირითად ეტაპად იყოფა:

1) ამოცანის უფრო მარტივ, მაგალითად ალგებრულ (დისკრეტულ) სახემდე დაყვანა.

2) დისკრეტული ამოცანის სიზუსტის გამოკვლევა.

3) დისკრეტული ამოცანის ს.მ. გამოთვლა.

დისკრეტულ ამოცანამდე დაყვანა შესაძლებელია ძირითადად ბადის ან პროექციული მეთოდით. ამასთან ბუნებრივია მოვითხოვოთ რომ, დისკრეტულ ამოცანაში შენარჩუნებული იყოს ოპერატორის ძირითადი თვისებები. კერძოდ შესაბამისი ოპერატორის თვითშეუღლების თვისება, დისკრეტულ არგუმენტზე დამოკიდებულ ფუნქციათა სივრცეში.

ინტეგრალური ოპერატორების ს.მ.-ს პოვნის ამოცანა გულისხმობს ს.მ.-ს სრული სპექტრის ან ამ სპექტრის ნაწილის პოვნას. ხშირ შემთხვევებში საკმარისია ერთი ან ორი მოდულით მინიმალური ან მაქსიმალური მნიშვნელობების განსაზღვრა. ერთ-ერთ ყველაზე მნიშვნელოვან ამოცანას წარმოადგენს ფრედგოლმის წრფივი ინტეგრალური ოპერატორის ს.მ. პოვნა. ეს ამოცანა მდგომარეობს ისეთი კომპლექსური λ რიცხვების პოვნაში

რომელთათვისაც არსებობს ინტეგრალური განტოლების არატრივიალური ამონახსნი (მოცემულ ფუნქციონალურ კლასში)

$$kA\varphi = k\int_D K(x,s)\varphi(s)ds = \varphi(x) \qquad (2.1)$$

$K(x,s)$ არის ორი x და s ცვლადის ფუნქცია ან მატრიც-ფუნქცია, რომელსაც ინტეგრალური ოპერატორის ბირთვი ეწოდება; ფუნქციონალური კლასი შეიძლება იყოს უწყვეტი ფუნქციების სივრცე $C(D)$, ან კვადრატით ინტეგრებადი ფუნქციები $L_2(D)$, ან სხვა ფუნქციონალური სივრცეები, სადაც D არეა R^m ევკლიდურ სივრცეში.

ინტეგრალური განტოლების ს.მ. პოვნისთვის გამოიყენება ინტეგრალის აპროქსიმაცია. მაგალითად კვადრატურული ფორმულით აპროქსიმაციისას გვაქვს

$$\int_D K(x,s)\varphi(s)ds \approx \sum_{i=1}^N a_i^{(N)} K(x,s_i)\varphi(s_i) = \tilde{A}\varphi \qquad (2.2)$$

სადაც s_i-კვადრატურული ფორმულის კვანძებია $a_i^{(N)}$ - წონებით.

ამგვარად დგება საკითხი მატრიცის ს.მ. და შესაბამისი ფესვების პოვნისა:

$$k\sum_{i=1}^N a_i^{(N)} K(s_j,s_i)\tilde{\varphi}(s_i) = \tilde{\varphi}(s_j),\ j = 1,\dots,N \qquad (2.3)$$

(2.3) ამოცანის ს.მ. და საკუთარი ვექტორების განსასაზღვრავად შეიძლება ვისარგებლოთ წრფივ ალგებრაში შემუშავებული ნებისმიერი მეთოდით. რაც უფრო ვუახლოვდებით A -ს $\tilde{A}$-ით მით უფრო მცირეა განსხვავება ამ ოპერატორების ს.მ.-ს შორის.

(2.1) და (2.3) ამოცანების ამოხსნების სიახლოვეს იკვლევენ ფუნქციონალური ანალიზის მიახლოებითი მეთოდების ზოგადი თეორიის ფარგლებში. ამასთანავე ამოცანა საკუთარ მნიშვნელობებზე (2.1)-თვის შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ როგორც, ამოცანა საკუთარ მნიშვნელობებზე რაიმე A (სავსებით უწყვეტი) ოპერატორისა, რომელიც მოქმედებს Φ ბანახის სივრცეში:

$$kA\varphi = \varphi \qquad (2.4)$$

ამოცანა (2.3) ინტერპრეტირებულია, როგორც A ოპერატორთან მიახლოებული სხვა $\widetilde{\Phi}$ სივრცეში (რომელიც დაკავშირებულია Φ სივრცესთან) მოქმედი $\widetilde{A}$ ოპერატორის საკუთარ მნიშვნელობების პოვნის ამოცანა:

$$k\widetilde{A}\widetilde{\varphi} = \widetilde{\varphi} \qquad (2.5)$$

მიახლოებითი მეთოდების ზოგად თეორიაში მტკიცდება (2.4) და (2.5) ამოცანების ამონახსნთა სიახლოვე. მაგალითის სახით მოვიყვანოთ შემდეგი: ვთქვათ გვაქვს Φ სივრცეში მოქმედი A_n ოპერატორების მიმდევრობა და

$$\lim_{n\to\infty} \| A_n - A \| = 0$$

მაშინ $\overline{\bigcup_n \sigma(A_n)} \supseteq \sigma(A)$ სადაც $\sigma(*)$ შესაბამისი ოპერატორის სპექტრია. ამ შემთხვევაში ყოველი $\widetilde{\Phi}$ ემთხვევა Φ-ს.

დამხმარე (2.5) ამოცანის ამოხსნით მიღებული ს.მ.-ის ძირითადი A ოპერატორის ს.მ.–თან სიახლოვის შეფასებათა მეთოდების უმრავლესობა არა ეფექტურია: ეს შეფასებები შეიცავს მუდმივებს, რომელთა მნიშვნელობები არ არის ცნობილი. სიზუსტის კონტროლის მიზნით შეიძლება გამოვიყენოთ ს.მ.–ების მიმდევრობა რომელიც იკრიბება საძიებელი ს.მ.-კენ. ასეთი მიმდევრობის აგება A ოპერატორთან $\widetilde{A}$ ოპერატორის თანდათან მიახლოებით მიზანშეწონილი არ არის, ვინაიდან ეს მოითხოვს გამოთვლების დიდი რაოდენობით ჩატარებას. მიღებული ს.მ.-თა სიზუსტე შეიძლება შეფასდეს ამოცანის მდგრადობის გამოკვლევით.

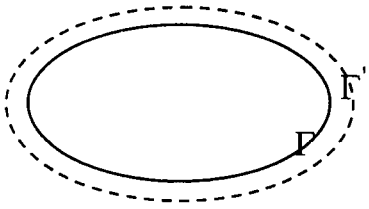
§2.2. საკუთარი მნიშვნელობების პოვნა დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდის გამოყენებით

განვიხილოთ ერთგვაროვანი სასაზღვრო ამოცანა G-ზე.

$$\bar{L}u = Lu + ku = 0 \tag{2.6}$$

$$lu|_{\Gamma} = 0 \tag{2.7}$$

თუ არსებობს არატრივიალური ამონახსნი მოცემული ერთგვაროვანი ამოცანის, მაშინ u არის საკუთარი ფუნქცია, ხოლო k L ოპერატორის საკუთარი მნიშვნელობაა. (ზოგჯერ ლიტერატურაში k-ს სასაზღვრო (2.6),(2.7) ამოცანის საკუთარ მნიშვნელობას უწოდებენ). $L = L + kE$ ოპერატორის ფუნდამენტური ამონახსნები აღვნიშნოთ $K(z,x,k)$, სადაც E ერთეულოვანი ოპერატორია [3]. ვთქვათ



ნახ.2.1
ამოცანის გეომეტრია

$$\{K_i(z_j,x,k)\}_{i=1,j=1}^{m,\infty} \tag{2.8}$$

სისტემა არის წრფივად დამოუკიდებელი და სრული $L_2(\Gamma)$-ში, სადაც z_k ყველგან მკვრივად მდებარეობს Γ_1 ზედაპირზე (იხ. ნახ.2.1) სასაზღვრო ამოცანის მიახლოებითი ამონახსნი ვეძებოთ შემდეგი სახით

$$u^{(N)}(x) = \sum_{j=1}^{N} a_j \psi_j(x,k) \tag{2.9}$$

სადაც $\psi_j(x,k)$ ერთი ინდექსის საშუალებით გადანომრილი ფუნქციებია (2.8)-დან. (2.9)-ის (2.7)-ში ჩასმით და რაიმე ფუნქციონალების ტოტალური სისტემის პირველი N წრფივი ფუნქციონალების გამოყენებით მივიღებთ a_j კოეფიციენტების გამოსათვლელ N რიგის წრფივ განტოლებათა სისტემას:

$$\sum_{j=1}^{N} a_j \omega_i[l\psi_j(x,k)] = 0, i = 1,2,...,N.$$

იმისათვის, რომ ამ სისტემას ჰქონდეს არატრივიალური ამონახსნი, აუცილებელია მისი დეტერმინანტი ნულის ტოლი იყოს:

$$\det\left\|\omega_i\left[l\psi_j(y,k)\right]\right\| = 0\,. \qquad (2.10)$$

ამ ტრანსცენდენტული განტოლების ფესვები მიახლოებით განსაზღვრავენ L ოპერატორის საკუთარ მნიშვნელობებს.

L ოპერატორის საკუთარი მნიშვნელობების პოვნის განხილული მიდგომა ემყარება იმ მოსაზრებას, რომ $l\psi_j(y,k)$ ფუნქცები, სადაც $\psi_j(y,k)$ L ოპერატორის ფუნდამენტური ამონახსნებია, ქმნიან წრფივად დამოუკიდებელ სისტემას იმ შემთხვევაში, როცა k განსხვავებულია L ოპერატორის საკუთარი მნიშვნელობებისგან. კერძოდ, როცა ω_i ფუნქციონალები განმარტებულია სკალარული ნამრავლით $L_2(\Gamma)$ ჰილბერტის სივრცეში, მაშინ (5)-ის მარცხენა ნაწილი იქნება წრფივად დამოუკიდებელი $l\psi_j(y,k)$ სისტემის გრამის დეტერმინანტი, რომელიც არ შეიძლება იყოს ნულის ტოლი. ამგვარად (2.9) განტოლების ყველა ფესვები იქნება L ოპერატორის საკუთარი მნიშვნელობები.

ოპერატორის საკუთარი მნიშვნელობების პოვნის მეთოდის რიცხვითი რეალიზაცია მნიშვნელოვან გამოთვლით სირთულეებს აწყდება, გრამის დეტერმინანტის სიმცირის და (2.10) განტოლების ტრანსცენდენტულობის გამო, რომლის ფესვებიც საკუთარი მნიშვნელობებია.

განვიხილოთ განსხვავებული მიდგომა საკუთარი მნიშვნელობების საპოვნელად, რომელიც შესაბამისი მატრიცის დეტერმინანტის ნულების პოვნის მაგიერ გულისხმობს ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნით რეზონანსული სიხშირეების პოვნას ($\exp(-i\omega t)$ დროითი დამოკიდებულება).

მონოქრომატული ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანა იდეალურად გამტარ ან დიელექტრიკულ სხეულებზე და ამ სხეულების

ზედაპირებით შემოსაზღვრულ არეებში რეზონანსული სიხშირის განსაზღვრის ამოცანა, ერთმანეთთან მჭიდრო კავშირშია. მათემატიკური თვალსაზრისით პირველი ამოცანა დაიყვანება ჰელმჰოლცის განტოლების (2.11) ამოხსნაზე არაერთგვაროვანი სასაზღვრო პირობებით (2.12).

$$\Delta U + k^2 U = 0 \qquad (2.11)$$

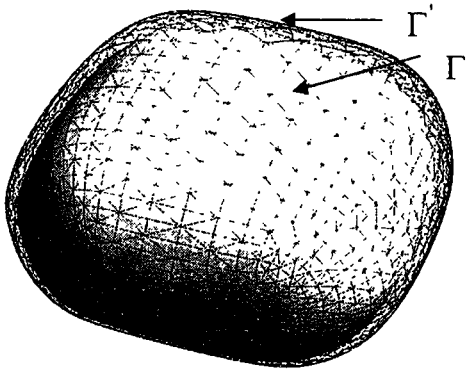
$$U_{r'} = f(r'), \frac{\partial U}{\partial \vec{n}_{r'}} = f'(r') \qquad (2.12)$$

სადაც $f(r)$ საზღვარზე მოცემული ფუნქციაა.

ხოლო მეორე – ერთგვაროვანი სასაზღვრო პირობებით (2.13).

$$\Delta U + k^2 U = 0$$

$$U_{i_{r'}} = 0; \frac{\partial U}{\partial \vec{n}_{r'}}_{r'} = 0 \qquad (2.13)$$



ნახ.2.2
Γ ჩაკეტილი მეტალური ზედაპირი, რომელიც ჩანაცვლებულია Γ' მავთულებით

პირველად ეს მიდგომა შემუშავებული იყო თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამოყენებითი ელექტროდინამიკის ლაბორატორიაში. გამოყენებული იყო დ.გ.მ.-ით ტალღგამტარების თვისებების შესასწავლად [62]. მაგალითისთვის განვიხილოთ ამოცანა, რომელიც დაგვეხმარება მეთოდის არსის გადმოცემაში. ვთქვთ გვაქვს N რაოდენობის, მცირე ელექტრული რადიუსის $ka_o << 1$, იდეალური გამტარები, რომლებიც თანაბრად არიან განლაგებულნი რაიმე Γ' ზედაპირზე, $n = 1,2,...N$. (ნახ.2.2).

ვთქვათ, სისტემას ეცემა მონოქრომატული ელექტრომაგნიტური ტალღა, რომელშიც ელექრტული ველის დაძაბულობის ვექტორია $E^i(x,y,z)$. მთელს სივრცეში (გარდა r_n წერტილებისა) სრული ველის ელექტრული დაძაბულობის ვექტორი შეიძლება წარმოდგენილი იყოს შემდეგი სახით:

$$E^s(r) = \sum_{n=1}^{N} a_n Gr(kr_n) + E^i(r) \qquad (2.14)$$

სადაც $Gr(kr_n)$ - გრინის ფუნქციაა, $r_n = \sqrt{(x-x_n)^2 + (y-y_n)^2 + (z-z_n)^2}$ მანძილი n-ური მავთულიდან დაკვირვების წერტილამდე. უცნობი a_n დენის სიმკვრივეები განისაზღვრება სასაზღვრო პირობებიდან.

გაბნეული ველის ტალღურ რიცხვზე დამოკიდებულების შესწავლა უჩვენებს,რომ ([3,41,62]):

1. ტალღურ რიცხვთა რაღაც $\{k_i\}$ თვლადი რაოდენობის მნიშვნელობების და მათი მიდამოების გარდა (2.14) ფორულით გამოთვლილი გაბნეული ველი, გამტარების N რიცხვის გაზრდით, სწრაფად მიისწრაფის Γ უწყვეტი ზედაპირის მიერ გაბნეული ველისკენ.

2. ტალღური რიცხვის $k \in \{k_i\}$ ზოგიერთ მნიშვნელობაზე ველი რეზონატორის შიგნით მკვეთრად იზრდება და გამტარი მავთულების რიცხვის ზრდით ის მიისწრაფის Γ ზედაპირის მქონე ღრუ რეზონატორის საკუთარი ველისკენ. ამ შემთხვევაში k_i მიისწრაფის, ამ ზედაპირით შემოსაზღვრული D არისთვის დირიხლეს ამოცანის საკუთარი მნიშვნელობისკენ, ანუ ამ რეზონატორის რეზონანსული სიხშირეებისკენ.

3. ტალღური რიცხვის $\{k_i\}$ მნიშვნელობების მახლობლობაში მავთულოვანი რეზონატორის მიერ გაბნეული ველი შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს ორი ველის სუპერპოზიციის სახით

$$\vec{E}_{tot}(r) = \vec{E}^s(r) + \vec{E}^o(r),$$

სადაც $\vec{E}^o(r)$ საკუთარი ველია სხეულის შიგა არეში, ხოლო

$$E^s(r) = \sum_{n=1}^{N} a_n Gr(kr_n) - E^{inc}(r)$$

აღწერს ველს სხეულის გარეთ, რომელიც გამტარების რაოდენობის ზრდით მიისწრაფის უწყვეტი ზედაპირიდან გაბნეული ველისკენ, ხოლო შიგა არეში ნულისკენ.

მანქანური გამოთვლების დროის შემცირების მიზნით მოცემული ამოცანის ამოსახსნელად შესაძლებელია დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდის გამოყენება, თუ გამოყოფილი არეებისთვის შესაბამისად აგებული იქნება დამხმარე ზედაპირები. საკუთარი მნიშველობების პოვნის აღწერილ მიდგომას ვიყენებთ ჩაკეტილი ზედაპირით შემოსაზღვრულ ღრუ გამტარი სხეულების ელექტროდინამიკური თვისებების შესასწავლად.

აღვნიშნოთ რომ, დ.გ.მ.–ის ძირითადი არსი მდგომარეობს უცნობი ველის წარმოდგენაში შესაბამისი ტალღური განტოლების ფუნდამენტური ამონახსნების ჯამის სახით, რომელთა წყაროები განლაგებულია იმ არის გარეთ მდებარე დამხმარე ზედაპირზე, სადაც უნდა განისაზღვროს ველი. გაბნეული ველის ასეთი წარმოდგენა შესაძლებელია სანამ არსებობს გაბნეული ველის ანალიზური გაგრძელება. საძიებელი ველის ფუნქცია წყაროსა და დამხმარე გამომსხივებლების ფუნქციების ჯამის სახით შემდეგნაირად წარმოიდგინება:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i \cdot Gr(k,(r-r_i')) + f_{imc}(k,(r-r_{imc}))\,,$$

სადაც Gr გრინის ფუნქციაა. დამხმარე წყაროების ამპლიტუდები და ფაზები, ანუ a_i, სასაზღვრო პირობების შესრულებით განისაზღვრება.

ჩაკეტილი, მეტალური ზედაპირით შემოსაზღვრული სხეულის დიფრაქციის ამოცანა წარმოადგენს სხეულის გარე არეში გაბნეული ველის მნიშვნელობის განაწილების განსაზღვრას. ამ შემთხვევაში ველი სხეულის შიგნით ნულოვანი უნდა იყოს. რეზონანსული სიხშირეების პოვნის ამოცანაში ინტერესს იწვევს სხეულის შიდა არეში ველის არატრივიალური, ანუ ნულისგან განსხვავებული განაწილება, რომელიც განსხვავებულია ნულისგან ყველგან გარდა ზედაპირისა (იგულისხმება ელექტრომაგნიტური ველის

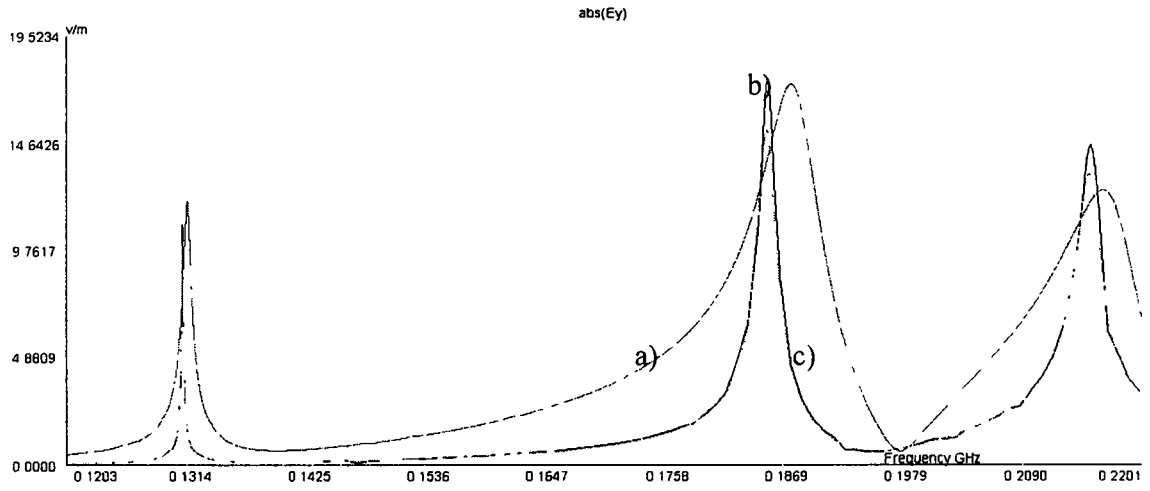
ელექტრული დაძაბულობის ვექტორის ტანგენციალური მდგენელი). შიდა არეში ველი უნდა აღიწეროს დამხმარე გამომსხივებლების და დაცემული ველების ჯამით. თუ დამხმარე გამომსხივებლების მიერ შექმნილი ველი უზრუნველყოფს შესაბამისი სასაზღრო პირობების შესრულებას ე.ი. მისი ვარგისიანობა კარგია, მაშინ სხეულის შიდა არეში ველი ყველგან ნულის ტოლი იქნება. მთავარი იდეა რეზონანსული სიხშირის პოვნისა იმაში მდგომარეობს რომ, მიუხედავად იმისა, რომ დ.გ.მ.-ის მიერ შექმნილი ველი ხელს უშლის სხეულის შიდა არეში წყაროს ველის შესვლას, იქ ველი მაინც ჟონავს, განსაკუთრებით რეზონანსული სიხშირეების სიახლოვეს. რეზონანსული სიხშირის პოვნა მნიშვნელოვნად გაადვილდება თუ ხელოვნურად გავაფუჭებთ დამხმარე გამომსხივებლების ველის ვარგისიანობას, რისი მიღწევაც შესაძლებელია დამხმარე გამომსხივებლების მიახლოებით კოლოკაციის წერტილებთან ან კოლოკაციის წერტილების შემცირებით. ვარგისიანობის შემცირება ხელს უწყობს დაცემული ველის შეღწევას სხეულის შიდა არეში, განსაკუთრებით ადვილად აღწევენ იმ სიხშირის ტალღები, რომლებიც რეზონანსული სიხშირესთან ახლოს არიან.

საზოგადოდ, დ.გ.მ.-ში ამოცანის ამოხსნის სიზუსტე დამოკიდებულია დამხმარე პარამეტრებზე, კერძოდ დამხმარე და ძირითად ზედაპირებს შორის მანძილზე. ცნობილია, რომ ფიქსირებული მანძილის შემთხვევაში სიხშირის ზრდასთან ერთად იზრდება სხეულის ზედაპირზე დ.გ.-ის მიერ შექმნილი ველის ვარგისიანობა. ვარგისიანობის კონტროლის მიზნით, შემოვიღოთ პარამეტრი $kd = k \cdot d$. k დაცემული ელექტრომაგნიტური ველის ტალღური რიცხვია, ხოლო d არის მანძილი დამხმარე წყაროსა და შესაბამის კოლოკაციის წერტილს შორის ნორმალის გასწვრივ (იგულისხმება ის შემთხვევა, როდესაც ყველა დამხმარე წყარო ძირითადი ზედაპირიდან ერთი და იგივე მანძილითაა დაშორებული). დაცემული ელექტრომაგნიტური ველის სიხშირის ცვლილებისას მნიშვნელოვანია, რომ kd პარამეტრი მუდმივი რჩებოდეს. წინააღმდეგ

შემთხვევაში სიხშირის ზრდასთან *kd* პარამეტრიც და დ.გ.-ის ველის ვარგისიანობაც გაიზრდება, რაც გამოიწვევს კონკრეტულ სისტემაში რეზონანსული არეების დავიწროებას და გაართულებს რეზონანსული სიხშირის პოვნას.

აქვე ხაზი გაუსვათ იმ ფაქტს, რომ საზოგადოდ სიხშირესთან ერთად *kd* პარამეტრიც იზრდება. ეს კი თავის მხრივ განსაზღვრავს დ.გ.მ.-ით დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნის კარგ სიზუსტეს ფართო სიხშირულ არეში, რაც დ.გ.მ.-ის ერთ-ერთი უპირატესობაა.

აღწერილი მიდგომის გამოყენებით შევეცადოთ ვიპოვოთ ღრუ მეტალური სფეროს (პირველი) რეზონანსული სიხშირეები. ამისათვის განვიხილოთ 1მ რადიუსის მქონე მეტალურ სფეროზე ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანა. სიმარტივისთვის, კოორდინატთა სათავედ ავირჩიოთ სფეროს ცენტრი. ელექტრომაგნიტური ტალღის წყაროს წარმოადგენს ჰერცის დიპოლი რომელიც განლაგებულია (0.0, 0.0, 5.0) წერტილში. მისი პოლარიზაცია *Y* ღერძის გასწვრივ არის მიმართული. გამომსხივებელი წყაროს სიხშირის ცვლით დაკვირვება წარმოებს სფეროს შიდა არის წერტილში ელექტრული და მაგნიტური დაძაბულობის ვექტორების მდგენელებზე. სიხშირული დიაპაზონი (0.12-0.22 გჰც), რომელშიც გამოთვლები ჩატარდა, სხეულის ზომების გათვალისწინებით იყო შერჩეული. (ნახ.2.3)-ზე ნაჩვენებია რეზონანსული მრუდები *kd* -ს სამი შემთხვევისთვის.

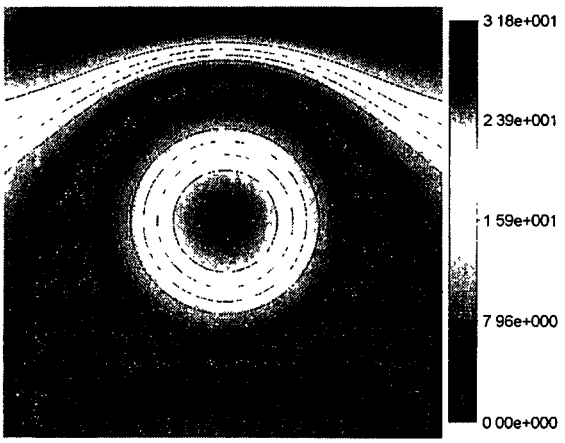


ნახ 2.3

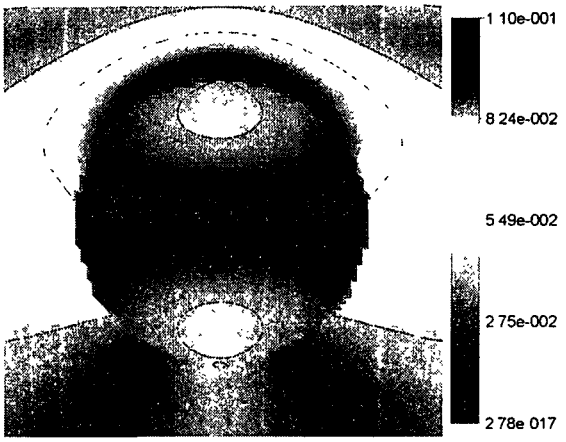
მეტალური სფეროს შიდა არეში ელექტრული ველის დაძაბულობის E_y მდგენელის დამოკიდებულება სიხშირეზე.

$a).kd = 0.7$ $b).kd = 0.8$ $c)kd = 0.9$

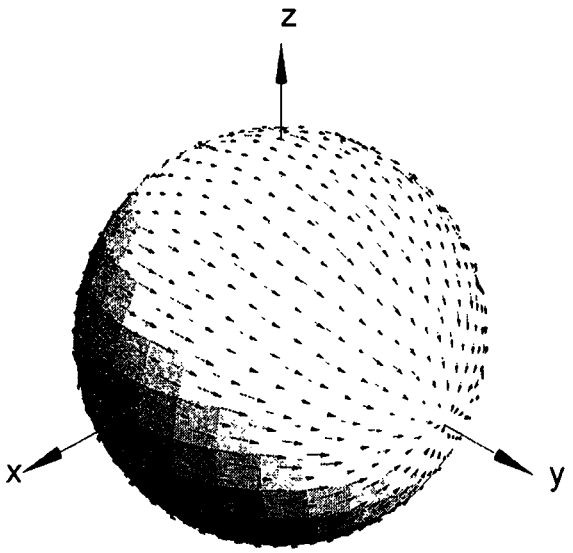
როგორც (ნახ.2.3)-დან ჩანს პირველი რეზონანსი მეტალურ სფეროს $f = 0.1310GHz$ სიხშირზე აქვს. ამ სიხშირის შესაბამისი ტალღური რიცხვი $k = 2.7464m^{-1}$ ტოლია (რიცხვი 2.75 ცნობილია, როგორც მეტალური სფეროს პირველი ელექტრული რეზონანსი), $f = 0.1855GHz$ – $k = 3.8851m^{-1}$ (მეორე ელექტრული რეზონანსი), $f = 0.2152GHz$ $k = 4.50714m^{-1}$ (რიცხვი 4.5 ცნობილია, როგორც მეტალური სფეროს პირველი მაგნიტური რეზონანსი). ამრიგად ჩვენს მიერ მიღებული რიცხვები კარგ თანხვედრაშია თეორიულ შედეგებთან. რეზონანსული ველები გამოსახულია (ნახ.2.4-2.9). შევნიშნოთ, რომ (ნახ.2.6) და (ნახ.2.8) თითქმის არ განსხვავდებიან ერთმანეთისგან, E_y მდგენელის განაწილებები ერთნაირია. განსხვავებულია მაგნიტური ველის დაძაბულობის განაწილება რაც კარგად ჩანს (ნახ.2.7) და (ნახ.2.9)-დან.



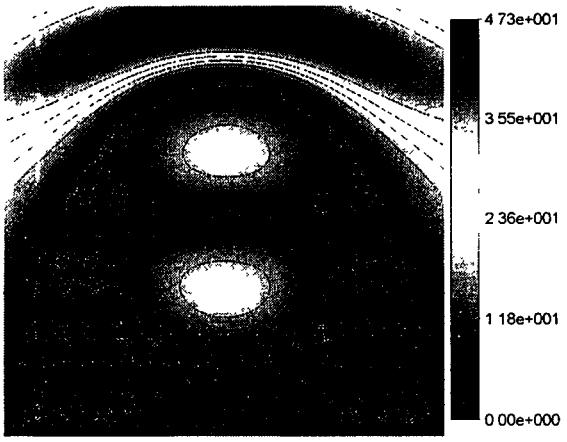
ნახ2.4
მეტალური სფეროს საკუთარი ველი. ელექტრული ველის პირველი რეზონანსი. $ka = 2.75$.
$abs(E_y)$ მდგენელის განაწილება XOZ სიბრტყეში.



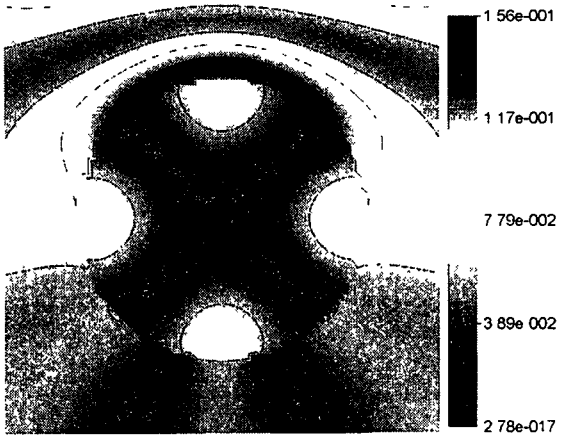
ნახ2.5
მეტალური სფეროს საკუთარი ველი მაგნიტური ველის პირველი რეზონანსი. $ka = 2.75$
$abs(H_x)$ მდგენელის განაწილება YOZ სიბრტყეში



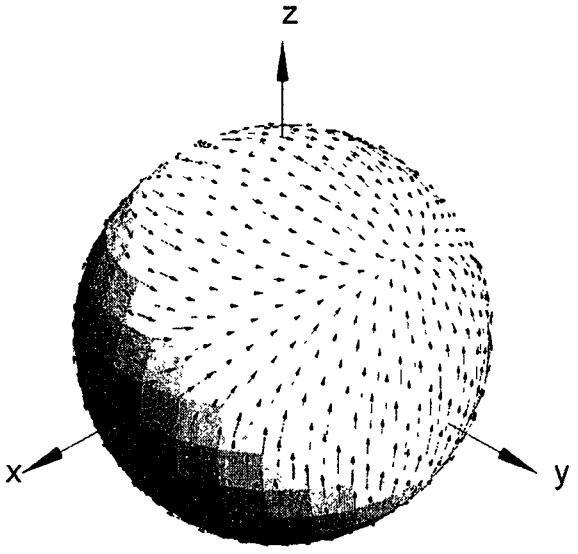
ნახ 2 6
რეზონანსული დენის განაწილება ელექტრული ველის პირველი რეზონანსის შემთხვევაში.
$ka = 2.75$



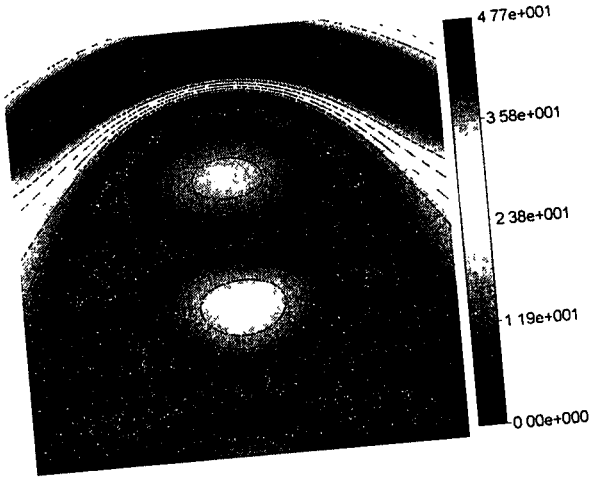
ნახ2.7
მეტალური სფეროს საკუთარი ველი. ელექტრული ველის მეორე რეზონანსი $ka = 3.9$ $abs(E_y)$ მდგენელის განაწილება XOZ სიბრტყეში.



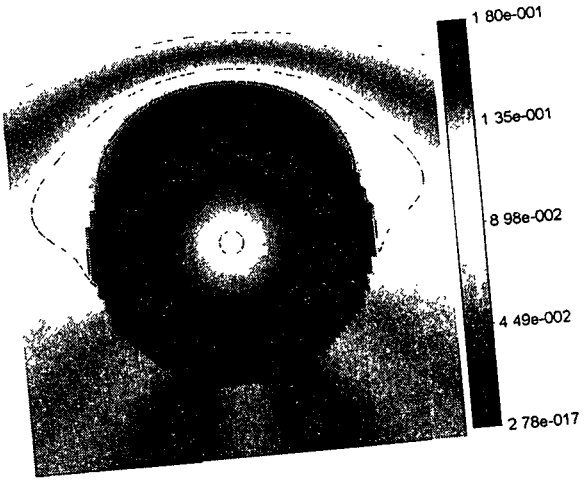
ნახ2 8
მეტალური სფეროს საკუთარი ველი. მაგნიტური ველის მეორე რეზონანსი. $ka = 3.9$ $abs(H_x)$ მდგენელის განაწილება YOZ სიბრტყეში.



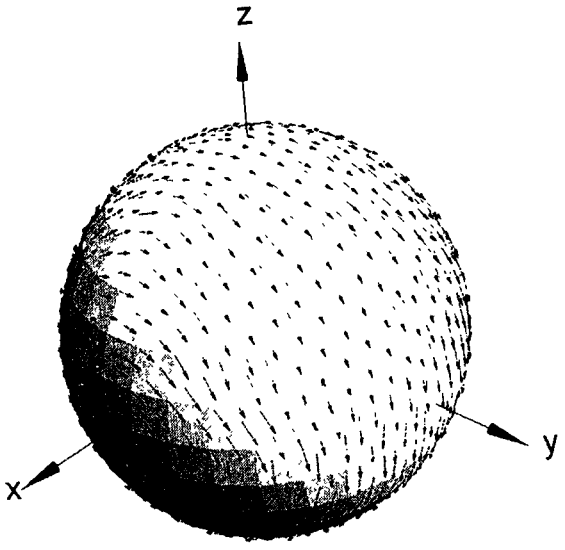
ნახ.2 9
რეზონანსული დენის განაწილება. ელექტრული ველის მეორე რეზონანსის შემთხვევაში . $ka = 3.9$.



ნახ2 10
მეტალური სფეროს საკუთარი ველი. ელექტრული
ველის მესამე რეზონანსი $ka = 4.5$ $abs(E_y)$
მდგენელის განაწილება XOZ სიბრტყეში.



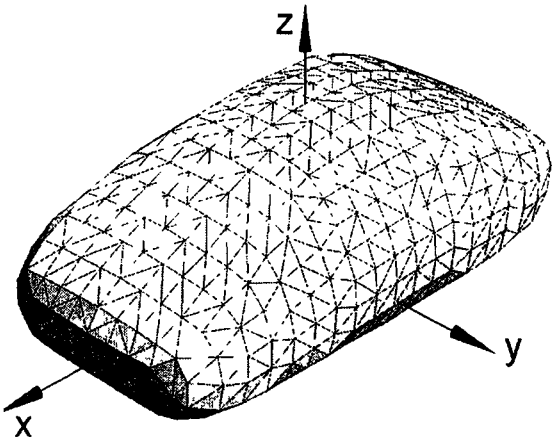
ნახ2.11
მეტალური სფეროს საკუთარი ველი მაგნიტური
ველის მესამე რეზონანსი $ka = 4.5$ $abs(H_y)$
მდგენელის განაწილება YOZ სიბრტყეში



ნახ 2.12
რეზონანსული დენის განაწილება. მაგნიტური
ველის პირველი რეზონანსის შემთხვევაში
$ka = 4.5$.

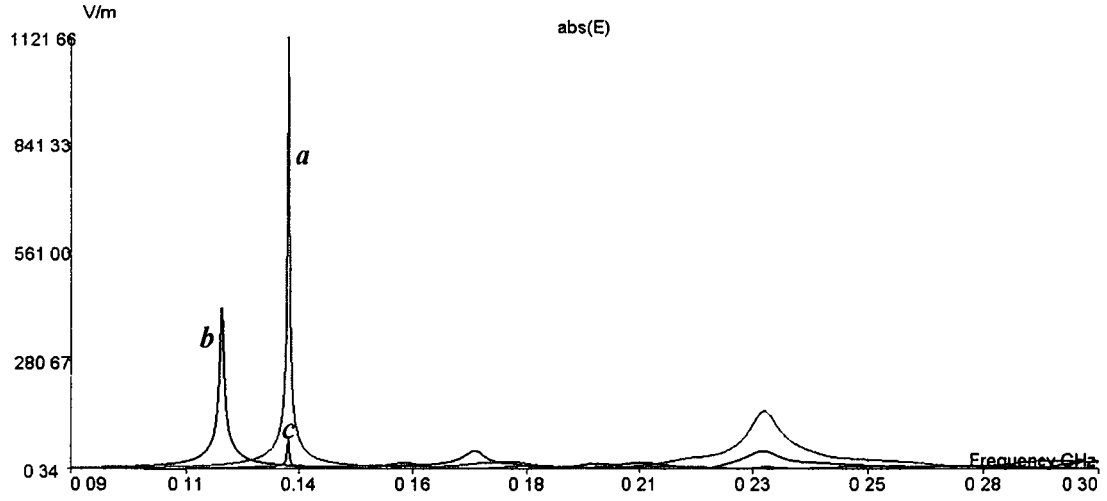
§2.3. რთული ზედაპირის მქონე ობიექტის საკუთარი მნიშვნელობების პოვნა

მეტალურ სფეროზე ჩატარებული გამოკვლევების ანალოგიურად გამოვიკვლიოთ უფრო რთული ზედაპირის მქონე ობიექტი, ანუ ავტომობილის კარკასის მსგავსი ჩაკეტილი მეტალური ზედაპირის (იხ. ნახ.2.13) რეზონანსული სიხშირეები და მის მიერ მოცული არის საკუთარი ველები. მოდელის ზომებია $4{,}4 \times 2{,}24 \times 1{,}48$. შევნიშნოთ, რომ ჩვენს ძირითად მიზანს წარმოადგენს, მეთოდის საშუალებით ასეთი სახის გამოკვლევების ჩატარების შესაძლებლობის ჩვენება და არა კონკრეტული ობიექტის ყველა რეზონანსული სიხშირის განსაზღვრა, რასაც ჩვენთვის არავითარი პრაქტიკული მნიშვნელობა არა აქვს. აქ ჩვენ ვგულისხმობთ, რომ სფეროს შემთხვევაში, მისი სიმეტრიის გამო, დაცემული ველის პოლარიზაცია ნებისმიერი შეიძლება იყოს, რადგან ყველა რეზონანსული სიხშირე მაინც გამოაშკარავდება. (ნახ.2.13)-ზე მოცემულ მოდელს სიმეტრია მხოლოდ *XOZ* სიბრტყის მიმართ გააჩნია. დისერტაციაში წარმოდგენილი მეთოდით ყველა რეზონანსული სიხშირის გამოსავლენად დაცემული ელექტრომაგნიტური ტალღის წყარო, ჰერცის დიპოლი, სხვადასხვა ორიენტაციით უნდა განლაგდეს, რათა აღიძრას სათანადო რეზონანსული ველი განხილულ არეში. ეს შემთხვევები ცალ-ცალკე უნდა იქნას განხილული. ამ აზრის, უფრო კარგი გათვიცნობიერების მიზნით, განვიხილოთ სისტემის



ნახ.2 13
ავტომობილის ძარის მსგავსი მეტალური ზედაპირის მოდელი

აღგმზნები წყაროს პოლარიზაციის ორი შემთხვევა. პირველ შემთხვევაში წყაროს ელექტრული დიპოლი მოვათავსოთ (0,0,5) წერტილში და მივცეთ ისეთი პოლარიზაცია, რომ დიპოლს სამივე მდგენელი ჰქონდეს.

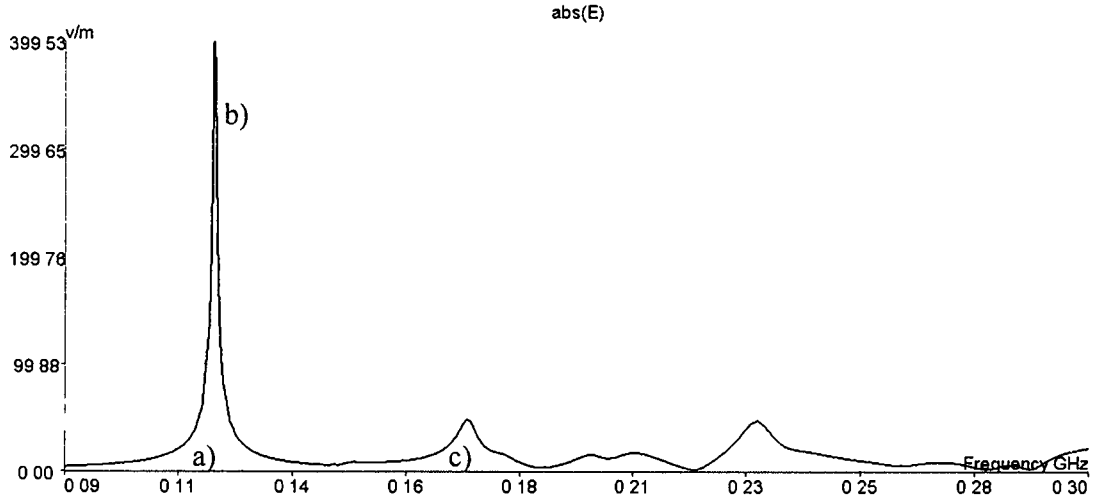


ნახ.2 14
ელექტრული ველის მდგენელების დამოკიდებულება სიხშირეზე
$a).\mathrm{E}_x$, $b).E_y$, $c).E_z$

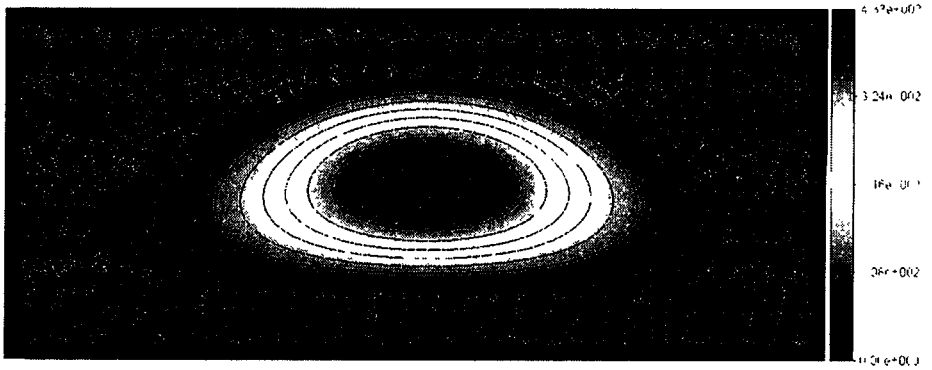
მეორე შემხვევაში ადგილმდებარეობა იგივეა, ხოლო პოლარიზაცია არის Y ღერძის გასწვრივ. პირველი შემთხვევის შესაბამისი სიხშირული მრუდები მოცემულია (ნახ.2.14), ხოლო მეორესი მოცემულია ნახ.2.15-ზე. გავაანალიზოთ მიღებული შედეგები. ნახ.2.14-ზე მოცემული მრუდები ცალ-ცალკე აღწერენ ობიექტის შიდა არეში ელექტრული დაძაბულობის ვექტორის E_x, E_y, E_z მდგენლების ყოფაქცევას სიხშირესთან დამოკიდებულებაში. როგორც ჩანს სამივე მდგენელი ნულისგან განსხვავებულია და გარკვეულ სიხშირეებზე რეზონანსული პიკებიც გააჩნიათ. ნახ.2.15-ზე, რომელიც მეორე შემთხვევას შეესაბამება E_x და E_z მდგენელების მნიშვნელობები მთელს სიხშირულ არეში ნულის ტოლია. ნულისგან განსხვავებული მხოლოდ E_y მდგენელის მრუდია.

განვიხილოთ ნახ.2.16-2.23-ზე აღბეჭდილ რეზონანსულ სიხშირეებზე გაბნეული და საკუთარი ელეტრომაგნიტური ველის განაწილების სურათები. აქ კარგად ჩანს ობიექტის შიდა არეში საკუთარი ველის განაწილებები. სურათზე

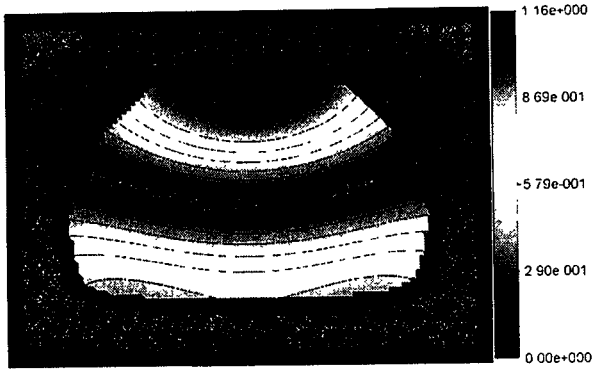
ნათლად ჩანს სასაზღვრო პირობის კარგი შესრულება. ელექტრული ველის E_y მდგენელი XOZ სიბრტყეში ნულის ტოლია ობიექტის კონტურზე, ხოლო სხეულის შიდა არეში ნულისგან განსხვავებული, რაც ახასიათებს მას, როგორც ობიექტის მიერ მოცული არის საკუთარ ველს.



ნახ 2.15
ელექტრული ველის მდგენელების დამოკიდებულება სიხშირეზე
$a).E_x = 0,\ b).E_y,\ c).E_z = 0$



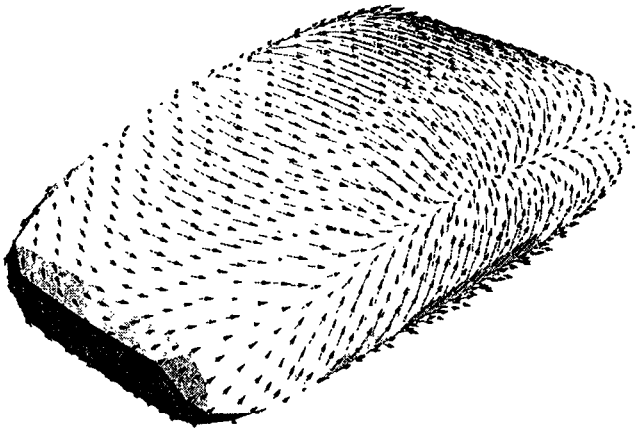
ნახ.2.16
ელექტრული ველის რეზონანსი
$f = 0.1208GHz$ $abs(E_y)$ განაწილება XOZ სიბრტყეში



ნახ 2.17

ელექტრული ველის რეზონანსი $f = 0.1208GHz$

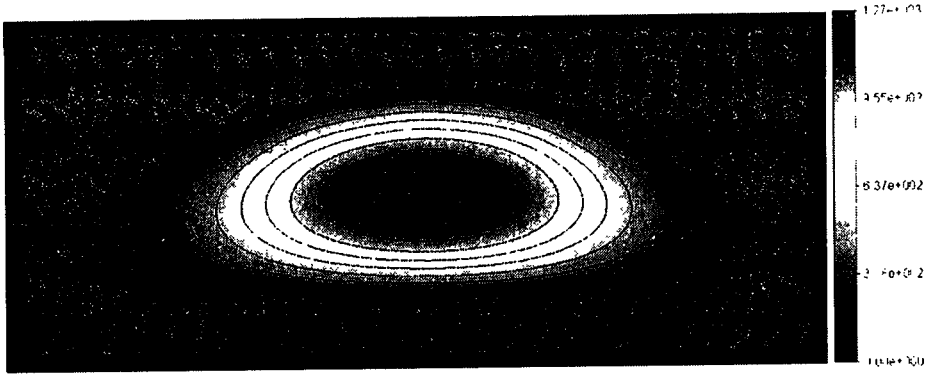
$abs(H_x)$ განაწილება YOZ სიბრტყეში



ნახ 2 18

ელექტრული დენების განაწილება რეზონანსულ სიხშირეზე

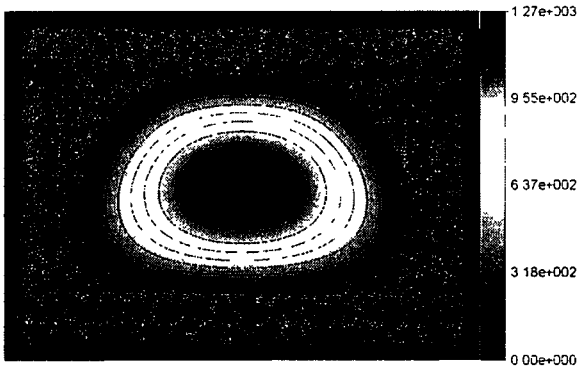
$f = 0.1208GHz$



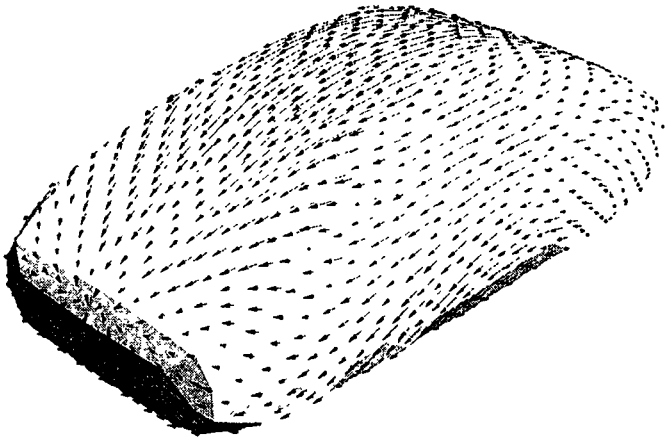
ნახ.2.19

ელექტრული ველის რეზონანსი $f = 0.1344GHz$

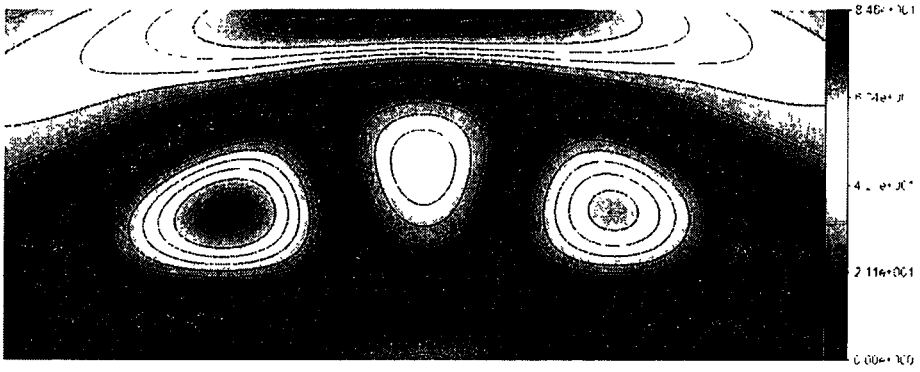
$abs(E_x)$ მდგენელის განაწილება XOZ სიბრტყეში



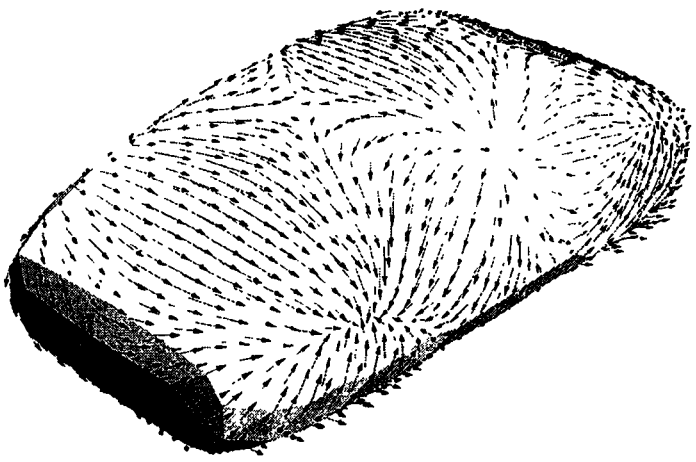
ნახ 2.20
ელექტრული ველის რეზონანსი $f = 0.1344GHz$
$abs(E_x)$ მდგენელის განაწილება YOZ სიბრტყე



ნახ.2.21
ელექტრული დენების განაწილება რეზონანსულს სიხშირეზე
$f = 0.1344GHz$.



ნახ 2 22
ელექტრული ველის რეზონანსი $f = 0.2322GHz$.
$abs(E_x)$ მდგენელის განაწილება. XOZ სიბრტყეში



ნახ.2.23
ელექტრული დენების განაწილება რეზონანსულ სიხშირეზე
$f = 0.2322GHz$.

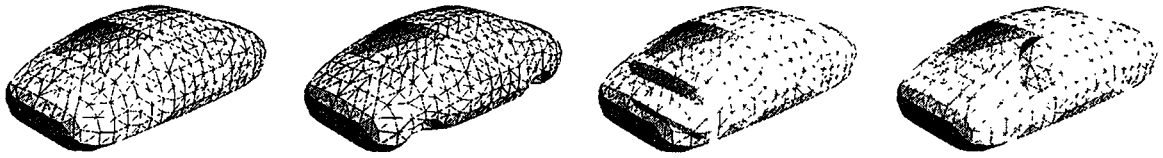
შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ პოლარიზაციის ერთი შემთხვევის განხილვისას ყველა რეზონანსული სიხშირის გამოვლინება არ არის შესაძლებელი. ამ მეთოდით რთული ჩაკეტილი მეტალური ზედაპირების რეზონანსული მახასიათებლების შესასწავლად გასათვალისწინებელია წყაროს პოლარიზაცია. პრაქტიკული თვალსაზრისით ბევრად მომგებიანია სხვადასხვა პოლარიზაციის და ადგილმდებარეობის მქონე რამდენიმე წყაროს ერთდროული განხილვა.

II თავის ძირითადი შედეგები.

მოცემულ თავში განხილული რეზონანსული სიხშირეების პოვნის მეთოდი ძალზედ ეფექტურია რიცხვითი რეალიზაციის თვალსაზრისით. მისი ძირითადი არსი ფიზიკური მოსაზრებებიდან გამომდინარეობს. მეთოდის საშუალებით ადვილად განისაზღვრება პირველი რეზონანსები. საკუთარი მნიშვნელობების პოვნასთან ერთდროულად ხდება საკუთარი ფუნქციების მიღებაც. საკუთარი მნიშვნელობების გამოსაკვლევად მეთოდისთვის საჭირო უცნობების რაოდენობა სუსტად არის დამოკიდებული სიხშირეზე. საკუთარი მნიშვნელობების დაზუსტება დამხმარე ზედაპირის დაშორებითაც არის შესაძლებელი. ასევე მეთოდით შესაძლებელია რეზონანსული დენის განაწილების პოვნა. ტესტური ამოცანების ამოხსნით მიღებული შედეგები კარგ თანხვედრაშია თეორიულ მონაცემებთან, რაც ადასტურებს მეთოდის უპირატესობას ასეთი ტიპის ამოცანების ამოსახსნელად ტრადიციულ მეთოდებთან შედარებით. ასევე მოცემული მიდგომით გამოკვლეულია რთული გეომეტრიული ფორმის ჩაკეტილი მეტალური ზედაპირის მიერ მოცული არისთვის საკუთარი მნიშვნელობები, საკუთარი ველები და დენის განაწილებები. მეთოდის პრაქტიკული გამოყენება ფართო შესაძლებლობებს იძლევა რეზონანსული სტრუქტურების თვისებების გამოსაკვლევად.

III თავი
ღია მეტალური ზედაპირების რეზონანსული სიხშირეების განსაზღვრა დ.გ.მ.-ით ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნით

მოცემული თავი შედგება სამი პარაგრაფისაგან, რომლებშიც დ.გ.მ.-ით ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნით გამოკვლეულია კონკრეტული ღია მეტალური ზედაპირის და მშთანთქმელი დიელექტრიკული სხეულისგან შემდგარი სისტემების სიხშირული მახასიათებლები.



A B C D

ნახ 3.1
ავტომობილის მოდელის სხვადასხვა გამარტივებული გეომეტრია

პირველ პარაგრაფში განხილულია ორი ღია იდეალურად გამტარი ზედაპირი, რომლებიც ავტომობილის გამარტივებულ მოდელებს წარმოადგენენ. პირველი ზედაპირი წარმოადგენს ავტომობილის კარკასის უმარტივეს *A* მოდელს (ნახ.3.1), ხოლო მეორე ზედაპირს წარმოადგენს *B* მოდელი, რომელიც პირველისაგან განხვავებით მეტად არის მიახლოებული რეალურ მოდელთან, მის გეომეტრიაში გათვალისწინებულია ბორბლების საფარი. ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნით გამოკვლეულია მათი სიხშირული მახასიათებლები და გაანალიზებულია ის ცვლილებები, რომლებიც სხეულებს შორის არსებული გეომეტრიული განსხვავებებით არის გამოწვეული. ორივე შემთხვევისათვის მიღებულია რეზონანსულ სიხშირეებზე ახლო ველებისა და ზედაპირული დენების განაწილებები.

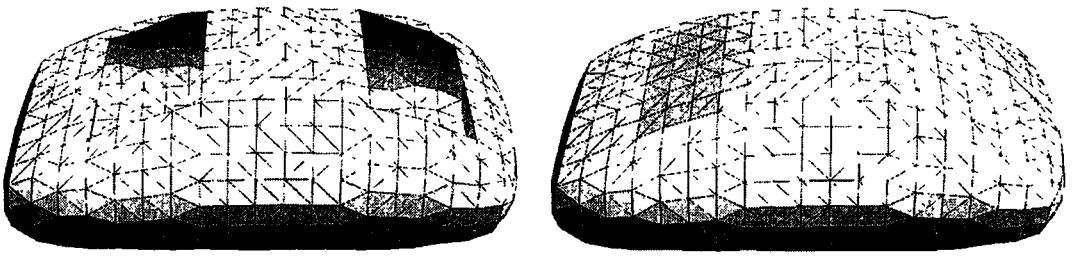
მეორე პარაგრაფში განხილულია *C* მოდელი, რომელიც მიღებულია *A* მოდელის გეომეტრიაში მეტალური ტიხრების დამატებით. განხილულია

ტიხრების გათვალისწინებით ამოცანის ამოხსნის ალგორითმი. ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნით გამოკვლეულია მისი სიხშირული მახასიათებლები. გაანალიზებულია გეომერტიული ცვლილებების გავლენა ელექრტომაგნიტური ველების განაწილებაზე რეზონანსულ სიხშირეებზე. პირველი პარაგრაფის ანალოგიურად მოცემულია რეზონანსულ სიხშირეებზე ახლო ველებისა და ზედაპირული დენების განაწილებები.

მესამე პარაგრაფში განხილულია ღია იდეალურად გამტარი ზედაპირისგან და მშთანთქმელი დიელექტრიკული სხეულისგან შემდგარი სისტემა. მოცემული სისტემა წარმოადგენს გამარტივებულ მოდელს იმ ვითარებისა თუ როგორ გავლენას ახდენს ადამიანი ავტომობილის კარკასის შიგნით ან მის სიახლოვეს ყოფნისას ავტომობილის ელექტროდინამიკურ თვისებებზე. აღწერილია ამ ამოცანის ამოსახსნელად შემუშავებული ალგორითმი. პირველი და მეორე პარაგრაფების ანალოგიურად ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნით გამოკვლეულია მისი სიხშირული მახასიათებლები. განხილულია შედარებები წინა პარაგრაფების შედეგებთან, მშთანთქმელი სხეულის გათვალისწინებით ამოცანაში მიღებული ცვლილებების დასამზერად. ნაპოვნია ახლო ველის და დენის განაწილებები რეზონანსული სიხშირეების შემთხვევაში.

§ 3.1 დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდით ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქცია ღია მეტალურ ზედაპირებზე

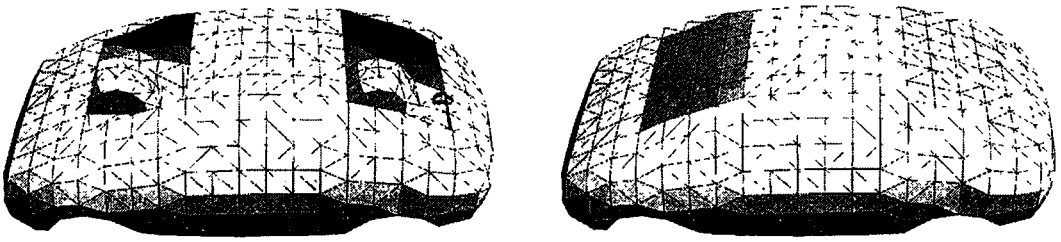
რიცხვითი მეთოდებით რთული გეომეტრიული ფორმის მეტალური ობიექტების ელექტროდინამიკური თვისებების შესწავლას დიდი ყურადღება ეთმობა, ვინაიდან ასეთი ტიპის ამოცანების ამოხსნა პრაქტიკული თვალსაზრისით ძალზედ მომგებიანია, რადგან ძვირად ღირებული რეალური ექსპერიმენტის ჩანაცვლების საშუალებას იძლევა ([13,20,57,61]). პირველი თავის §1.3-ში აღწერილია მიდგომა, რომელიც დ.გ.მ.-ის ღია მეტალურ სტრუქტურებზე გავრცელების საშუალებას გვაძლევს, ღია ზედაპირის წარმოსახვითი ზედაპირით შევსებით. განვიხილოთ ასეთი ტიპის ამოცანა: ზედაპირის ნიმუშად შერჩეულია (ნახ.3.2. ა) ავტომობილის კარკასის გამარტივებული მოდელი (პირობითად ვუწოდეთ A). ზედაპირი მოცემულია სასრული რაოდენობის სამკუთხედებით. მოდელის ზომებია $4{,}4 \times 2{,}24 \times 1{,}48$. მას წინა და უკანა მხრიდან ამოჭრილი აქვს ფანჯრები. აღნიშნული მოდელის პარალელურად განხილულია მეორე B მოდელიც, რომელიც პირველისგან განსხვავებით მეტად მიმსგავსებულია მანქანის რეალურ მოდელთან (ნახ.3.3).



ა) ნახ.3.2 ბ)

ა)ავტომობილის გამარტივებული A მოდელი

ბ) A მოდელი წარმოსახვითი ზედაპირების დამატებით

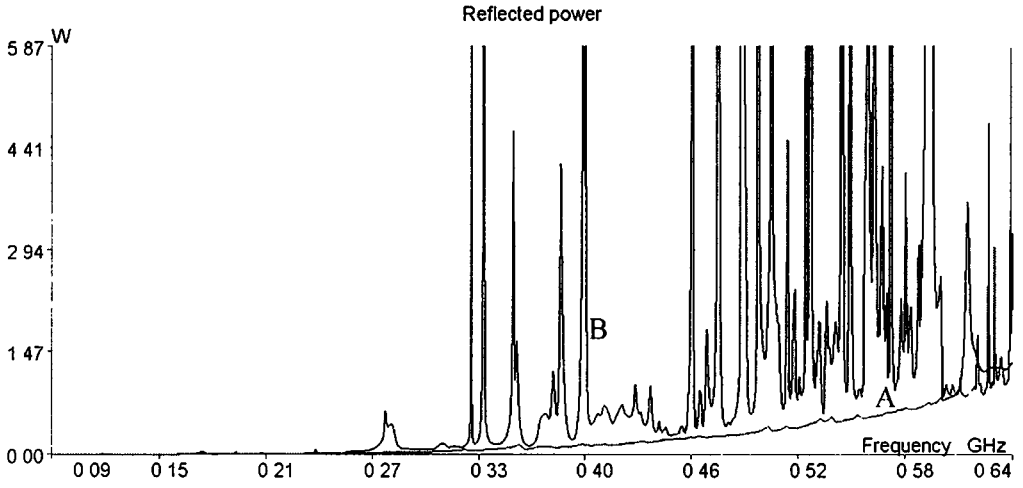


ა) ნახ 3.3 ბ)

ა)ავტომობილის გამარტივებული B მოდელი

ბ) B მოდელი წარმოსახვითი ზედაპირების დამატებით

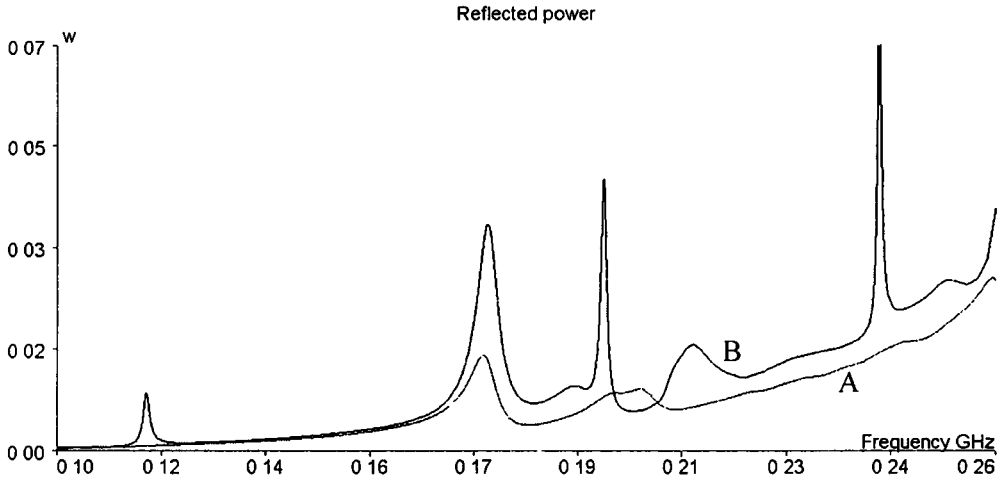
დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდის გამოყენებით A და B მოდელებისთვის ჩატარებულია რიცხვითი ექსპერიმენტები, რომლებიც მიზნად ისახავს მათი რეზონანსული სიხშირეების დადგენას. რეზონანსის შემთხვევაში მეტალურ ზედაპირზე წარმოქმნილი დენები დიდ მნიშვნელობებს იძენს, ხოლო რხევები სინფაზურია. მათ მიერ შექმნილი ველი სიდიდით მნიშვნელოვნად განსხვავდება არარეზონანსულისგან. რეზონანსული სიხშირეების დასამზერად შესაძლებელია დაკვირვება წარმოებდეს სხეულის შიდა არეში. რიცხვითი ექსპერიმენტის ჩატარებისას ელექტრომაგნიტური ტალღის წყაროს წარმოადგენს ჰერცის დიპოლი, რომელიც მოთავსებულია (0,0.0,2.0) წერტილში. ერთეულოვანი დიპოლის პოლარიზაცია y ღერძის გასწვრივაა მიმართული. (A მოდელზე დ.გ.მ. დიფრაქციის ამოცანის ამოსახსნელად შერჩეულია 577 კოლოკაციის წერტილი და შესაბამისად უცნობების რაოდენობაა 2308. B მოდელის შემთხვევაში ეს რიცხვებია 601 და 2404) აღნიშნული მოდელისთვის ჩატარებულია გამოთვლები.



ნახ 3 4
სხეულის მიერ გადასხივებული ენერგიის დამოკიდებულება სიხშირეზე
A მოდელის შემთხვევაში
B მოდელის შემთხვევაში

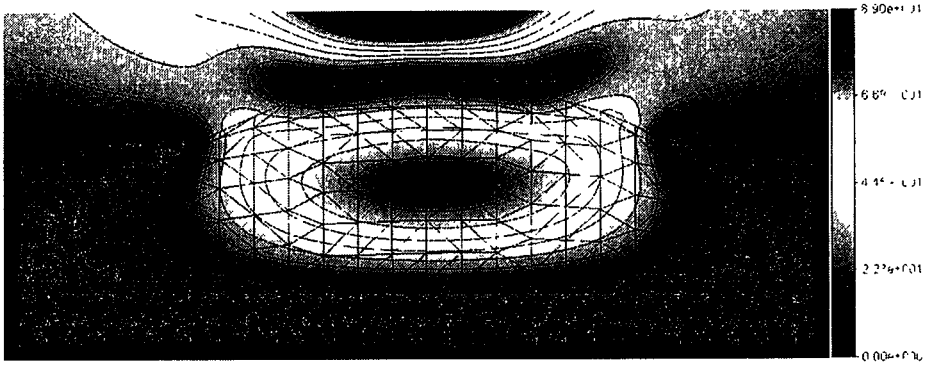
ნახ.3.4-ზე მოცემულია A და B მოდელების მიერ გადასხივებული ენერგიის სიხშირეზე დამოკიდებულების მრუდები. შევნიშნოთ, რომ გამბნევის განივკვეთზე მოსული ენერგია ფარდობითი ტალღური რიცხვის $(ka)^2$-ის პროპორციულია [45]. ეს კანონზომიერება შენარჩუნებულია მთელს სიხშირულ არეში გარდა იმ მცირე არეებისა, სადაც არის რეზონანსული სიხშირეები. ფიზიკური თვალსაზრისით, ეს გარემოება ხაზს უსვამს რიცხვითი ექსპერიმენტებით მიღებული შედეგების მართებულობას.

(ნახ.3.4)-ზე მოცემული სიხშირული მახასიათებლები დაბალი სიხშირეების არეში ძნელი გასარჩევია. ამოტომაც (ნახ.3.5)-ზე ცალკე არის განხილული დაბალ სიხშირული არე, სადაც არის პირველი რეზონანსული სიხშირეები.



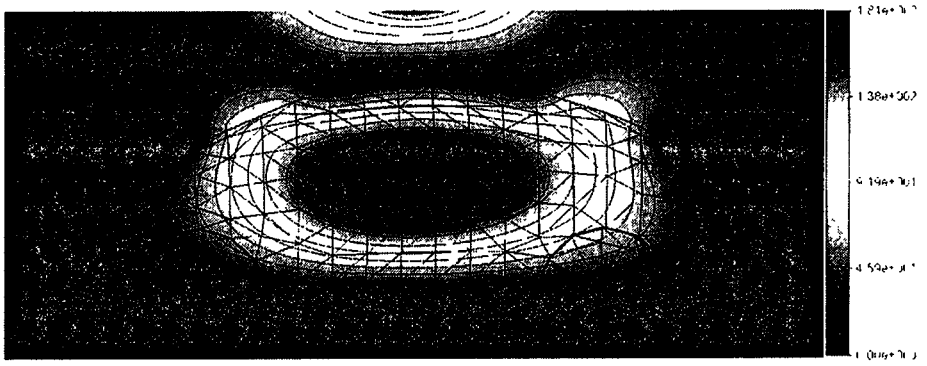
ნახ 3.5
სხეულის მიერ გადასხივებული ენერგიის დამოკიდებულება სიხშირეზე
A მოდელის შემთხვევაში
B მოდელის შემთხვევაში

განვიხილოთ ნახ.3.5-ზე მოცემული A და B მოდელების სიხშირული მახასიათებლები პირველი რეზონანსების არეში. ნახ.3.5-ზე ჩანს, რომ პირველი რეზონანსული სიხშირე $0.118\,GHz$-ს მიდამოშია. ავტომობილის გაბარიტებიდან გამომდინარე ეს მნიშვნელობა ტალღური რიცხვის ფარდობით ერთეულებში დახლოებით $ka = 5.44$-ს შეესაბამება. ამ სიხშირის შესაბამისი ელექტრომაგნიტური ტალღისთვის მოდელებს შორის არსებული გეომეტრიული განსხვავება არ არის მნიშვნელოვანი. როგორც ნახ.3.2 და ნახ.3.3-დან ჩანს, B მოდელი A მოდელისგან იმით განსხვავდება, რომ მის გეომეტრიაში გათვალისწინებულია ბორბლების ადგილი. ეს დეფორმაცია იწვევს მოდელის შიდა ზედაპირზე დენის წირების გამრუდებას. ასეთი გამრუდებებით გამოწვეული შედეგები ორი სახისაა: ერთის მხრივ, ეს იწვევს დენების კონცენტრაციას, რაც იდეალური გამტარის შემთხვევაში ძლიერ გამოსხივებასთან არის დაკავშირებული. მეორეს მხრივ, სიხშირულად ძალიან მგრძნობიარეა, რაზეც მეტყველებს ნახ.3.4-ზე რეზონანსული პიკის ვიწრო ფორმა.



ნახ.3.6
რეზონანსი სიხშირეზე $f = 0.118GHz$. $abs(E_y)$ მდგენლის განაწილება XOZ სიბრტყეში A მოდელი.

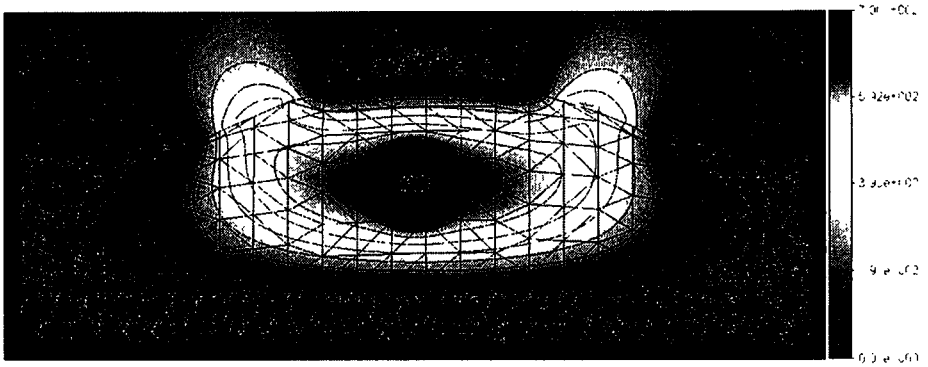
(ნახ.3.6)-ზე წარმოდგენილია რეზონანსული ველის განაწილება A მოდელის შემთხვევაში 0.118 გჰც სიხშირეზე.



ნახ.3 7
რეზონანსი სიხშირეზე $f = 0.118GHz$. $abs(E_y)$ მდგენლის განაწილება XOZ სიბრტყეში B მოდელი

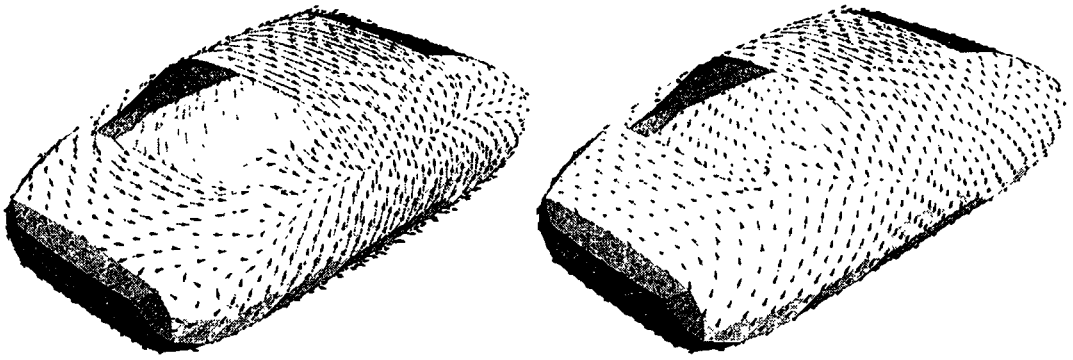
ნახ.3.7-ზე მოცემულია რეზონანსული ველის განაწილება B მოდელის შემთხვევაში 0.118 გჰც სიხშირეზე. ნათლად ჩანს მსგავსება ნახ.3.6 და ნახ.3.7 მოცემულ რეზონანსულ ველებს შორის.

ასევე მიღებულია, ამავე რეზონანსულ სიხშირეზე ველის განაწილება, როდესაც წყარო იგივე პოლარიზაციით მოთავსებულია ობიექტის შიდა არეში.



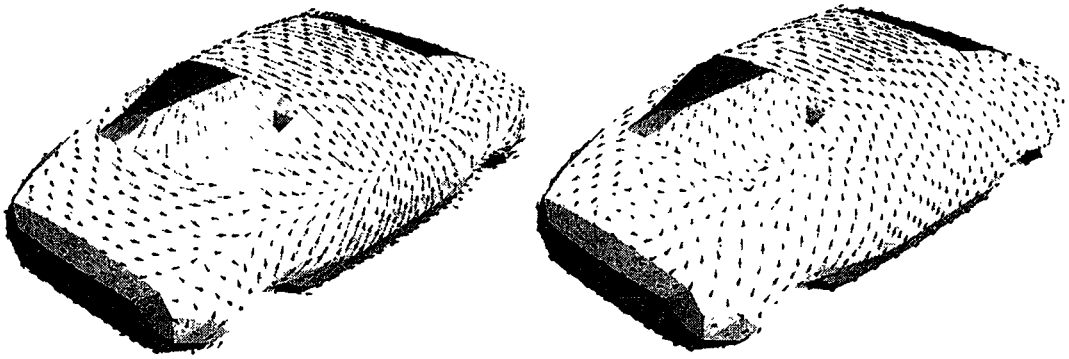
ნახ.3 8
რეზონანსი სიხშირეზე $f = 0.118GHz$. $abs(E_y)$ მდგენლის განაწილება XOZ სიბრტყეში. A მოდელი. წყარო განთავსებულია შიგა არეში.

ნახ.3.8-ზე მოცემულია რეზონანსული ველის განაწილება A მოდელის შემთხვევაში 0.118 გჰც სიხშირეზე, როდესაც წყარო განთავსებულია ობიექტის შიდა არეში. შევნიშნოთ, რომ რეზონანსული ველი არსებითად არ შეცვლილა. რეზონანსული აღგზნება დამოკიდებულია არა წყაროს ადგილმდებარეობაზე არამედ დაცემული ველის პოლარიზაციაზე.



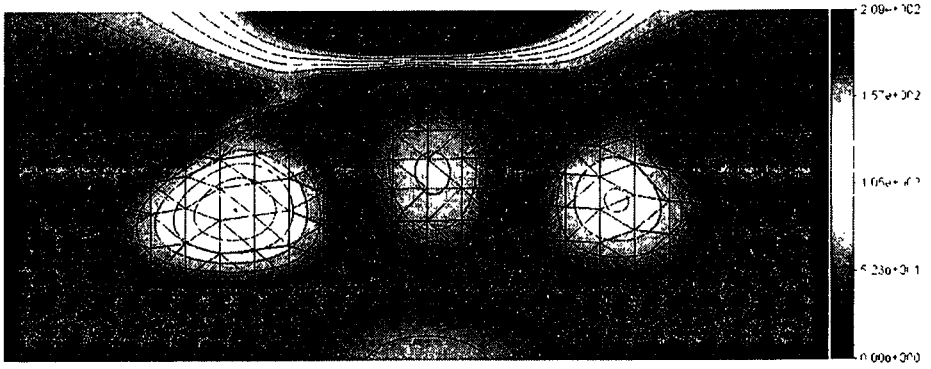
ნახ 3 9
რეზონანსი სიხშირეზე $f = 0.118GHz$ შიდა და გარე დენის განაწილება A მოდელი

ნახ.3.9-ზე წარმოდგენილია მეტალური სხეულის ზედაპირზე რეზონანსული დენის განაწილება A მოდელის შემთხვევაში 0.118გჰც სიხშირეზე. დ.გ.მ. საშუალებას იძლევა მიღებულ იქნას ზედაპირული დენის განაწილებები თხელი მეტალური ზედაპირის ორივე მხარეზე.



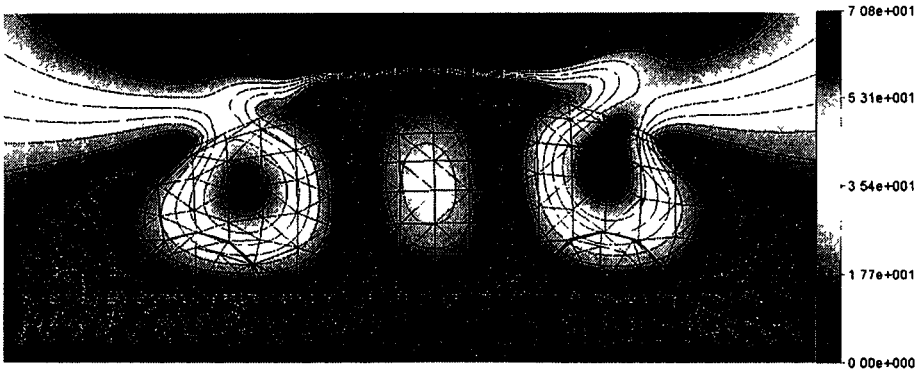
ნახ 3.10
რეზონანსი სიხშირეზე $f = 0.118GHz$. შიდა და გარე დენის განაწილება B მოდელი

ნახ.3.10-ზე მოცემულია მეტალური სხეულის ზედაპირზე რეზონანსული დენის განაწილება A მოდელის შემთხვევაში 0.118გჰც სიხშირეზე.



ნახ.3.11
რეზონანსი სიხშირეზე $f = 0.175GHz$ $abs(E_y)$ მდგენლის განაწილება XOZ სიბრტყეში A მოდელი.

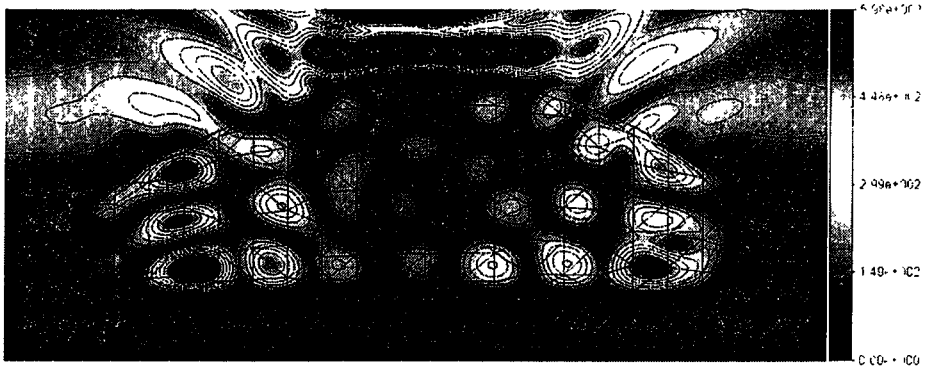
ნახ.3.11-ზე მოცემულია რეზონანსული ველის განაწილება A მოდელის შემთხვევაში 0.175 გჰც სიხშირეზე, სადაც შიდა არეში რეზონანსულ ველს აქვს სამი მაქსიმუმი. ანალოგიური ველის განაწილება მიღებულია B მოდელისთვისაც 0.175გჰც სიხშირეზე (ნახ.3.12).



ნახ 3.12

რეზონანსი სიხშირეზე $f = 0.175GHz$ $abs(E_y)$ მდგენლის განაწილება XOZ სიბრტყეში B მოდელი

ნახ.3.6,3.7,3.11,3.12-ზე მოცემული რეზონანსული ველის განაწილებებიდან ჩანს, რომ დაბალ სიხშირეებზე, როდესაც ტალღის სიგრძე შედარებით დიდია განხილული A და B მოდელების გეომეტრიულ ფორმებს შორის არსებულ განსხვავებებზე რეზონანსული სიხშირეები და რეზონანსული ველის განაწილებები მნიშვნელოვნად არ იცვლება. ეს ვითარება საშუალებას იძლევა დავასკვნათ, რომ სხეულის გეომეტრიაში მის ზომებთან შედარებით მცირე ცვლილებების შეტანა მნიშვნელოვნად არ ცვლიან მის პირველ რეზონანსულ სიხშირეებს.



ნახ.3 13

$f = 0.55GHz$ სიხშირეზე $abs(E_y)$ მდგენლის განაწილება XOZ სიბრტყეში.

A მოდელი

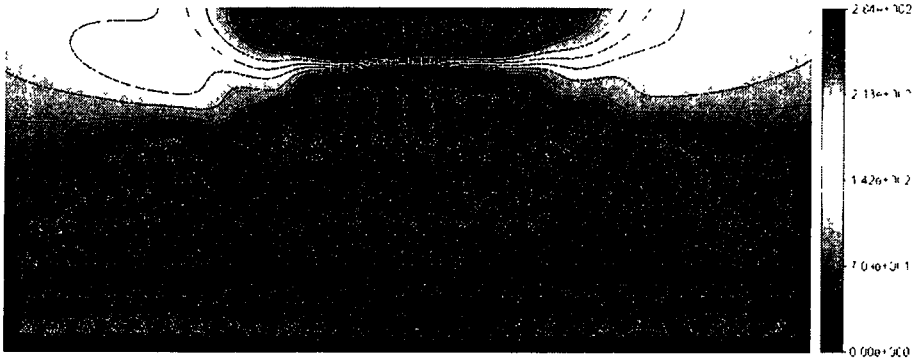
ნახ.3.13-ზე წარმოდგენილია ველის განაწილება A მოდელის შემთხვევაში 0.55გჰც სიხშირეზე, რომელსაც შეესაბამება ფარდობითი ტალღური რიცხვი $ka = 20$. მაღალ სიხშირეებზე ობიექტის შიდა არეში გარე ელექტრომაგნიტური ველი ადვილად აღწევს, ხშირი ხდება ისეთი მცირე არეების წარმოქმნა, სადაც ველს მაღალი მნიშვნელობა გააჩნია.

ნახ 3 14

$f = 0.6GHz$ სიხშირეზე $abs(E_y)$ მდგენლის განაწილება XOZ სიბრტყეში

A მოდელი

ნახ.3.14-ზე წარმოდგენილია ველის განაწილება A მოდელის შემთხვევაში 0.55გჰც სიხშირეზე, რომელსაც შეესაბამება ფარდობითი ტალღური რიცხვი $ka = 25$.

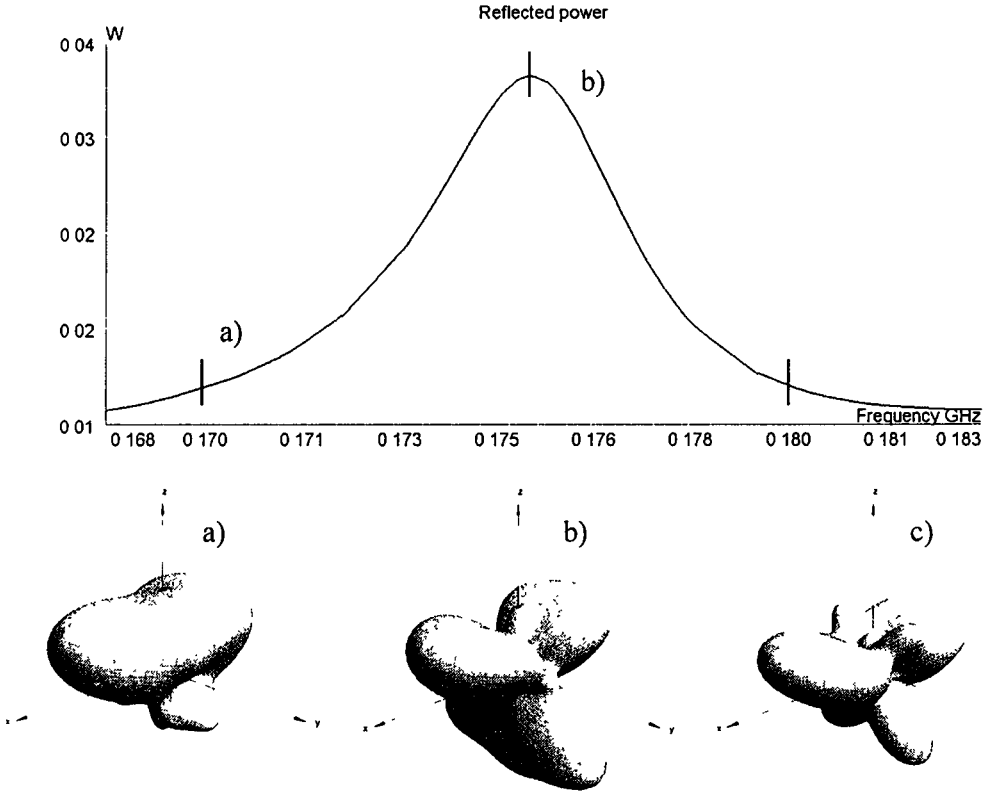


ნახ 3.15

$f = 0.31GHz$ სიხშირეზე $abs(E_y)$ მდგენლის განაწილება XOZ სიბრტყეში

A მოდელი

როგორც ნახ.3.15-დან ჩანს არარეზონანსულ სიხშირეზე ობიექტის შიდა ელექტრომაგნიტური ველის სიდიდე გარე ველის სიდიდეზე უფრო დაბალია, მხოლოდ რეზონანსის შემთხვევაში ადგილი აქვს ძლიერი ველების წარმოქმნას.



ნახ.3.16

რეზონანსული სიხშირის სიახლოვეს A მოდელის შემთხვევაში დიაგრამების ცვლილების დინამიკა სიხშირესთან დამოკიდებულებაში

$a)$-ს შეესაბამება სიხშირე $0.17Ghz$,

$b)$-ს შეესაბამება სიხშირე $0.175Ghz$,

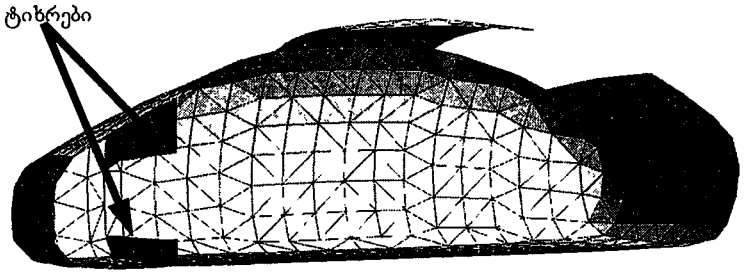
$c)$-ს შეესაბამება სიხშირე $0.18Ghz$.

ნახ.3.16 უჩვენებს რეზონანსული სიხშირის არეში სხეულის მიერ შორ ზონაში გადასხივებული ველის დიაგრამის ცვლილების დინამიკას. სადაც ნათლად ჩანს, რომ რეზონანსული პიკის დასაწყისში, $0.17Ghz$ სიხშირის შესაბამის $a)$ დიაგრამაზე გამოკვეთილია არამილევადი ტალღების გავრცელების ორი ძირითადი მიმართულება, ასევე შეინიშნება, რომ ფორმირებას იწყებს მესამე არამილევადი ტალღის მიმართულება. $b)$

დიაგრამაზე, რომელიც რეზონანსის პიკს შეესაბამება $0.175Ghz$ სიხშირეზე გამოკვეთილია არამილევადი ტალღების გავრცელების სამი ძირითადი მიმართულება. ეს სამი ძირითადი მიმართულება კავშირშია ნახ.3.11-ზე ობიექტის შიდა არეში ახლო ველის განაწილებაში სამი მაქსიმუმის, ქიმის არსებობასთან, ანუ რამდენი ნახევარ ტალღის მოთავსება არის შესაძლებელი ობიექტის სიგრძეზე. *c*) დიაგრამაზე ჩანს, რომ ოთხი ძირითადი მიმართულება ფორმირდება.

§3.2 ტიხრების მქონე ღრუ ღია იდეალურად გამტარი სხეულების ელექტრომაგნიტური თვისებები

წინა პარაგრაფში ჩვენს მიერ განხილული სტაციონალური ელექტრომაგნიტური ტალღების გაბნევის ამოცანაში ავტომანქანის მოდელი მაქსიმალურად იყო გამარტივებული. რეალური მოდელი ელექტროდინამიკური თვალსაზრისით წარმოუდგენლად რთული ობიექტია. მისი მეტალური კარკასი რთული ზედაპირებისგან შედგება, ამის გარდა იგი შეიცავს უამრავ მეტალურ დეტალს: ძრავის, საჭის, გადამცემთა კოლოფისა და სხვათა სახით. მეტალური ობიეტების გარდა მასში გვხვდება მრავალი დიელექტრიკული მასალისგან დამზადებული ნაწილები. უამრავი წვრილმანის გათვალისწინებით ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფარქციის ამოცანის მოდელირება ჯერ კიდევ ბევრი პრობლემის წინაშე დგას. ამ ამოცანის ამოხსნა მარტივი გეომეტრიული მოდელით უნდა წარმოებდეს და მიახლოება რეალურ მოდელთან ბიჯდაბიჯ უნდა განხორციელდეს. მიუხედავად იმისა, რომ მიახლოება არ არის სრულყოფილი, მეტალურ კონსტრუქციებში ელექრტომაგნიტური ველის ყოფაქცევის შესწავლა გამარტივებულ მოდელებზე ძალზედ მნიშვნელოვანია.



ნახ3 17

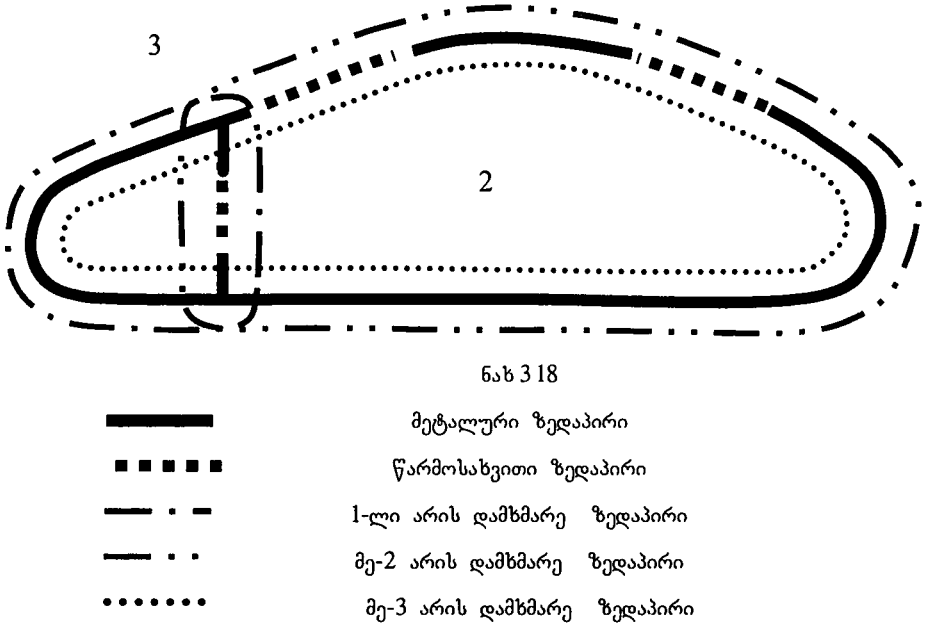
C მოდელი ანუ

მოდელი A ტიხრის დამატებით, ჭრილში.

შემდეგ ნაბიჯზე, მანქანის მოდელში გათვალისწინებულია, რომ ის შედგება განყოფილებებისგან. ძრავა, სალონი, საბარგული გაყოფილია ერთმანეთისგან

მეტალური ტიხრებით. მათი არსებობა მნიშვნელოვნად განსაზღვრავს მოდელის ელექტროდინამკურ თვისებებს. განხილულია ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანა განშტოების მქონე ღია მეტალურ ზედაპირზე. ძრავის განყოფილების იმიტაციის შესაქმნელად, ჩვენს მიერ შემუშავებული ავტომობილის გამარტივებული *A* მოდელის (ნახ.3.1) შიდა არეში მოთავსებულია მეტალური ტიხარი (ნახ.3.17). (პირობითად ნახ.3.17-ზე გამოსახულ მოდელს *C* მოდელს ვუწოდებთ).

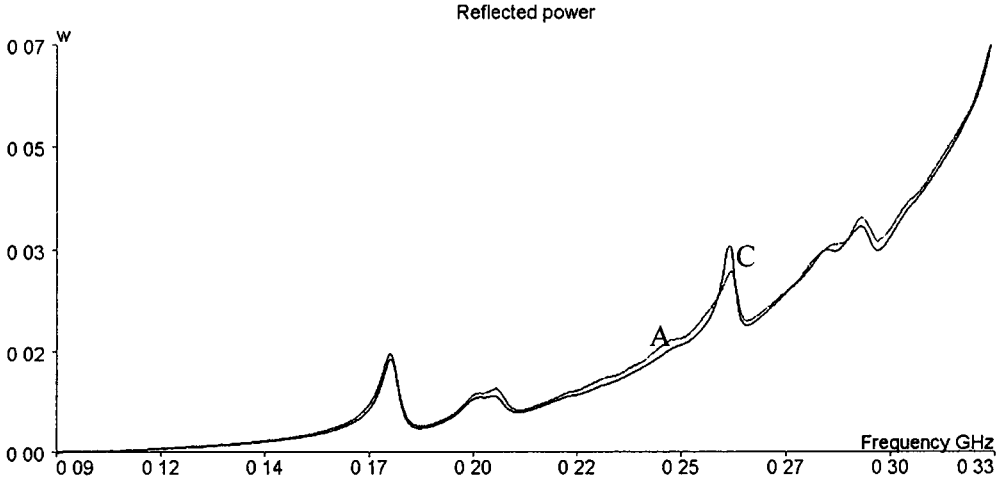
§1.4-ში აღწერილი ამოცანის მსგავსად, დ.გ.მ.-ით მოცემულ ობიექტზე ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოსახსნელად, ღია ზედაპირი ჩაკეტვას მოითხოვს. ზედაპირების ჩაკეტვა უნდა მოხდეს ისე, რომ სივრცეში მივიღოთ ერთმანეთისგან იზოლირებული ჩაკეტილი არეები (ნახ.3.18) ([39,40]).



ამ არეებისთვის შესაძლებელია დამხმარე ზედაპირების აგება და ელექტრომაგნიტური ველის აღწერა დამხმარე წყაროების საშუალებით. როგორც ნახ.3.18-დან ჩანს მოცემული მოდელი სამ არედ იყოფა. 1-ლი და მე-2 არეები მოდელის შიგნით არიან. სამივე არეში მეტალურ ზედაპირზე სრული ველის ელექტრული დაძაბულობის ვექტორის ტანგენციალური მდგენლის

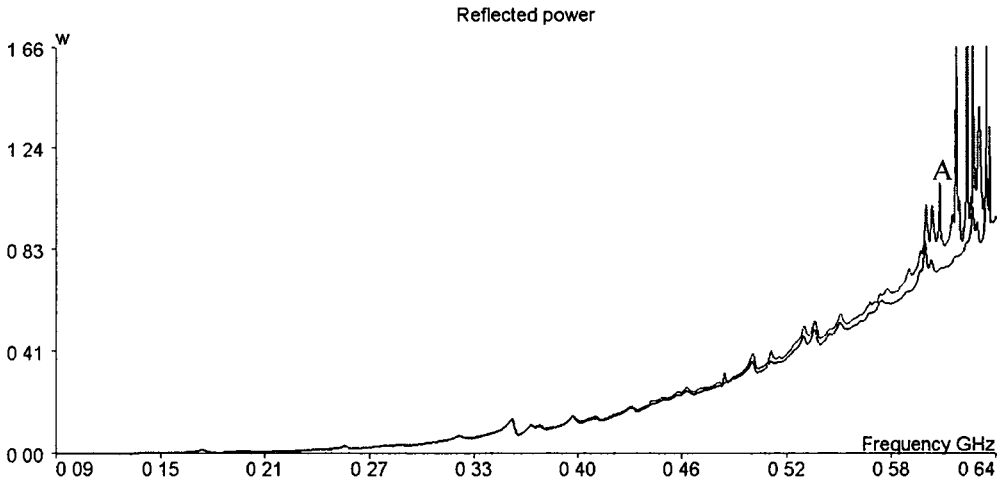
ნულთან ტოლობის (1.10) პირობა უნდა სრულდებოდეს. წარმოსახვით ზედაპირებზე ველი ერთი არიდან მეორეში უწყვეტად უნდა გადადიოდეს (შესაბამისი სასაზღვრო პირობები იხ. §1.4).

C მოდელზე ელეტქრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციისას ველის ყოფაქცევის შესწავლა საინტერესოა წინა *A* და *B* მოდელებზე ჩატარებულ გამოთვლებთან შედარებით. ამ მოსაზრების გათვალისწინებით რიცხვით გამოთვლებში ელექტრომაგნიტური ველის წყაროს ტიპი, პოლარიზაცია, ადგილმდებარეობა და სიხშირული მახასიათებლების საზღვრები იგივე რჩება.



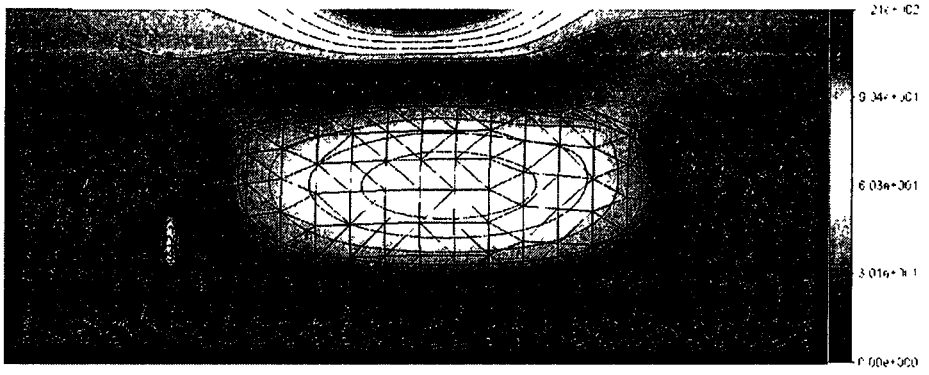
ნახ 3 19
სხეულის მიერ გადასხივებული ენერგიის დამოკიდებულება სიხშირეზე
—— *A* მოდელის შემთხვევაში
—— *C* მოდელის შემთხვევაში

ნახ.3.19 განხილულია *A* და *C* მოდელების სიხშირული მახასიათებლები პირველი რეზონანსების არეში, როგორც ნახაზიდან ჩანს სიხშირული მახასიათებლების მრუდებს შორის განსხვავება პირველი რეზონანსის მიდამოში მნიშვნელოვანი არ არის. რეზონანსული სიხშირეები ოდნავ არის წანაცვლებული. ასევე კარგად ჩანს, რომ სიხშირულ მახასიათებლებს შორის განსხვავება სიხშირის ზრდასთან ერთად იზრდება, თუმცა მრუდების ყოფაქცევაში მსგავსება მაინც შეიმჩნევა.



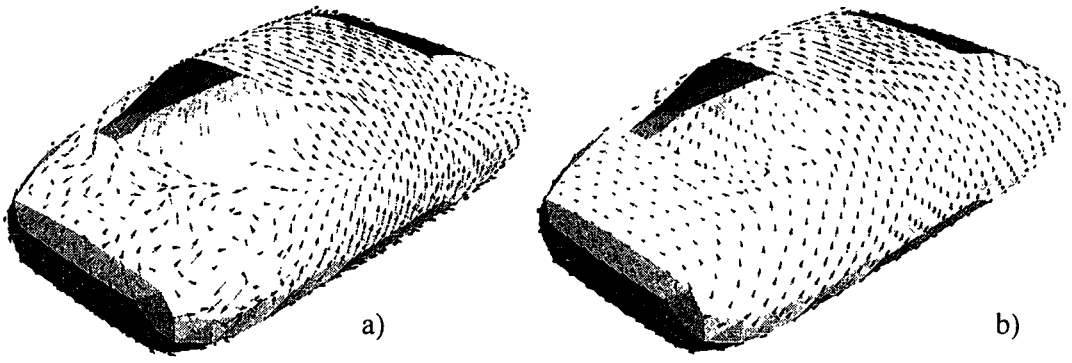
ნახ. 3.20
სხეულის მიერ გადასხივებული ენერგიის დამოკიდებულება სიხშირეზე
—— A მოდელის შემთხვევაში
—— C მოდელის შემთხვევაში

ნახ.3.20-დან ჩანს, რომ სიხშირის ზრდასთან ერთად განსხვავება სიხშირულ მახასიათებლებს შორის მნიშვნელოვანი ხდება.



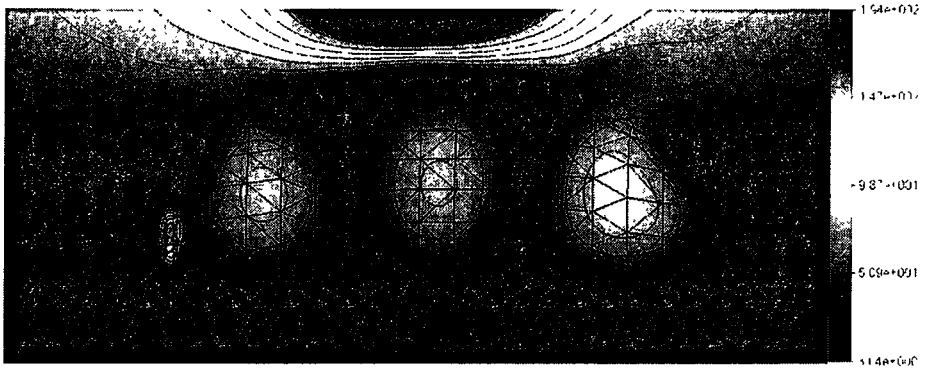
ნახ 3 21
რეზონანსი სიხშირეზე $f = 0.117GHz$ $abs(E_y)$ მდგენელის განაწილება XOZ სიბრტყეში. C მოდელი.

ნახ.3.21-ზე მოცემულია 0.117გჰც სიხშირეზე რეზონანსული ველის განაწილება XOZ სიბრტყეში, რომელიც A მოდელის შემთხვევაში 0.118გჰც სიხშირეზე მიღებული რეზონანსული ველის განაწილების მსგავსია.



ნახ 3.22
რეზონანსი სიხშირეზე $f = 0.117GHz$. $a)$ შიდა და $b)$ გარე დენის განაწილება C მოდელი

ნახ.3.22-ზე რეზონანსული დენის განაწილება ასევე მსგავსია შესაბამისი A მოდელის შემთხვევაში 0.118გჰც სიხშირეზე მიღებული რეზონანსული დენის განაწილების, მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ C მოდელში ტიხრით შემოსაზღვრული შიდა არის ზედაპირზე დენი სხვაგვარად არის განაწილებული.



ნახ 3.23
რეზონანსი სიხშირეზე $f = 0.175GHz$. $abs(E_y)$ მდგენელის განაწილება XOZ სიბრტყეში C მოდელი

ნახ.3.23-ზე მოცემულია რეზონანსული ველის განაწილება XOZ სიბრტყეში, აქაც შეგვიძლია დავინახოთ გარკვეული ანალოგია, როგორც A მოდელის შესაბამის შემთხვევაში 0.175გჰც სიხშირეზე მიღებული რეზონანსული ველის განაწილებასთან, ასევე B-თანაც შედარებით.

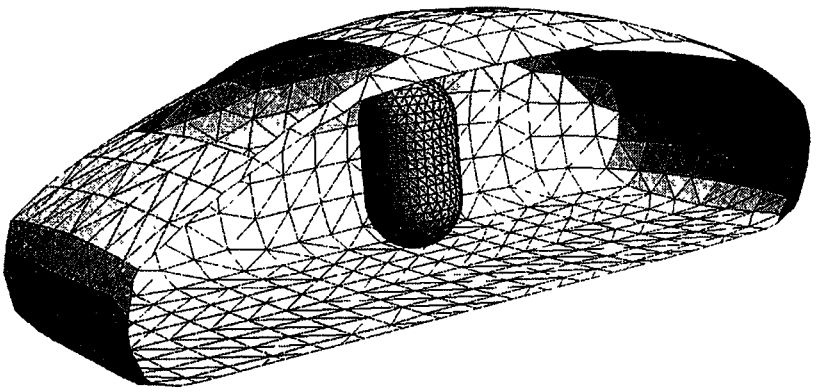
მოცემულ პარაგრაფში განხილული C მოდელის შემთხვევაში მიღებული შედეგები უჩვენებენ, რომ დაბალ სიხშირეებზე რეზონანსული მახასიათებლები და რეზონანსული ველების სტრუქტურა თვისობრივად არ განსხვადება A მოდელის შემთხვევაში მიღებული შედეგებისგან. განსხვავება მნიშვნელოვანი ხდება მაღალი სიხშირეების არეში.

3.3. ღია იდეალურად გამტარი მეტალური ზედაპირისგან და შიგნით მშთანთქმელი დიელექტრიკული სხეულისგან შემდგარი სისტემის ელექტრომაგნიტური თვისებები

უკანასკნელ პერიოდში გარეშე ელექტრომაგნიტური ველებისგან დაცვის მიზნით ელექტრომაგნიტური შემთავსებლობის პრობლემების შესწავლას განსაკუთრებული მნიშვნელობა ექცევა.

დღეისათვის ელექტრომაგნიტური შემთავსებლობის ამოცანებიდან გამოყოფენ ორ ძირითად მიმართულებას: 1) ელექტრომაგნიტური ველების ზემოქმედებას ადამიანზე და 2) თანამედროვე ციფრულ ელექტრონულ მოწყობილობებზე. ადამიანზე ზემოქმედების შესწავლის განსაკუთრებული აუცილებლობა შეიქმნა კომუნიკაციური საშუალებათა რაოდენობისა და სიმძლავრის ზრდასთან დაკავშირებით. ცნობილია, რომ სხვადასხვა გადამცემები, პორტატული ტელეფონები, მძლავრი რადიო და ტელე-სადგურები, ენერგეტიკული ხაზები, და ა. შ. ქმნიან გარემოში ფართოსიხშირულ ფონს, რომელთა ზემოქმედებას ადამიანზე, მის ნერვულ და სხვა ფუნქციონალურ სისტემებზე არასასურველი შედეგები აქვს. ამიტომაც საჭიროა ასეთი ზემოქმედების კონტროლი და სტანდარტიზაცია მისი მაქსიმალური შემცირების მიზნით. ამ პრობლემით ათასობით მკვლევარია დაკავებული. მეცნიერული თვალსაზრისით ამოცანა ძალზედ რთულია და მოითხოვს ღრმა, კომპლექსურ, როგორც ბიოლოგიურ ასევე ფიზიკურ გამოკვლევებს. ბიოლოგიური გამოკვლევა გულისხმობს ელექტრომაგნიტური ველის ზეგავლენის ქვეშ მყოფი ცოცხალი ქსოვილის უჯრედებში მიმდინარე პროცესების და მათ მიერ გამოწვეული შედეგების შესწავლას. ფიზიკური მხრიდან საინტერესოა, თუ როგორ გავლენას ახდენს ბიოლოგიური ობიექტი ელექტრომაგნიტური ველის ყოფაქცევაზე, გავრცელებაზე და განაწილებაზე. წინა თავების ამოცანები ავტომობილის მეტალურ ზედაპირზე ელექტრომაგნიტური ტალღის გაბნევას იხილავდა. არანაკლებ საინტერესოა,

თუ როგორ გავლენას ახდენს ადამიანი ავტომობილში ელექტრომაგნიტური ველის განაწილებაზე, როგორ ცვლის სიხშირულ მახასიათებლებს და რეზონანსული ველების ყოფაქცევას.



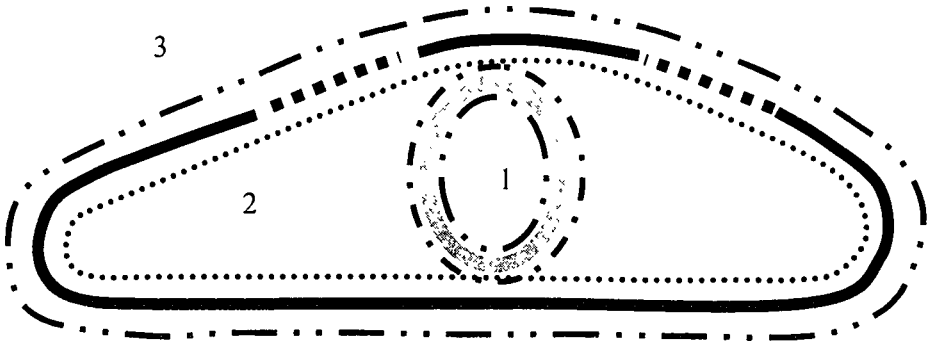
ნახ. 3.24
სფეროიდული ფორმის სხეული მოთავსებული ავტომობილის ძარის მოდელის შიგნით

რეალურად ადამიანი ელექტროდინამიკური თვალსაზრისით ძალზედ რთული ობიექტია. დღესდღეობით გარკვეული სიზუსტით შეუძლებელია მისი ყველა ელექტროდინამიკური თვისების მოდელირება. ამიტომაც, ხშირად მიმართავენ ისეთ მიახლოებას, რომელშიც ადამიანის მოდელი განხილულია, როგორც გასაშუალოებული დიელექტრიკული თვისებების მქონე $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$ სადაც $\varepsilon' = 45$ $\varepsilon'' = 9$ სხეული [42-45]. ეს მიახლოება მნიშვნელოვნად ამარტივებს მოდელირებას (ნახ.3.24).

დაბლიდან მაღალ დიელექტრიკული შელწევადობის მქონე გარემოში გადასვლისას ტალღის სიგრძე მცირდება. ეს გარემოება გასათვალისწინებელია რიცხვითი ექსპერიმენტების დროს. ელექტრომაგნიტური ველის აღწერა მეტ სიზუსტეს მოითხოვს, ვიდრე თავისუფალი გარემოს შემთხვევაში. დიელექტრიკული სხეულის შიდა არეში გაბნეული ველის კარგი აღწერისათვის საჭირო უცნობების რაოდენობა ტალღის სიგრძის შემცირების კვადრატის პროპორციულია. მაგალითად ტალღის სიგრძე დაახლოებით

დიელექტრიკულ სხეულში ε -ჯერ მცირდება და ამგვარად უცნობთა რაოდენობა მისი კვადრატით იზრდება. ჩვენს მიზანს წარმოადგენს ადამიანის და ავტომობილის, როგორც ერთიანი სისტემის განხილვა.

დ.გ.მ.-ით მოცემულ სისტემაზე ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოსახსნელად საჭიროა არეების გამოყოფა. მოცემული შემთხვევისთვის ღია ზედაპირების ჩაკეტვით სამი არე მიიღება (ნახ.3.25).



ნახ.3.25

მეტალური ზედაპირი

წარმოსახვითი ზედაპირი

1-ლი არის დამხმარე ზედაპირი

მე-2 არის დამხმარე ზედაპირი

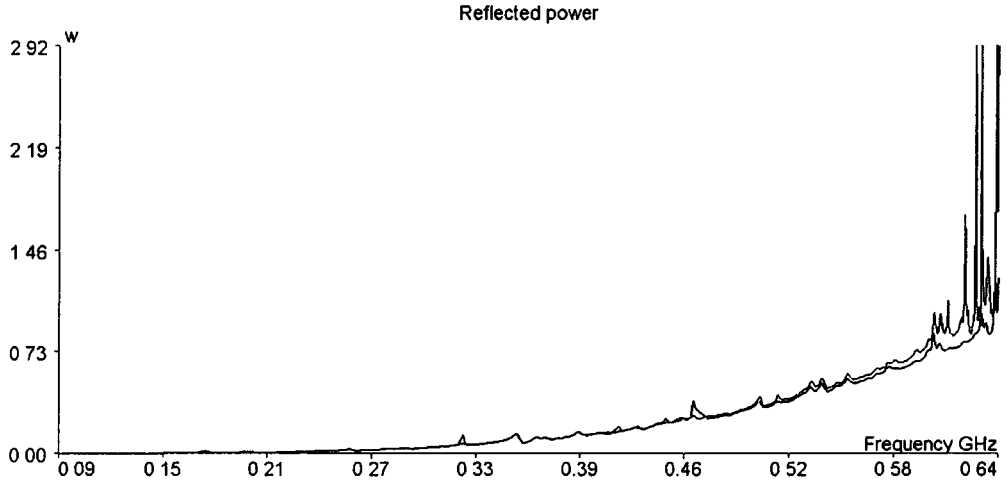
მე-3 არის დამხმარე ზედაპირი

დიელექტრიკული სხეული

ამ არეებისთვის შესაძლებელია დამხმარე ზედაპირების აგება და ელექტრომაგნიტური ველის აღწერა დამხმარე წყაროების საშუალებით. 1-ლი არე მშთანთქმელი დიელექტრიკის შიგნით მდებარეობს. მე-2 არე A მოდელის შიგნითა არეა 1-ლი არის გამოკლებით, ხოლო მე-3 არე მოდელის გარეთა სივრცეა. მე-2 და მე-3 არეებში მეტალურ ზედაპირზე სრული ველის ელექტრული დაძაბულობის ვექტორის ტანგენციალური მდგენლის ნულთან ტოლობის (1.2) პირობა უნდა სრულდებოდეს, ხოლო წარმოსახვით ზედაპირებზე ველი ერთი არიდან მეორეში უწყვეტად უნდა გადადიოდეს,

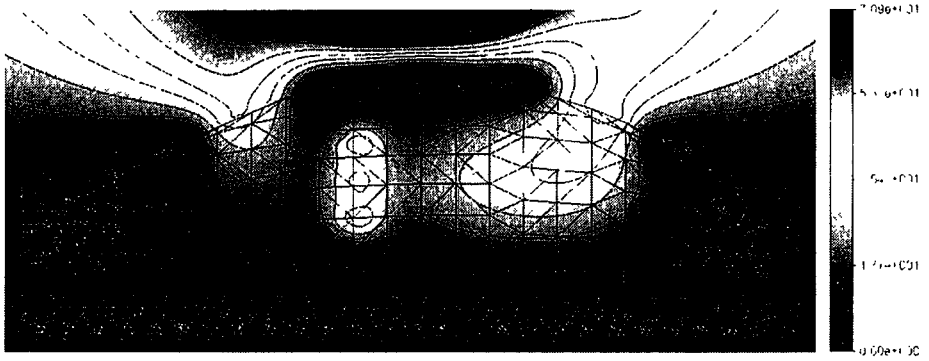
შესაბამისად დიელექტრიკული სხეულისთვისაც (სასაზღვრო პირობები იხ.§1.4).

მშთანთქმელ სხეულად განხილულია ელიფსოიდური ფორმის სხეული, რომლის ზომები $0.5\times0.5\times0.9$ ფარგლებშია (ნახ 3.24). მისი დიელექტრიკული შეღწევადობა ფარდობით ერთეულებში $\varepsilon=(45,9)$ ტოლია. მანქანის ძარის მოდელად აღებულია მოდელი A (იხ. ნახ.3.2 და ნახ.3.24). განხილულია შემთხვევა, როდესაც ელექტრომაგნიტური ველის წყარო, ჰერცის დიპოლი, მდებარეობს წერტილში (0, 0, 2) და პოლარიზებულია Y ღერძის გასწვრივ.



ნახ. 3.26
გადასხივებული ენერგია
A მოდელის შემთხვევაში, D მოდელის შემთხვევაში

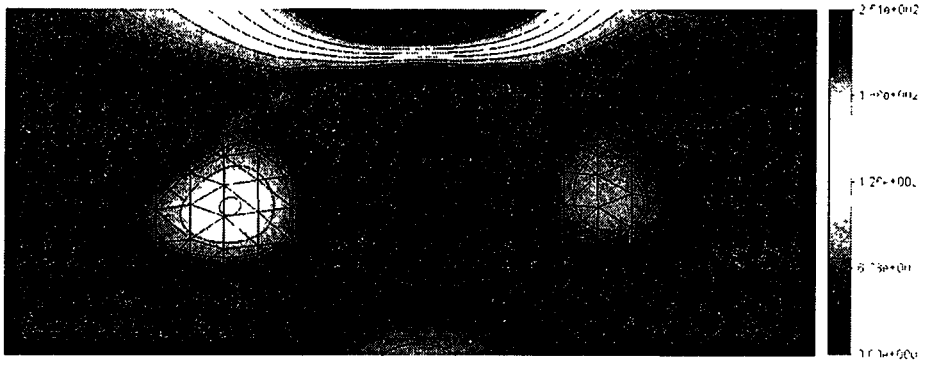
ნახ.3.26 მოცემულია A და D მოდელების მიერ გადასხივებული ენერგიის სიხშირეზე დამოკიდებულების მრუდები. ამ ორ მრუდს შორის მნიშვნელოვანი განსხვავებებია მაღალი სიხშირეების არეში. დაბალი სიხშირეების არეში ეს ორი მრუდი ერთმანეთისგან თითქმის არ განსხვავდება.



ნახ 3 27

$f = 0.118GHz$ სიხშირეზე $abs(E_y)$ მდგენლის განაწილება XOZ სიბრტყეში

როგორც ნახ.3.27-დან ჩანს D მოდელის შემთხვევაში 0.118გჰც სიხშირეზე მშთანთქმელი სხეულის განლაგებამ შეცვალა რეზონანსული ველის ფორმა, ველის მნიშვნელოვანი ნაწილი სხეულის შიგნით განაწილდა. ნახ.3.27-დან ჩანს მშთანთქმელის შიგნით ველის მნიშვნელობა მაღალია.

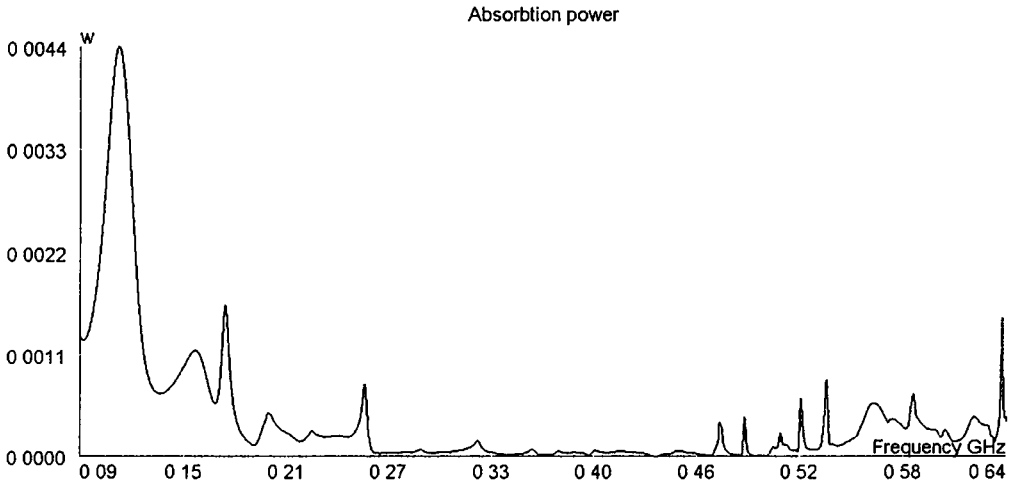


ნახ 3 28

$f = 0.175GHz$ სიხშირეზე $abs(E_y)$ მდგენლის განაწილება XOZ სიბრტყეში

ნახ.3.28-ზე მოცემულია D მოდელის შემთხვევაში 0.175 გჰც სიხშირეზე ახლო ველის განაწილება. ამავე სიხშირეზე A-თვის ნახ.3.12-ზე ახლო ველის

განაწილებასთან ნახ.3.28-ის შედარებით ჩანს, რომ რეზონანსული ველი თვისობრივად იგივეა იმ გამონაკლისით, რომ მშთანთქმელი სხეული ხელს უშლის რეზონანსულ ველში შუა მაქსიმუმის ფორმირებას, რომელსაც ადგილი ჰქონდა ნახ.3.11-ზე. მშთანთქმელი დიელექტრიკული სხეულის შიგა არეში ტალღის სიგრძე მნიშვნელოვნად არის შემცირებული.



ნახ.3.29

სხეულის მიერ შთანთქმული ენერგიის დამოკიდებულება სიხშირეზე

ნახ.3.29-ზე მოცემულია დიელექტრიკული სხეულის მიერ შთანთქმული ენერგიის სიხშირეზე დამოკიდებულების გრაფიკი. მოცემული მნიშვნელობები გამოითვლებოდა დიელექტრიკული სხეულის შემომსაზღვრელ ზედაპირზე პოინტინგის ვექტორის ინტეგრირებით. მიღებული მნიშვნელობა ნორმირებულია წყაროს სიმძლავრის მიმართ. სხეულის მიერ შთანთქმული ენერგიის რაოდენობა რეზონანსულ სიხშირეებზე არის დამოკიდებული. დაბალ სიხშირეებზე შთანთქმა ბევრად უფრო დიდია მაღალ სიხშირეებთან შედარებით. ზოგადად, დაბალ სიხშირეზე ელექტრომაგნიტური ველი დიელექტრიკულ სხეულებს ადვილად განჭოლავს, მაგრამ ასევე დიდი მნიშვნელობა აქვს სხეულების ფორმას.

როგორც უკვე აღვნიშნეთ მშთანთქმელი დიელექტრიკული სხეული ნამდვილი წინაღობის გარდა ხასიათდება წარმოსახვითითაც, რომელიც დამოკიდებულია სხეულის ფორმაზე. წინაღობის წარმოსახვითი ნაწილი გარკვეულ სიხშირეებზე მინიმალური ხდება და ელეტრომაგნიტური ველი ადვილად აღწევს დიელექტრიკში. ნახ.3.29-ზე მოცემული შთანთქმული ენერგიის გრაფიკის პირველი პიკის დიდი მნიშვნელობა სწორედ ასეთი მინიმუმის და მეტალური ზედაპირის რეზონანსული სიხშირის სიახლოვით არის განპირობებული.

III თავის ძირითადი შედეგები

III თავის შედგებში: ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნით გამოკვლეულია კონკრეტული ღია მეტალური ზედაპირის და მშთანთქმელი დიელექტრიკული სხეულისგან შემდგარი სისტემების რეზონანსული მახასიათებლები.

პირველ პარაგრაფის ძირითადი შედეგები: განხილულია ავტომობილის გამარტივებული მოდელების სახით ორი ღია იდეალურად გამტარი ზედაპირი. ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნით გამოკვლეულია მათი სიხშირული მახასიათებლები და გაანალიზებულია ის განსხვავებები, რომლებიც მათ შორის არსებული გეომეტრიული სხვაობით არის გამოწვეული. ორივე შემთხვევისათვის ნაპოვნია რეზონანსულ სიხშირეებზე ახლო ველებისა და ზედაპირული დენების განაწილებები. მიღებულია: ახლო ველის და დენის განაწილებები, რეზონანსული სიხშირეების შემთხვევაში. მიღებული შედეგები უჩვენებს, რომ სხეულის ფორმაში მის გეომეტრიულ ზომებთან შედარებით მცირე ცვლილებების შეტანით რეზონანსული სიხშირეები მნიშვნელონად არ იცვლება. რეზონანსული სიხშირეების მიდამოში სხეულის მიერ გაბნეული ველის დიაგრამის ფორმა იცვლება, ყალიბდება არამილევადი რხევების გავრცელების დამატებითი მიმართულება.

მეორე პარაგრაფის ძირითადი შედეგები: განხილულია პირველ პარაგრაფში მოცემული ერთ-ერთი მოდელი, რომელშიც დამატებით გათვალისწინებულია ტიხრები. ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნით გამოკვლეულია მისი სიხშირული მახასიათებლები. განხილულია შედარებები წინა პარაგრაფის შედეგებთან. მიღებულია: ახლო ველის და დენის განაწილებები, რეზონანსული სიხშირეების შემთხვევაში.

მესამე პარაგრაფის ძირითადი შედეგები: განხილულია ღია იდეალურად გამტარი ზედაპირის და მშთანთქმელი დიელექტრიკული სხეულისგან შემდგარი

სისტემა. მოცემული სისტემა წარმოადგენს გამარტივებულ მოდელს იმ ვითარებისა თუ როგორ ცვლილებებს ახდენს ადამიანი ავტომობილის კარკასის შიგნით ან მის სიახლოვეს ყოფნისას ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის დროს ველის განაწილებაზე და ავტომობილის სიხშირულ მახასიათებლებზე. ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნით გამოკვლეულია მისი სიხშირული მახასიათებლები. ჩატარებულია შედარებები წინა პარაგრაფების შედეგებთან. მიღებულია: ახლო ველის და დენის განაწილებები, რეზონანსული სიხშირეების შემთხვევაში.

დ ა ს კ ვ ნ ა

მოცემულ სადისერტაციო ნაშრომში შესწავლილია დროით-ჰარმონიული პროცესები დიფრაქციის ამოცანებში.

დისერტაციის ძირითადი მიზანი იყო სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნის ერთ-ერთი მეთოდის, კერძოდ დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდის განვითარება და გავრცობა ჩაკეტილი და ღია გეომეტრიის მქონე მეტალური ზედაპირების რეზონანსული სიხშირეების შესასწავლად. აგრეთვე შესაბამისი ამოცანების გადასაწყვეტად პროგრამული პაკეტების შემუშავება.

სადისერტაციო ნაშრომი შედგება სამი თავისგან. პირველი თავი ექვსი პარაგრაფისგან შედგება.

პირველ პარაგრაფში აღწერილია ელექტრომაგნიტური ტალღების დიფრაქციის ამოცანა სიხშირულ არეში, მისი ძირითადი მათემატიკური და ფიზიკური ასპექტები.

მეორე პარაგრაფში განხილულია დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდი, რომელიც გამოიყენება ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანების ამოსახსნელად. მისი ძირითადი თვისებები და შენიშვნები, რომელთა გათვალისწინება მნიშვნელოვანია რიცხვითი გამოთვლების დროს.

მესამე პარაგრაფში აღწერილია მიდგომა, რომელიც დ.გ.მ-ით დიფრაქციის ამოცანის ამოსახსნელად ღია მეტალური ზედაპირის შემთხვევაში მის ეფექტურად გამოყენების საშუალებას იძლევა. მიდგომა გამოყენებულია კონკრეტული ობიექტის რეზონანსული მახასიათებლების შესასწავლად. ჩატარებულია შედარებები განსხვავებული მეთოდით მიღებულ შედეგებთან. რიცხვითმა ექსპერიმენტმა აჩვენა დ.გ.მ.-ის კრებადობის კარგი უნარი.

მეოთხე პარაგრაში აღწერილია რთული გეომეტრიული ფორმის სხეულზე ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოსახსნელად დამხმარე

გამომსხივებლების მეთოდის ეფექტური გამოყენებისთვის ამ სხეულის ზედაპირის დამუშავების რამდენიმე მიდგომა.

მეხუთე პარაგრაფში გამოყვანილია მულტი დიპოლური სისტემის მიერ გამოსხივებული ენერგიის ანალიზური ფორმის განსაზღვრა, რომელიც მნიშვნელოვანად ამცირებს კომპიუტერული გამოთვლების დროს და ზუსტ შედეგს იძლევა.

მეექვსე პარაგრაფში შეჯამებულია პირველი თავის ძირირთადი შედეგები: სიხშირულ არეში ელექტრომაგნიტური ტალღების დიფრაქციის ზოგადი მათემატიკური და ფიზიკური ასპექტები, სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნის მეთოდი, კერძოდ დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდი. დამხმარე გამომსხივებლების მეთოდის განვითარება ღია მეტალური ზედაპირებისთვის. სხეულებზე დიფრაქციის ამოცანის დ.გ.მ. ამოსახსნელად გეომეტრიის დამუშავება. ჰერცის დიპოლებისგან შემდგარი სისტემის მიერ გამოსხივებული ენერგიის გამოთვლის ანალიზური ფორმულა.

მეორე თავი ოთხი პარაგრაფისგან შედგება. პირველ პარაგრაფში მოცემულია ოპერატორის საკუთარი მნიშვნელობების პოვნის ამოცანა და მისი ძირითადი მათემატიკური ასპექტები, ამ ამოცანების ამოხსნის მეთოდების მიმოხილვა.

მეორე პარაგრაფში განხილულია ჩაკეტილი მეტალური ზედაპირების მიერ მოცული არეების საკუთარი მნიშვნელობების და ველების პოვნის მეთოდი, რომელიც დ.გ.მ. იყენებს. შევნიშნოთ რომ ამ ამოცანის გადაჭრა ხდება ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის განხილვით. მისი ეფექტურად გამოყენება შესაძლებელია მოცულობითი რეზონანსული სტრუქტურების თვისებების გამოკვლევისთვის. ტესტური ამოცანების ამოხსნით მიღებულმა შედეგებმა აჩვენა კარგი თანხვედრა თეორიულ მონაცემებთან, რაც ადასტურებს მეთოდის მართებულობას ასეთი ტიპის ამოცანების ამოსახსნელად.

მესამე პარაგრაფში აღწერილი მიდგომით ნაპოვნია რთული გეომეტრიული ფორმის ჩაკეტილი მეტალური ზედაპირის მქონე სხეულების რეზონანსული სიხშირეები.

მეოთხე პარაგრაფში შეჯამებულია მეორე თავის ძირითადი შედეგები: განხილული რეზონანსული სიხშირეების პოვნის მეთოდის ძალზედ ეფექტურობა რიცხვითი რეალიზაციის თვალსაზრისით, საკუთარი მნიშვნელობების პოვნასთან ერთად ხდება საკუთარი ფუნქციების მიღებაც, საკუთარი მნიშვნელობების გამოსაკვლევად მეთოდისთვის საჭირო უცნობების რაოდენობა სუსტად არის დამოკიდებული სიხშირეზე. საკუთარი მნიშვნელობების დაზუსტება დამხმარე ზედაპირის დაშორებითაც არის შესაძლებელი. ასევე მეთოდით შესაძლებელია რეზონანსული დენის განაწილების პოვნა. ტესტური ამოცანების ამოხსნით მიღებული შედეგები კარგ თანხვედრაშია თეორიულ მონაცემებთან, რაც ადასატურებს მეთოდის უპირატესობას ასეთი ტიპის ამოცანების ამოსახსნელად ტრადიციულ მეთოდებთან შედარებით.

მესამე .თავში გამოკვლეულია ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნით კონკრეტული ღია მეტალური ზედაპირის და მშთანთქმელი დიელექტრიკული სხეულისგან შემდგარი სისტემების რეზონანსული მახასიათებლები. მესამე თავი ოთხი პარაგრაფისგან შედგება.

პირველი პარაგრაფის ძირითადი შედეგები: განხილულია ავტომობილის გამარტივებული მოდელების სახით ორი ღია იდეალურად გამტარი ზედაპირი. ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნით გამოკვლეულია მათი სიხშირული მახასიათებლები და გაანალიზებულია ის განსხვავებები, რომლებიც მათ შორის არსებული გეომეტრიული სხვაობით არის გამოწვეული. ორივე შემთხვევისათვის ნაპოვნია რეზონანსულ სიხშირეებზე ახლო ველებისა და ზედაპირული დენების განაწილებები. მიღებულია: ახლო ველის და დენის განაწილებები, რეზონანსული სიხშირეების შემთხვევაში.

მეორე პარაგრაფის ძირითადი შედეგები: განხილულია პირველ პარაგრაფში მოცემული ერთ-ერთი მოდელი, რომელშიც დამატებით გათვალისწინებულია ტიხრები. ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნით გამოკვლეულია მისი სიხშირული მახასიასთებლები. განხილულია შედარებები წინა პარაგრაფის შედეგებთან. მიღებულია: ახლო ველის და დენის განაწილებები, რეზონანსული სიხშირეების შემთხვევაში.

მესამე პარაგრაფის ძირითადი შედეგები: განხილულია ღია იდეალურად გამტარი ზედაპირის და მშთანთქმელი დიელექტრიკული სხეულისგან შემდგარი სისტემა. მოცემული სისტემა წარმოადგენს გამარტივებულ მოდელს იმ ვითარებისა თუ როგორ ცვლილებებს ახდენს ადამიანი ავტომობილის კარკასის შიგნით ან მის სიახლოვეს ყოფნისას ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის დროს ველის განაწილებაზე და ავტომობილის სიხშირულ მახასიათებლებზე. ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნით გამოკვლეულია მისი სიხშირული მახასიათებლები. ჩატარებულია შედარებები წინა პარაგრაფების შედეგებთან. მიღებულია: ახლო ველის და დენის განაწილებები, რეზონანსული სიხშირეების შემთხვევაში.

მეოთხე პარაგრაფში შეჯამებულია მესამე თავის ძირირთადი შედეგები.

მიღებული შედეგების მართებულობა მოწმდებოდა სხეულის ზედაპირზე სასაზღვრო პირობების შესრულების შეფასებით, შედეგების ფიზიკური არსის გაანალიზებით, მცირე ელექტრული ზომების მქონე მარტივ გეომეტრიულ ფიგურებზე განსხვავებული მეთოდების გამოყენების პრაქტიკულად შესაძლო საზღვრებში მიღებულ შედეგებთან შედარებებით და აგრეთვე კერძო შემთხვევებში, ანლიზურად მიღებულ შედეგებთან შედარებით.

ლ ი ტ ე რ ა ტ უ რ ა

1. A.J. Poggio, E.K. Miller, "Integral equation solutions of three-dimensional scattering problems", in Computer Techniques for Electromagnetics, Oxford: Pergamon Press, 1973, pp. 159-264.
2. Aleksidze M.A. Solution of boundary problems by expansion into a nonorthogonal series; 1978, Moskow, Nauka 351 p., 1986.
3. Алексидзе М.А. "Фундаментальные функции уравнений математической физики в приближонних решениях граничных задач" часть I. Изд. ТУ Тбилиси 1989. с 158-179.
4. Bogdanov F.G., Zaridze R.S., Karkashadze D.D., Shubitidze Ph.L Modified Auxiliary Sources Method for Investigation of Diffraction on the Volominous Bodies of Complicated Form. "MMET'96 Vl-th International Conference in Mathematical Method in Electromagnetic Theory". Proceedings. September 10-13, 1996, Lviv, Ukraine pp. 65-69.
5. C.Butler, Ralimat-Samli, R.Mittra, "Electromagnetic Penetration Thrugh Apertures in Conducting Surfaces." IEEE Trans, on Antennas Propagat., vol. AP-26, No.l, pp. 82-93, Jan. 1978
6. G. Ghvedashvili, R. Zaridze, K. Tavzarashvili, A. Bijamov, I. Chelidze, D.Kakulia. "Numerical Simulation of Metallic Antenna Covered with Dielectric Layer", Bulletin of the Georgian Academy of Science, 163, #2, 2001. pp.253-255.
7. D.Karkashadze, R.Zaridze,"The Method of Auxiliary Sources in Applied Electrodynamics", Latsis Symposium, Zurich, 1995, pp. 163-180.
8. D. P. Economou, D. I. Kaklamani, R. Zaridze, V. Kouloulias, I. G. Tigelis and N. K. Uzunoglu. A Hybrid Method of Moments & Method of Auxiliary Sources (MOM/Method of Auxiliary Sources) Technique in Solving Complex Electromagnetic Structures. Proceedings of the International conference in Advanced

Applications (ICEAA 97)September 15-18, 1997 - Torino, ITALY.

9. Holt A. R., Uzunoglu N. K. and Evans B. G. "An integral Equation Solution to the Scattering of Electromagnetic Radiation by Dielectric Spheroid and Ellipsoid", *IEEE Trans. Antennas and Propagation,* AP-26, p.p. 706-712, 1978.
10. J. Dansou et al., "Electromagnetic Effects of Cellular Radiotelephone on Motor Vehicles and Their Standards," in Proceedings of the 12th International Symposium on EMC (Zurich: Swiss Electrotechnical Association, 1997), 13–18
11. J. Mautz, R. Harrington. "Radiation and scattering from bodies of revolution", Appl. Sci. Res. June 20 1969, pp. 405-434.
12. J. Mautz, R. Harrington. 'H-Field, E-field, and Combined-Field Solutions for Conducting Bodiesof Revolution1. Lectures on Conputation Methods in Electromagnetics. The SCEEE Press 1981.
13. J.P. Parmantier. X. Ferrieres, S. Bertuol. "Combination of 3D Hybrid Technique and a Cable Network computer code to Model EM Coupling on a Complex Wiring". Abstracts AMEREM 2002. (Anapolis, Mariland 2-7 June 2002)12p.
14. Karkashadze D.D., Metshvarishvili D.A., Shubitidze P.I Applied Program Product Based on the Auxiliary Sources Method. Proceedings of the Seminar/ Workshop "Numerical Solution of Direct and Inverse Problems of the Electromagnetic and Acoustic Waves Theory (DIPED-95)" Supported by IEEE. Lviv, Ukraine, Sept. 19-25 21, 1995. pp. 43-44.
15. Kopaleishvili V.P., Popovidi-Zaridze R.S. 1972 Radioeng. and Electr. Acad. of Scie USSR. Nauka v.27, N7. 1374-1381.
16. Kopaleishvili V.P., Popovidi-Zaridze R.S. 1972 Radioeng. and Electr. Acad. of Scie USSR. Nauka v.27, N11, 2432-2435.
17. Kupradze V. About approximates solution of mathematical physics

problem. Success of Mathematical Sciences, Moscow. 22. N2 1967, 59-107.

18. Kupradze V. Dynamical Problems in Elasticity, Progress in Solid Mechanics 3, Amsterdam, 1963.

19. Kupradze V. Method of integral equations in the theory of diffraction. 1935. Moscow-Leningrad.

20. M. Mekki-Kaidi, D. Lautru, E. Richalot, Y.HadJee,V.Fouad Hanna,"Vehicular application of spherical modal decomposition." in Proceedings 2002 IEEE Antenas and Propagation society International Symposium (San Antonio, Texas, June 16-21, 2002),148-151.

21. Millar R. F. Proc. Cambr, Phil. Soc. 1969, v.65, p.773.

22. Millar R. F. Electron. Letters 1969. v.5p.416.

23. Millar R. F. Radio Science. 1973 v.8. N8.9 pp.785-796.

24. Mittra R, Wilton K. 1969. Proc. IEEE, 57(11), 2064-2065. Eremin Yu. A. Lebedev O.A. Sveshnikov A.G. 1988. Radioeng. and Electr. Acad. of Scie USSR. Nauka, v.33, N10, 2076-2083.

25. Okuno Y. (1994) A duality Relationship between Scattering Field and current density calculation in the Yasuura Method. MMET, URSI, Kharkov, Ukraine pp. 278-281.

26. Поджио А., Миллер Е. Решение трехмерных задач рассеяния электромагнитных волн с помощью интегральных уравнений. В сб. Вычислительные методы в электртродинамике. Под ред. Миттры Р. М., 1977, с. 175-309.

27. Popovidi-Zaridze R. S. Karkashadze D. D., Khatiashvili J. 1981. Radioeng. and Electr. Acad. of Scie USSR. Nauka, v.36, N2, 254-262 pp.

28. Popovidi-Zaridze. R. S., Tsverikmazashvili Z. S. "Numerical solution of diffraction problem by modified method of non-orthogonal series," Journal of Applied Mathematics and Mathematical Physics, Moscow,

1977.

29. Popovidi-Zaridze R.S., Karkashadze D. D, Mtiulishvili K. A. Solution of the diffraction problems on the complicate shape body by method of composition. 7th All union Symposium of Diffraction and Wave Propagation. 1977, Moscow. v.3, 83-85 pp.

30. R. De Leo, G. Cerri, L. Claretti, V. Mariani Primiani, F. Moglie, M. Moscariello, and M. de Riso "Cars: Modeling the Electromagnetic Field for Radiated Immunity Tests".Compliance Engeneering March / April 2001.

31. R. Harrington, J. Mautz. 'Computation of Characteristic Modes for Conducting Bodies'. IEEE Trans. AP-19, No 5, Sept. 1971, pp. 629-639.

32. R. Harrington, D. Wilton, C. Butler, R. Mittra, C. Bennet, "Lectures on Computational Methods in Electromagnetics," The SCEEE Press, 1981.

33. R. F. Harrington "Field Computation by Moment Methods" Oxford University Press, The IEEE Press, 1993

34. Р. Митры ,''Вычислителние методы в элетродинамике." из.МИР Москва 1997. 18-19с.

35. R. Popovidi-Zaridze, G. Talakvadze, "Numerical Investigation of Resonant Properties of Metal-Dialectical Periodical Structures," Tbilisi State University, Institute of Applied Mathematics, Tbilisi, 1983.

36. R. Popovidi-Zaridze., D. Karkashadze, G. Ahvlediani, and J. Khatiashvili, "Investigation of Possibilities of the Method of Auxiliary Sources in Solution of two-dimensional Electrodynamics Problems," Radiotechnics and Electronics, Vol. 22, No.2, Moscow, 1978.

37. R. Popovidi-Zaridze, "The Method of Auxiliary Sources," Lecture Cycles, Academy of Science, Moscow. 1984.

38. R. Zaridze and D. Karkashadze. " The Method of Auxiliary Sources and wave field singularities" Lecture Cycles, University of Kazan. 1988.

39. R. Zaridze, G. Bit-Babik, K. Tavzarashvili, A. Bijamov, D. Kakulia,

G. Ghvedashvili. "The Method of Auxiliary Sources in Scattering and Diffraction Problems" is presented on 2001 IEEE AP-S International Symposium, Boston, Massachusetts, July 8-13, 2001. pp.738-741

40. R. Zaridze, **D. Kakulia**, K. Tavzarashvili, A. Bijamov, G. Ghvedashvili, G. Chelidze, " Electrodynamic Properties of Semi-open Objects with Cavities and Partitions", Proceedings of VIth International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2001), Lviv, Ukraine, September 18-20, 2001, pp. 54-59.

41. R. Zaridze, **D. Kakulia**, K. Tavzarashvili, A. Bijamov, G. Ghvedashvili, G. Chelidze, "Determination of Eigenvalues of The Object Using The Method Of Auxiliary Sources (MAS)". Proceedings of VIth International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2001), Lviv, Ukraine, September 18-20, 2001, pp. 183-190.

42. R. Zaridze, K. Tavzarashvili, G. Ghvedashvili, A. Bijamov, J. Jojishvili, **D. Kakulia**. "Investigation of Some antenna structures for PCD and their Interaction with the user head". Presented to 2002 IEEE AP-S International Symposium, San Antonio, Texas, June 16-21, 2002. pp. 34-37.

43. R. Zaridze, **D. Kakulia**, K. Tavzarashvili, A. Bijamov, G. Ghvedashvili, G. Chelidze. "Method of Auxiliary Sources Implementation for Diffraction Problem Solution on Semi-Open Metallic Surface with Partitions and Enclosed Dielectric Objects". Presented to 2002 IEEE AP-S International Symposium, San Antonio, Texas, June 16-21, 2002. pp.172-175.

44. R. Zaridze, **D. Kakulia**, G. Chelidze, G. Ghvedashvili. "Investigation of The Resonance Characteristics of The Car Case". Proceedings of VIth International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of

Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2002), Tbilisi, Georgia, October 10-13, 2002, pp. 102-105.

45. R. Zaridze, K. Tavzarashvili, G. Ghvedashvili, D. Kakulia, G. Saparishvili, A. Bijamov. "The MAS For Numerical Modeling of EMC/EMI in Vehicles and SAR Problems". 15th International Zurich Symposium & Technical Exhibition on EMC 2003. February 18-20. (მიღებულია დასაბეჭდად).

46. R. Zaridze, D. Karkashadze, G. Talakvadze, J. Khatiashvili, Z. Tsverikmazashvili, "A Method of Auxiliary Sources in Applied Electrodynamics," URSI International Symposium of E/M Theory, Budapest, Hungary, 1986.

47. R. Zaridze, G. Lomidze and L. Dolidze, "Diffraction on a Dielectric Body Near the Surface of Division of Two Dielectric Mediums." Tbilisi State University Publisher, Tbilisi, 1989.

48. R. Zaridze and J. Khatiashvili, "Investigation of Resonant Properties of Some Open Systems," Tbilisi State University, Institute of Applied Mathematics, Tbilisi, 1984.

49. R. Zaridze, G. Bit-Babik , K. Tavzarashvili. "Analysis of the Scattered Field Singularities for Optimizing the Inverse Problems Solution". Proceedings of International Seminar/Workshop organized by Ukraine MTT/ED/AP *IEEE* chapter "Numerical Solution of Direct and Inverse Problems of the Electromagnetic and Acoustic Waves Theory (DIPED-97)". Lviv, Ukraine, Sept. 15-17, 1997 pp. 20-22. ISBN 966-02-0296-2.

50. R. Zaridze, G. Bit-Babik, D. Karkashadze, R. Jobava, D. Economou and N. Uzunoglu. "The Method of Auxiliary (MAS) Sources, Solution of propagation, Diffraction and Inverse Problems using MAS. Institute of Communication and Computers Systems," Athens, Greece, 1998, pp. 52.

51. R. Zaridze, G. Bit-Babik, K. Tavzarashvili, N. Uzunoglu, D. Economou. Some Recent Development in method of auxiliary sources for inverse