აკაკი წერეთლის სახელობის ქუთაისის
სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ვლადიმერ ადეიშვილი

არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლება ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის VII-IX კლასების ალგებრის კურსში

პედაგოგიკის მეცნიერებათა კანდიდატის სამეცნიერო ხარისხის
მოსაპოვებლად წარმოდგენილი

დ ი ს ე რ ტ ა ც ი ა

13 00 02 - სწავლებისა და აღზრდის თეორია და მეთოდიკა

სამეცნიერო ხელმძღვანელები 1 პედაგოგიკის მეცნიერებათა დოქტორი
პროფესორი თამაზ მორალიშვილი
2 პედაგოგიკის მეცნიერებათა კანდიდატი,
დოცენტი გიორგი ბერძულიშვილი

2005

ს ა რ ჩ ე ვ ი

მასალის გადმოცემისადმი მიღებული ტრადიციული მიდგომის გავლენით მოქმედი სახელმძღვანელოები ისეთი სტილითაა დაწერილი სადაც პრიორიტეტი თეორიული ნაწილის შესწავლას ენიჭება, ამოცანებზე მუშაობისთვის კი ძალზე ცოტა დრო რჩება

ჩვენი აზრით თეორიასა და პრაქტიკას შორის მიზნობრივი თანაფარდობის აღდგენა წარმოადგენს სკოლაში მათემატიკის სწავლების ერთ-ერთ აქტუალურ პრობლემას ამ პრობლემის გადაჭრა არის მხოლოდ და მხოლოდ აუცილებელი პირობა ამოცანების ამოხსნის სწავლებისას ამოცანების ამოხსნის უნარი დამოკიდებულია არა მარტო ამოსახსნელი ამოცანების რაოდენობაზე არამედ არანაკლებ იმაზეც, თუ როგორი ამოცანები ამოიხსნება რა შინაარსის რა გზებით და რა ხერხებით

არსებულ მეთოდიკურ ლიტერატურაში გვხვდება მოსაზრება რომლის თანახმადაც ამოცანების ამოხსნის სწავლის ყველაზე უკეთესი ხერხი არის რაც შეიძლება მეტი რაოდენობის ამოცანების ამოხსნა ეს მიგვითითებს, რომ არ შეიძლება ისწავლო ამოცანების ამოხსნა მათი ამოხსნის გარეშე ცხადია არ შეიძლება ამოცანების ამოხსნის გამოცდილების მნიშვნელობის უარყოფა ახალი ამოცანების ამოსახსნელად მაგრამ ასევე შეიძლება დავამატოთ, რომ არ შეიძლება ამ საქმეში სპეციალური სწავლების მნიშვნელობის უარყოფაც

მოსწავლეთათვის ამოცანების ამოხსნის სწავლების პრობლემა ერთ-ერთი ყველაზე რთული პედაგოგიური პრობლემაა ეს გამოწვეულია იმ ობიექტური ფაქტორებით რომ არ არსებობს ისეთი სრულყოფილი მათემატიკური მეთოდები რომელთა დაუფლებით შესაძლებელი იქნება ნებისმიერი მათემატიკური ამოცანის ამოხსნა

დისერტაციაში დასახული პრობლემის აქტუალურობიდან გამომდინარე მათემატიკის სასკოლო კურსის ამოცანების იდენტიფიცირება მასალის შინაარსის მიხედვით პირობითად შემდეგი სახით შეიძლება მოვახდინოთ

I ამოცანები, რომლებიც გამიზნულია კონკრეტული სასწავლო მასალის ათვისებაზე

II ამოცანები რომლებიც უზრუნველყოფს მოსწავლეებში შემეცნებითი მოღვაწეობის ხერხების ჩამოყალიბებას

პირველი ჯგუფის ამოცანების ამოხსნაზე მუშაობის მიზანს წარმოადგენს მოსწავლეთა შეიარაღება ცოდნის გარკვეული სისტემით მოცემული ჯგუფის ამოცანები ამოიხსნება ცნობილი ალგორითმების მიხედვით და მეთოდიკურ ლიტერატურაში

განიხილება სტანდარტულ (ტიპიურ) ამოცანებად სტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების სტრატეგია განისაზღვრება სასწავლო სიტუაციების ორი სახით

1 სტანდარტული ამოცანები რომელთა ამოხსნის ზოგადი მეთოდი მოსწავლეთათვის ჯერ კიდევ ცნობილი არ არის ამ შემთხვევაში ეწყობა ერთი და იგივე ტიპის რამდენიმე ამოცანის წინასწარი ამოხსნის რეალიზება და სწავლების სტრატეგია ორიენტირებულია (მასწავლებლის ხელმძღვანელობით) მოსწავლეთა მიერ განსახილველი კლასის ყველა ამოცანის ამოხსნის ზოგადი მეთოდის ერთობლივ აღმოჩენაზე

2 სტანდარტული ამოცანები რომელთა ამოხსნის ზოგადი მეთოდი უკვე ცნობილია მოსწავლეთათვის აღნიშნულ სიტუაციაში საუბარია უკვე ამოხსნის ცნობილ ალგორითმების გამოყენებაზე ამ შემთხვევაში მოსწავლეებს მოეთხოვებათ მხოლოდ კონკრეტიზების, შეთავაზებული კერძო ამოცანისათვის ზოგადი მითითებების სწორად შესრულების უნარი ასეთ სიტუაციაში ძირითადი სირთულე მდგომარეობს ამოცანათა კლასის განსაზღვრაში რის საფუძველზეც აირჩევა ამოხსნის ცნობილი ზოგადი მეთოდი როგორც ვხედავთ სწავლების სტრატეგია ორიენტირებული უნდა იყოს იმის ამოცნობაზე, თუ ამოცანათა რომელ კლასს მიეკუთვნება ამოსახსნელი ამოცანა რათა ამოხსნა წარიმართოს განსაზღვრული, უკვე ცნობილი მეთოდებით

ძირითადი ალგორითმები, რომლებიც უნდა აითვისონ მოსწავლეებმა VII-IX კლასების ალგებრის კურსის შესწავლის პროცესში ჩამოთვლილია სარეკომენდაციო I-IX კლასების მათემატიკის სასწავლო პროგრამის მოსწავლეთა მათემატიკური მომზადების მოთხოვნებში [1] სტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკის შესწავლა მიმდინარეობს მრავალი ათეული წლის განმავლობაში და საკმაოდ სრულადაა ასახული ქართველი, რუსი უკრაინელი და სხვა ეროვნების მეცნიერ-მეთოდისტთა ნაშრომებში

ნაკლებად დამუშავებულია მეორე ჯგუფის ამოცანათა ამოხსნის სწავლების მეთოდიკა რაც სადისერტაციო ნაშრომის კვლევის ობიექტს წარმოადგენს ეს აიხსნება იმით, რომ აღნიშნული ამოცანების ამოხსნა დაკავშირებულია ევრისტიკულ საქმიანობასთან ხოლო ასეთი საქმიანობის სწავლება უფრო რთულია ვიდრე ალგორითმული მოღვაწეობისა ,მათემატიკის სწავლების პროცესში - წერს ცნობილი პედაგოგი და მათემატიკოსი დ პოია, ტიპიური ამოცანების ამოხსნა დიდი რაოდენობითაც კი შეიძლება და საჭიროცაა მაგრამ მოსწავლეთა გამოცდილების

შემოფარგვლა მხოლოდ ასეთი ამოცანებით მიუტევებელია თუ ვასწავლით მხოლოდ შაბლონური ოპერაციების მექანიკურ შესრულებას ეს ნიშნავს სამზარეულო წიგნის დონეზე დაბლა დაშვებას რამეთუ კულინარული რეცეპტები მაინც უტოვებს მზარეულს საკუთარი გემოვნებისა და წარმოსახვის შესაძლებლობას რასაც მათემატიკური რეცეპტები არ უშვებს [2 გვ 198]

მეორე ჯგუფის ამოცანებისათვის არ არსებობს უშუალოდ მხოლოდ მათთვის გამოსაყენებელი ამოხსნის ალგორითმები ისინი შეიძლება დაყვანილ იქნენ სტანდარტულ ამოცანებამდე ამ ჯგუფის ამოცანებს ჩვენ ვუწოდებთ არასტანდარტულს სწავლების სტრატეგია ასეთ სიტუაციაში ორიენტირებულია ამოცანათა ამოხსნის ხერხების ძიების სწავლებაზე და ყველაზე რთულია დიდაქტიკური თვალსაზრისით მკაცრად უნდა ჩაითვალოს ის შეხედულება- ხაზგასმით აღნიშნავს ა სტოლიარი რომლის მიხედვითაც თითქოსდა შეუძლებელია არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლება არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლება შეიძლება თუ ამაში ვიგულისხმებთ მსგავსი ამოცანების ამოხსნათა ძიების მეთოდების სწავლებას' [3 გვ 32]

როდესაც საუბრობენ ამოცანების ამოხსნის უნარზე უმთავრესად გულისხმობენ არასტანდარტულ ამოცანებს ან უკიდურეს შემთხვევაში ისეთ ამოცანებს რომელთა ამოხსნა არ ხერხდება ერთ-ერთი ცნობილი ალგორითმის უშუალო გამოყენებით [2 4 5 6 7 8 9 და სხვ] სწორედ არასტანდარტული ამოცანები ახდენენ ყველაზე ძლიერ გავლენას ამომხსნელის შემოქმედებითი აზროვნების განვითარებაზე რადგან ისინი დაკავშირებული არიან ამოხსნის ძიებასთან, ძიება კი მოითხოვს შემოქმედებას და ანვითარებს შემოქმედებით აზროვნებას

დ პოია თვლის, რომ სწორედ არასტანდარტული ამოცანები ეპაექრება ინტელექტს ასეთი ამოცანების ამოხსნა წარმოშობს ძიების სიმძაფრეს და აღმოჩენის სიხარულს - სწავლის უმნიშვნელოვანეს ემოციურ ფაქტორებს

ამასთან აღსანიშნავია ისიც, რომ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნა ხელს უწყობს მოსწავლის ცხოვრებისეულ მზადყოფნას მათ წინაშე წამოჭრილი როგორც სტანდარტული (რომლებიც ემყარება გარკვეულ წესებს) ისე არასატანდარტული სიტუაციებისა და მათთან დაკავშირებული ამოცანებისადმი როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ იმ ამოცანათა ერთობლიობების გაანალიზება რომლებზეც მოსწავლეებს

მოუწევთ მუშაობა სწავლის პროცესში გვიჩვენებს რომ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნაზე ძალზე უმნიშვნელო წილი მოდის სხვა ფაქტორებთან ერთად ეს იმითაცაა განპირობებული რომ იმ მცირერიცხოვან არასტანდარტულ ამოცანებს რომლებიც ჩართულია სკოლის სახელმძღვანელოებში ბევრი მასწავლებელი სათანადო ყურადღებას არ აქცევს, ტოვებს, რის შედეგად შესასწავლ ობიექტად გვევლინება ამოცანათა ის სისტემა რომელსაც მცირე განმავითარებელი ეფექტი გააჩნია

არსებული ტრადიციულად ჩამოყალიბებული მეთოდიკის შესაბამისად არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნა ხდება კლასგარეშე ან ფაკულტატურ მეცადინეობებზე აქედან გამომდინარე მოსწავლეთა კონტინგენტის დიდ ნაწილს არავითარი შეხება არ აქვს არასტანდარტულ ამოცანებთან შედეგად ვღებულობთ რომ ძლიერ მოსწავლეებს დამატებით დატვირთვას ვაძლევთ აზროვნების შემდგომი განვითარებისათვის ხოლო საშუალონი და სუსტები, რომელთაც განსაკუთრებით ესაჭიროებათ განვითარების ისეთი ეფექტური საშუალება, როგორიცაა არასტანდარტული ამოცანები მოკლებული არიან ამას

არასტანდარტულ ამოცანების ამოხსნაზე მუშაობა კლასში ყველა მოსწავლესთან ერთად უგულებელყოფილია ორი ფაქტორით დროის უკმარისობით და პროგრამით გათვალისწინებული თუნდაც მინიმუმი სტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების აუცილებლობით

რა თქმა უნდა დროის ფაქტორი უთუოდ გასათვალისწინებელია მაგრამ თვალსაზრისი რომ პროგრამით გათვალისწინებული აზროვნების განვითარების დონის მიღწევა შესაძლებელია მხოლოდ თეორიის შესწავლისა და სტანდარტული ამოცანების ამოხსნის მეშვეობით ჩვენი აზრით მიუღებელი და მცდარია

პრობლემის აქტუალობიდან პირადი პედაგოგიური გამოცდილებისა და სასწავლო-მეთოდიკური ლიტერატურის ანალიზიდან გამოდინარე მივდივართ დასკვნამდე რომ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლება შეიძლება არამარტო კლასგარეშე და ფაკულტატურ მეცადინეობებზე არამედ კლასის ყველა მოსწავლესთან ერთად გეგმიურ გაკვეთილებზეც

აქ საუბარია არა უბრალოდ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნაზე არამედ ამოხსნის ძიების ძიების სპეციალური ხერხების სწავლებაზე რომლებიც გამოიყენება განსაზღვრული ტიპის სასკოლო მათემატიკური ამოცანების ამოხსნისას

ამოცანების ამოხსნის სწავლების პრობლემა ახალი არ არის და მას დიდი ხანია იკვლევენ იგი მრავალი ასპექტისაგან შედგება, რომელთაგან გამორჩეულია ფსიქოლოგიური, ზოგადმეთოდიკური და კერძომეთოდიკური ასპექტები

პრობლემის ფსიქოლოგიური ასპექტი ძირეულადაა განხილული ე კაბანოვა-მელერის ვ კრუტეცკის , ი კულიუტკინის, ნ მენჩინსკაიას ნ ტალიზინას ლ ფრიდმანისა და სხვათა ნაშრომებში

ზოგადმეთოდიკურ ასპექტს ეძღვნება ვ ბოლტიანსკის ი კოლიაგინის ვ კრუპიჩის ა მატიუშკინის ა სტოლიარის დ, პოიას, პ ერდნიევისა და სხვათა შრომები

კერძო მეთოდიკური ასპექტი ნაკლებად გამოკვლეულია შეიძლება დავასახელოთ ი როზკას [10] მ ტიმოშჩუკის [11] საკანდიდატო დისერტაციები, მიძღვნილი სტერეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის უნარ-ჩვევების ჩამოყალიბებისადმი თ მორალიშვილის [12] საკანდიდატო დისერტაცია მიძღვნილი საშუალო სკოლის უფროს კლასებში ალგებრასა და ანალიზის საწყისებში ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლებისადმი და სხვ ამას გარდა შრომები რომლებიც ასე თუ ისე ეხება აღნიშნულ პრობლემას, განიხილავენ ამოცანათა ამოხსნის ძიების მხოლოდ ცალკეულ ევრისტიკულ ხერხებს [13 14 15 16 17 18 19 20 21 და სხვ], არ არიან გაერთიანებული რაიმე საერთო თეორიული და მეთოდიკური კონცეფციით

არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების ძირითადი ხერხები ეფუძნება პარადიგმის და ,ნაწილებით-მთელის' პრინციპებს პარადიგმის პრინციპზე დაფუძნებული ხერხის არსი მდგომარეობს ამოცანის ფორმულირების შეცვლაში რომელიც სხვადასხვანაირად ხდება რაც შეეხება მეორე პრინციპს იგი მდგომარეობს ამოცანის პირობის შემადგენელ ნაწილებად დაყოფა-დანაწევრებაში, რომელთა განსაზღვრული ერთობლიობების ვარიანტების კომბინირებას ამოცანის ამოხსნამდე ან ამოხსნის იდეამდე მივყავართ

ორივე ხერხის შინაარსი ადგენს ევრისტიკების ჯგუფებს რომლებიც არასტანადრტული ამოცანების ამოხსნის ძიების ევრისტიკულ სქემებს ქმნიან

ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის განვითარების დღევანდელ ეტაპზე სწავლების ერთ-ერთ უმნიშვნელოვანეს ამოცანად გვევლინება არსტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების პრობლემა ეს აიხსნება შემდეგი გარემოებებით

1 საბაზრო ეკონომიკის პირობებში კონკურენტუნარიანი წარმოების განვითარებამ გამოიწვია საზოგადოების ყოველი წევრის შემოქმედებითი შესაძლებლობების გამოვლენა ამიტომ მათემატიკის სწავლების პროცესში აუცილებელია თითოეული მოსწავლის შემოქმედებითი აზროვნების განვითარება აღნიშნულს მნიშვნელოვანწილად ხელს უწყობს არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების ყველა მოსწავლისათვის სისტემატური მიზანმიმართული სწავლება რაც უნდა ხორციელდებოდეს საგაკვეთილო საქმიანობის პროცესში

2 არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხების ფლობა შეუფასებელ დახმარებას გაუწევს მოსწავლეებს მრავალი სამეურნეო და სამეცნიერო პრობლემის გადაჭრის დროს კერძოდ პარადიგმის პრინციპზე დამყარებული ძიების ხერხი საფუძვლად უდევს მრავალი ტექნიური ხელსაწყოს გამოგონებას ,გამოგონება უნდა გავიგოთ არა მარტო როგორც მზა ამოცანის ამოხსნის პროცესი არამედ როგორც მისი გამოვლენისა და დასახვის პროცესი რომელიც პირობის ახლადფორმულირების მრავალჯერადი შეცვლის პროცესში ხორციელდება [22 გვ 30]

3 სასკოლო სწავლებაში პერსონალური კომპიუტერების გამოყენება დროის რეალურ რეზერვს ქმნის ეს კი საშუალებას გვაძლევს გაკვეთილზე დროის გამონთავისუფლებული რეზერვი არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ორგანიზაციას დაეთმოს,

4 არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხები ეხმარება მოსწავლეებს სტანდარტული ამოცანის ამოხსნის ძიების პროცესში როცა მისი ამოხსნის ალგორითმი ან დავიწყებული აქვთ, ან მათთვის ამ ეტაპზე ის ჯერ კიდევ უცნობია

5 კომპიუტერული ტექნოლოგიების სწრაფმა განვითარებამ საფუძველი დაუდო მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ალგორითმებისა და პროგრამების შედგენის ტენდეციას რა თქმა უნდა პროგრამების შედგენა გარკვეულ დროს მოითხოვს და იგი შეიძლება რამდენიმე საათს ან რამდენიმე კვირასაც კი გაგრძელდეს გარდა ამისა იგ ყოველთვის არ იღებს სტანდარტული ოპერაციის სახეს უფრო მეტიც კარგმა იდეამ ხშირ შემთხვევაში შეიძლება მიგვიყვანოს ამოცანის ამოხსნამდე კომპიუტერის გარეშეც ხოლო პროგრამის შედგენა გახდეს ზედმეტი საწყენი იქნება - წერს მ გარდნერი - მეცნიერულ-ტექნიკური რევოლუციის სიკეთეებმა გამხრწნელი გავლენა მოახდინოს

კაცობრიობაზე და გააზარმაცოს იგი ინტელექტუალურად იმდენად რომ დააკარგვინოს შემოქმედებითი აზროვნების უნარი" [23 გვ 13]

როგორც ანკეტორებისა და მასწავლებლებთან გასაუბრების შედეგებმა დაგვარწმუნა სასწავლო პროცესში არასტანდარტული ამოცანების არასაკმარისად გამოყენების მიზეზები შემდეგში მდგომარეობს ა) მასწავლებელთა უმრავლესობას აკლია არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების გამოცდილება ეს იმ ობიექტური მიზეზითაა გამოწვეული, რომ არც სკოლაში და არც უმაღლეს სასწავლებლებში მათ არ შეუსწავლიათ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხები ბ) არსებული სასწავლო პროგრამა გადატვირთულია თეორიული მასალით; გ) ამოცანები არასაკმარისადაა სისტემატიზებული კურსის თემების მიხედვით დ) მასწავლებლებში გავრცელებულია მცდარი აზრი იმის შესახებ რომ არასტანდარტული ამოცანები უნდა ამოხსნას მხოლოდ ძლიერმა მოსწავლეებმა ამის გამო გამეფებულია სწავლების ისეთი პრაქტიკა, რომ არასტანდარტულ ამოცანებს როგორც წესი თავაზობენ იმ მოსწავლეებს რომლებიც ოლიმპიადებში მონაწილეობის მისაღებად ემზადებიან სწავლობენ დაუსწრებელ მათემატიკურ სკოლებში ან მეცადინეობენ მათემატიკურ წრეებში აქედან გამომდინარე არასტანდარტულ ამოცანათა ამოხსნა მიეკუთვნება კლასგარეშე და ფაკულტატურ მეცადინეობებს ე) მიუხედავად არსებული მთელი რიგი შრომებისა, რომლებიც ეძღვნება მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლებას [6 24 25 27 28 29 30 და სხვ] მაოში არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნასთან დაკავშირებული საკითხები არასაკმარისადაა ასახული დღემდე არ არსებობს არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების მწყობრი მეთოდიკა გამოკვლევათა უმეტესი ნაწილი ეძღვნება გეომეტრიულ მასალას რაც შეეხება არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხებს იგი საერთოდ არაა შესწავლილი სპეციალურად ორგანიზებული სწავლების პირობებში

გამოკვლევის ა ქ ტ უ ა ლ უ რ ო ბ ა ს განსაზღვრავს VII-IX კლასების ალგებრის კურსის შესწავლის პროცესში არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების აუცილებლობა და გაკვეთილზე მათი გამოყენების მეთოდიკის დამუშავება

ჩნდება პედაგოგიკური პრობლემა, რომელიც მოიცავს არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ხასიათისა და სირთულის დონის განსაზღვრას (რომლებზეც

შეიძლება ამოხსნის ძიების სწავლება) ძიების ხერხების შემადგენლობისა და არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნის ძიების მეთოდიკის დამუშავებას

კვლევის ობიექტს წარმოადგენს მოსწავლეებისათვის VII-IX კლასების ალგებრის კურსში არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების პროცესი

კვლევის საგანი - მოსწავლეებისათვის არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხების მიზანმიმართული სწავლება

კვლევის მიზანია - VII-IX კლასებში ალგებრის სწავლებისას არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხების ჩამოყალიბების მეთოდიკის დამუშავება

დასახული მიზნის მისაღწევად გადასაწყვეტი იყო შემდეგი კონკრეტული ამოცანები

1 ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლების VII-IX კლასებში ალგებრის კურსის სწავლებისას არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების თეორიისა და პრაქტიკის მდგომარეობის შესწავლა;

2 გაკვეთილებზე სასწავლო მოღვაწეობის პროცესში არასტანდარტული ამოცანების გამოყენების შესაძლებლობების გამოვლენა დადგენა პირობებისა რომლებიც უზრუნველყოფენ ძიების ხერხების ჩამოყალიბებას

3 არასტანდარტული ამოცანების სისტემის განსაზღვრა რომლებიც შეესაბამება VII-IX კლასების ალგებრის კურსში მოცემულ სტანდარტული ამოცანების კლასს

4 არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების მეთოდიკის დამუშავება და მისი ეფექტიანობის შემოწმება

პრაქტიკულმა პედაგოგიურმა საქმიანობამ დაადასტურა, რომ გაკვეთილზე სასწავლო საქმიანობის პროცესში არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხების სისტემატური და მიზანმიმართული სწავლება დადებით გავლენას მოახდენს მოსწავლეთა ცოდნის ხარისხზე უზრუნველყოფს ყველა მოსწავლის მიერ სავალდებულო მათემატიკური მომზადების დონის მიღწევას ხელს შეუწყობს მოსწავლეებში შემოქმედებითი აზროვნების განვითარებას და აამაღლებს ინტერესს მათემატიკის შესწავლისადმი

პრობლემამ ჰიპოთეზამ და ამოცანებმა განაპირობა გამოკვლევის მეთოდების ერთობლიობის არჩევანი

1 გამოკვლევის პრობლემასთან დაკავშირებული ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიკური და მეთოდიკური ლიტერატურის შესწავლა და გაანალიზება საშუალო

ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის რეფორმისა და საბაზო პროგრამის მოთხოვნებიდან გამომდინარე მათემატიკის სწავლების მეთოდიკის განვითარების ტენდეციების განსაზღვრის პრობლემასთან დაკავშირებული ცნებითი აპარატის დადგენის მიზნის მიღწევის პირობებისა და საშუალებების გამოვლენის მიზნით,

2 დაკვირვებები, საუბრები ანკეტირება მოწინავე პედაგოგიური გამოცდილების შესწავლა და განზოგადება

3 VII-IX კლასების ალგებრის სახელმძღვანელოებისა და მათი დამხმარე მეთოდიკური სახელმძღვანელოების შედარებითი ანალიზი

4 გაკვეთილების, დამოუკიდებელი და საკონტროლო სამუშაოების ანალიზი

5 ჩვენ მიერ აღებული არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკის ექსპერიმენტული შემოწმება;

6 ექსპერიმენტული მასალის სტატისტიკური დამუშავების მეთოდები

ნაშრომის მეთოდოლოგიურ საფუძველს წარმოადგენს

ა) შემეცნების თეორიის ძირითადი დებულებები

ბ) ზოგადი ფსიქოლოგიის ფუძემდებელი პრინციპი – შემეცნებისა და მოღვაწეობის ერთიანობის პრინციპი

გ) ამოცანათა ამოხსნის ძიების სწავლების პროცესის არსისა და სტრუქტურის გამოვლენის თვალსაზრისით არსებული დიდაქტიკური გამოკვლევები რომლებიც ამოსახსნელი ამოცანის ობიექტურ შინაარსთან სუბიექტის ურთიერთობის რთულ ანალიზურ-სინთეზურ პროცესს შეეხება

გამოკვლევის *მეცნიერული სიახლე* მდგომარეობს შემდეგში დასაბუთებულია სასწავლო პროცესში ყველა მოსწავლისათვის არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სისტემატური და მიზანმიმართული სწავლების აუცილებლობა დამუშავებულია პარადიგმის" და ნაწილებით-მთელის პრინციპებზე და მათ კომბინაციებზე აგებული არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხების სწავლების მეთოდიკა VII-IX კლასებში

გამოკვლევის *თეორიული მნიშვნელობა* მდგომარეობს იმაში რომ შექმნილია არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხების გაკვეთილებზე სწავლების მეცნიერულად დასაბუთებული კონცეფცია დამუშავებულია პარადიგმისა და ნაწილებით-მთელის პრინციპებზე აგებული არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების ზოგადი და სპეციალური ევრისტიკული ხერხები

ნაშრომის *პრაქტიკული მნიშვნელობა* მდგომარეობს შემდეგში

1 მოსწავლეთა ცოდნის ხარისხის ამაღლებისათვის მასწავლებლებს შეუძლიათ ყოველდღიურ სასწავლო საქმიანობაში გამოიყენონ VII-IX კლასების ალგებრის კურსისთვის შედგენილი არასტანდარტული ამოცანების სისტემები და მათი ამოხსნის ძიების ხერხების შემუშავებული მეთოდიკა,

2 არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების მეთოდიკის აგების ძირითადი პრინციპების გამოყენება შეუძლიათ მოსაზღვრე დისციპლინების (გეომეტრიის ფიზიკისა და სხვა) მასწავლებლებს შესაბამისი საგნების ამოცანების ამოხსნის სწავლებისათვის;

3 VII-IX კლასების მოქმედ ალგებრის სახელმძღვანელოებში მოცემული სავარჯიშოების შესრულებული ანალიზი და არასტანდარტული ამოცანების სისტემები მომავალში შეიძლება გამოყენებული იქნეს სახელმძღვანელოების, ამოცანათა კრებულების ტესტების კრებულებისა და დიდაქტიკური მასალების შედგენისას ამოცანათა სისტემების სრულყოფის მიზნით

დასაცავად გამოგვაქვს შემდეგი დებულებები და დასკვნები

1 არასტანდარტული ამოცანების ყველა მოსწავლისათვის სწავლება VII-IX კლასებში ალგებრის შესწავლის პროცესში დროის გარდაუვალი მოთხოვნაა იგი პასუხობს ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის რეფორმის მოთხოვნებს

2 მოსწავლეთათვის არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხების სწავლება ხელს უწყობს მათი მათემატიკური ცოდნის ხარისხის ამაღლებას ანვითარებს მათ შემოქმედებით აზროვნებას და აღვივებს ინტერესს მათემატიკისადმი;

3 არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხებია სწავლების მეთოდიკა

4 არასტანდარტული ამოცანების სისტემის შედგენის პრინციპები

გამოკვლევის ძირითადი შედეგები სისტემატურად ეცნობოდა აკაკი წერეთლის სახელობის ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ინფორმატიკის გამოთვლითი მეთოდებისა და მათემატიკის სწავლების მეთოდიკის კათედრასთან არსებულ სამეცნიერო სემინარს და ამავე უნივერსიტეტის მათემატიკის კათედრასთან არსებულ სამეცნიერო სემინარს დისერტაციაში განხილული საკითხები მოხსენდა საუნივერსიტეტო და საქართველოში ჩატარებულ საერთაშორისო-სამეცნიერო კონფერენციებზე

1 პროფესორ-მასწავლებელთა III საინსტიტუტთაშორისო სამეცნიერო სესია ქუთაისის ჰუმანიტარულ-ეკონომიკური ინსტიტუტი ქუთაისი 1995

2 საქართველოს პედაგოგიურ მეცნიერებათა აკადემია საერთაშორისო სამეცნიერო პედაგოგიური კონფერენცია თბილისი 1996

3 ქუთაისის ჰუმანიტარულ-ეკონომიკური ინსტიტუტი პროფესორ-მასწავლებელთა საინსტიტუტთაშორისო სამეცნიერო სესია ქუთაისი 1996

4 ქუთაისის ჰუმანიტარულ-ეკონომიკური ინსტიტუტი პროფესორ-მასწავლებელთა საინსტიტუტთაშორისო სამეცნიერო სესია ქუთაისი 1996

5 ქუთაისის სამართლისა და ეკონომიკის უნივერსიტეტის სტუდენტთა და პროფესორ მასწავლებელთა სამეცნიერო მეთოდური კონფერენცია ქუთაისი 1998

6 ქუთაისის საერო ინსტიტუტ ,გელათის პროფესორ-მასწავლებელთა საინსტიტუტთაშორისო სამეცნიერო სესია ქუთაისი 1997

7 საქართველოს მათემატიკოსთა ყრილობა თბილისი 1997

8 ქუთაისის აკ წერეთლის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პროფესორ-მასწავლებელთა V სამეცნიერო კონფერენცია ქუთაისი 1998

9 ქუთაისის საერო ინსტიტუტ „გელათის" პროფესორ-მასწავლებელთა საინსტიტუტთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია ქუთაისი 1998

10 ქუთაისის აკ წერეთლის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტი მათემატიკისა და ფიზიკის სწავლების მეთოდიკის აქტუალური პრობლემები სამეცნიერო-მეთოდური კონფერენცია, ქუთაისი 2004

11 ქუთაისის აკ წერეთლის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტის სამეცნიერო-მეთოდური კონფერენცია, ქუთაისი 2004

დასრულებული სახით ნაშრომი განხილული და რეცენზირებული იქნა აკაკი წერეთლის სახელობის ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამოთვლითი მეთოდებისა და მათემატიკის სწავლების მეთოდიკის კათედრაზე

სადისერტაციო ნაშრომის ძირითადი დებულებები გამოქვეყნებულია შემდეგ პუბლიკაციებში

1 ადეიშვილი ვ თევდორაძე გ წინააღმდეგობრივ მსჯელობათა განხილვა როგორც პრობლემური სწავლების განხორციელების საშუალება პროფესორ-მასწავლებელთა III საინსტიტუტთაშორისო სამეცნიერო სესია ქუთაისის ჰუმანიტარულ-ეკონომიკური ინსტიტუტი ქუთაისი 1995 გვ 11-12

2 მორალიშვილი თ ადეიშვილი ვ ევრისტიკისა და ზოგიერთი ევრისტიკული ხერხის სწავლების შესახებ საშუალო სკოლაში ქუთაისის ჰუმანიტარულ-ეკონომიკური ინსტიტუტი პროფესორ-მასწავლებელთა საინსტიტუტ-თაშორისო სამეცნიერო სესია ქუთაისი 1996 გვ 9-10

3 ადეიშვილი ვ , მორალიშვილი თ , ბერძულიშვილი გ საძიებო ამოცანების როლი მათემატიკის მომავალი მასწავლებლის მომზადებაში ქუთაისის საერო ინსტიტუტ გელათის" პროფესორ-მასწავლებელთა საინსტიტუტთაშორისო სამეცნიერო სესია ქუთაისი 1997 გვ 17-20

4 მორალიშვილი თ , ადეიშვილი ვ სტუდენტებში ევრისტიკული აზროვნების ჩამოყალიბება მათემატიკის სწავლებისას საქართველოს მათემატიკოსთა ყრილობა თბილისი 1997 გვ 40-42

5 მორალიშვილი თ , ადეიშვილი ვ ევრისტიკისა და საძიებო ამოცანების სწავლების მეთოდიკის ზოგიერთი საკითხი ცხრაწლიან სკოლაში ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პროფესორ-მასწავლებელთა V სამეცნიერო კონფერენცია ქუთაისი 1998 გვ 145-147

6 ადეიშვილი ვ საშუალო სკოლაში საძიებო ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკისათვის ქუთაისის საერო ინსტიტუტ „გელათის" პროფესორ-მასწავლებელთა საინსტიტუტთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია ქუთაისი 1998 გვ 39-42

7 ადეიშვილი ვ ევრისტიკისა და ევრისტიკული ხერხების ,ნაწილებით მთელი' და პარადიგმის" სწავლების შესახებ ცხრაწლიან სკოლაში // ქუთაისის საერო ინსტიტუტ ,გელათი -ს სამეცნიერო შრომების კრებული მოამბე, №2 ქუთაისი, 1997 , გვ 105-121

8 მორალიშვილი თ , ქელბაქიანი ვ , ადეიშვილი ვ საძიებო ამოცანების ამოხსნის სწავლება ევრისტიკული ხერხების გამოყენებით საშუალო სკოლის მეორე საფეხურზე // საქართველოს მეცნიერებათა აღორძინების ფონდი, სამეცნიერო შრომების კრებული „ინტელექტი", №2, თბილისი, 1998 გვ 77-82

9 მორალიშვილი თ , ადეიშვილი ვ საძიებო ამოცანების ამოხსნის სწავლების ერთი ხერხის შესახებ //საქართველოს მეცნიერებათა აღორძინების ფონდი სამეცნიერო შრომების კრებული „ინტელექტი", №3, თბილისი 1998 გვ 123-128

10 ადეიშვილი ვ ზოგიერთი ევრისტიკული ხერხის სწავლების შესახებ საშუალო სკოლის მეორე საფეხურზე ქუთაისის აკ წერეთლის სახელობის სახელმწიფო

უნივერსიტეტის პროფესორ-მასწავლებელთა IX სამეცნიერო კონფერენცია ქუთაისი 2002 გვ 25-27

11 მორალიშვილი თ, ადეიშვილი ვ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლის მოძებნის ერთი არასტანდარტული ხერხის შესახებ //ჟურნალი „ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში", №119, თბილისი, 2003 გვ 17-23

12 ადეიშვილი ვ, მორალიშვილი თ სასკოლო მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების მეთოდიკა // საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდი, პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი", №1(18), თბილის, 2004 გვ 138-141

13 მორალიშვილი თ, ადეიშვილი ვ ერთი სტანდარტული ამოცანის არასტანდარტული ამოხსნის ხერხის სწავლება // საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდი, პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი ინტელექტი", №1(18), თბილის, 2004 გვ 100-102

14 ადეიშვილი ვ ევრისტიკული ხერხი ზოგადსაგანმანათლებლო საშუალო სკოლის მეორე საფეხურზე ქუთაისის აკ წერეთლის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტი მათემატიკისა და ფიზიკის სწავლების მეთოდიკის აქტუალური პრობლემები სამეცნიერო-მეთოდური კონფერენცია, ქუთაისი 2004 გვ 16-19

თავი I

არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების თეორიული ასპექტები VII-IX კლასების ალგებრის კურსში

§1 არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების პრობლემისადმი მიძღვნილი ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიკური და მეთოდიკური ლიტერატურის ანალიზი

დიდაქტიკოსების, ფსიქოლოგების, მეთოდისტების შრომების მოწინავე მასწავლებელთა გამოცდილებისა და ექსპერიმენტული გამოკვლევების საკმაო რაოდენობით არსებობა ამოცანების ამოხსნის პრობლემისადმი მეცნიერთა და პრაქტიკოსთა დიდ ინტერესზე მეტყველებს არსებულ ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიკურ და მეთოდიკურ ლიტერატურაში რამდენიმე ცდაა გაკეთებული ამოცანის ცნების დაზუსტების, ამოცანებისა და მათი ამოხსნის პროცესების აღმწერი ცნებითი აპარატის შემუშავების ამოცანათა ამოხსნის ზოგადი თეორიის შექმნის მიზნით

ცნება „ამოცანა' გამოირჩევა ობიექტური სირთულითა და მრავალწახნაგოვნებით არსებობს საკმაოდ დიდი რაოდენობის შრომები რომლებშიაც სხვადასხვა თვალსაზრისით განისაზღვრება აღნიშნული ცნება [31 32 33 34 35 36 37 38 და სხვ] წინამდებარე გამოკვლევაში გამოვიყენებთ ამოცანის' ცნების განსაზღვრებაა რომელიც მოცემული აქვს ლ გუროვას მათემატიკის სასკოლო კურსის ამოცანების ანალიზის საფუძველზე მისი აზრით ამოცანა განიხილება როგორც ობიექტური ლოგიკური დახასიათება სუბიექტთან მიმართების გარეშე ამოცანა-სააზროვნო მოღვაწეობის ობიექტია, რომელიც გარკვეული პრაქტიკული გარდაქმნის ან თეორიულ კითხვაზე პასუხის გაცემის მოთხოვნას შეიცავს, იმ პირობების მეშვეობით რომლებიც მის ცნობილ და უცნობ ელემენტებს შორის არსებულ კავშირებს (მიმართებებს) ხსნიან [25 გვ 12]

ამოცანების როლი მოსწავლეთა აზროვნების განვითარებაში აზროვნების პროცესის ზოგადი თეზისით განისაზღვრება ამ თეზისით ამოცანის ამოხსნის მსვლელობა უპირველეს ყოვლისა თვით ამოცანით განისაზღვრება რომელიც რაღაც

გზებით ქმნის აზროვნების საწყის დეტერმინაციას (მიზეზობრივ განპირობებულობას) რაც თავის მხრივ უცნობის ძიების ზოგადი მიმართულების' მიმანიშნებელია მხედველობაშია მისაღები ისიც რომ აზროვნების დეტერმინაცია წინასწარ მთლად ამოცანით არ განისაზღვრება აზროვნების დეტერმინაცია ხორციელდება როგორც პროცესი და მისი ფორმირება უწყვეტად მიმდინარეობს ამოცანის ამოხსნის მსვლელობისას აზროვნების პროცესის ყოველ ეტაპზე მაშასადამე, აზროვნების პროცესი გულისხმობს მისი ამოცანით (ობიექტით) არამარტო საწყის დეტერმინაციას არამედ თვით ამ პროცესის მსვლელობისას დეტერმინაციის უწყვეტ რეპროდუქციას

გამოჩენილი ფსიქოლოგი დ უზნაძე აღნიშნავს ამოცანა თავისთავად მექანიკურად როდი ახდენს განმსაზღვრელ გავლენას ცნობიერების მუშაობაზე ეს მხოლოდ იმ შემთხვევაში ხდება, როდესაც სუბიექტი მიწოდებული ამოცანის გადაჭრას მართლა სერიოზულად იღებს თავის თავზე ამის შემდეგ ცნობიერება ისე ეწყობა რომ მასში ჩვეულებრივი ასოციაციური ტენდეცია ძალას კარგავს და თავის ადგილს ახალ ტენდეციას ე წ დეტერმინაციის ტენდეციას' უთმობს [26 გვ 443]

დეტერმინიზმის პრინციპი ამოცანათა თეორიის საფუძვლის როლში გვევლინება მართლაც, ამოცანა როგორც გონებრივი საქმიანობის ობიექტი მისი პირობები და მოთხოვნები წარმოადგენს იმ მიზეზს, რომელიც აზროვნების პროცესს წარმართავს ობიექტის ღრმად შემეცნებისა და ამ ობიექტის (ამოცანის) არსებობის შინაგანი პირობების არსის გახსნის მიზნით ყველაზე ზოგადი გაგებით ამოცანა შეიძლება განვიხილოთ როგორც დასახული მიზანი, რომელიც აუცილებლად უნდა იქნეს მიღწეული; როგორც დასმული კითხვა რომელიც განსაზღვრული ცოდნიდან და ლოგიკური მსჯელობებიდან გაკეთებული დასკვნების საფუძველზე მიღებული ობიექტური პასუხის გაცემას მოითხოვს [26 გვ 346]

მოსწავლეთათვის ამოცანების ამოხსნის სწავლების პროცესის სწორად გაგებისა და წარმართვისათვის საჭიროა მათემატიკის სასკოლო კურსში მოცემული ამოცანების ფუნქციის განსაზღვრა ამოცანების ამოხსნის ფუნქციაში როგორც წესი, გულისხმობენ „მასწავლებლის მიერ დაგეგმილ ცვლილებებს მოსწავლეთა მოღვაწეობასა და ფსიქიკაში რომლებიც უნდა მოხდეს ამ ამოცანების ამოხსნის შედეგად [39 გვ 151] ყველაზე სრულად ამოცანების წამყვანი ფუნქციები განსაზღვრულია ი კოლიაგინის მიერ [27 გვ 103] მათ რიცხვს მიეკუთვნება სასწავლო სააღმზრდელო და განმავითარებელი ფუნქციები არცერთ დასახელებულ ფუნქციას არ შეუძლია

ერთმანეთისგან იზოლირებულად გამოსვლა მაგრამ ყოველ კონკრეტულ ამოცანაში მასწავლებელმა უნდა გამოყოს წამყვანი ფუნქცია და მიზანმიმართულად იზრუნოს პირველ რიგში მისი რეალიზებისათვის ჩამოთვლილი ძირითადი ფუნქციებიდან თითოეულს თავისი განსაკუთრებული ადგილი უკავია სწავლების ერთიან სისტემაში მაგრამ ბოლო წლებში განსაკუთრებულად იკვეთება განმავითარებელი ფუნქციის როლი ეს იმით აიხსნება რომ ამოცანებმა არა მარტო ხელი უნდა შეუწყონ ცოდნის განმტკიცებას არამედ ჩამოაყალიბოს კიდეც გონებრივი მოღვაწეობის მკვლევარი სტილი განავითაროს მოსწავლეებში ნებისმიერი მათემატიკური ამოცანის ამოხსნის ზოგადი უნარ-ჩვევები

სწავლების პრობლემის ფსიქოლოგიური გამოკვლევები ცხადყოფენ რომ მოსწავლეებში ამოცანების ამოხსნის ზოგადი უნარ-ჩვევებისა და ცოდნის ჩამოუყალიბებლობის ძირითადი მიზეზი მათი საკუთარი სასწავლო საქმიანობის სისტემატური ანალიზის მასში მოქმედებათა ზოგადი მეთოდებისა და მათი თეორიული საფუძვლების არქონაში იმალება მოსწავლეებისათვის ამოცანათა ამოხსნის ძიების დამხმარე სახელმძღვანელოს შექმნის ერთერთ პირველ ცდას წარმოადგენს ლ ფრიდმანის ე ტურეცკის წიგნი [37] რომელიც მიზნად ისახავს აღნიშნული მიზეზის აღმოფხვრას

დღემდე მეთოდიკურ ლიტერატურაში არაერთსახოვნადაა წარმოდგენილი ამოცანების კლასიფიკაციის საკითხი

ი კოლიაგინის კლასიფიკაციაში გამოყოფილია ამოცანების ოთხი ტიპი მაგრამ ამოცანათა ამა თუ იმ ტიპისათვის მიკუთვნება დამოკიდებულია სუბიექტზე რომელიც ხსნის ამოცანას ანუ ყველაფერი ეს სუბიექტურ ხასიათს ატარებს ასეთი პირობითობა არსებითად აფერხებს გამოყოფილი ტიპების ამოცანათა ამოხსნის მეთოდიკის დამუშავებას [27 გვ 60-61]

გ სარანცევის კლასიფიკაციას საფუძვლად დაედო მოღვაწეობის სხვადასხვა სტრუქტურული კომპონენტები საბოლოო პროდუქტი, მოქმედების საგანი მოქმედების იარაღი ოპერაციები ამოცანათა ამოხსნის პროცესების გამოკვლევა საქმიანობის კონტექსტში შესაძლებელს ხდის, ჯერ ერთი ამოცანის ამომხსნელის პიროვნული ასპექტის გათვალისწინებას ამოცანათა ამოხსნის პროცესის ოპერაციულ და შინაარსობრივ ანალიზთან მის შეერთებას მეორე ამა თუ იმ ამოცანის ადგილისა და ფუნქციის უფრო ზუსტად განსაზღვრას სუბიექტის საქმიანობაში [40 გვ 10]

ნ მეტელსკი მთელ საამოცანო მასალას ყოფს შემდეგ ჯგუფებად სავარჯიშო (საწრთვნელი) ალგორითმული სავარჯიშოები რომლებიც ძირითადად გათვლილია ცოდნის განმტკიცებასა და უნარ-ჩვევების გამომუშავებაზე არასტანდარტული ამოცანები რომლებიც მოითხოვს თეორიული ინფორმაციისა და პროდუქტიული აზროვნების ლოგიკური ფორმების დამოუკიდებელ შემოქმედებით გამოყენებას ევრისტიკული ამოცანები, რომლებიც ითხოვენ მათი ამოხსნის ახალი მეთოდების გამოგონებას და ეფექტურად ანვითარებენ მოსწავლეთა ევრისტიკულ აზროვნებას და მათემატიურ ნიჭს' [41 გვ 149]

ამოცანათა კლასიფიკაციისას ფსიქოლოგები ისწრაფვიან შეაფარდონ ამოცანის ობიექტური დახასიათება (შინაარსი ამოხსნის სირთულე ადგილი ამოცანათა სისტემაში და ა შ) იმ მოთხოვნებთან, რომლებსაც იგი უყენებს ამოცანის ამომხსნელი სუბიექტის აზროვნებას ამოცანები პირობითად შეიძლება ორ ჯგუფად დავყოთ 1) ამოცანები, რომლებიც ამოხსნისათვის საკმარის ინფორმაციას შეიცავენ და ხარვეზების (სიცარიელის) შევსებას ითხოვენ მონაცემებს შორის რომლებიც ამოხსნის ორიენტირების როლში გამოდიან ისინი სასკოლო კურსის ამოცანების უმრავლესობას წარმოადგენენ 2) ამოცანები რომლებიც არასრულ ინფორმაციას შეიცავენ ამ ჯგუფის ამოცანების ამოხსნისას ძირითადად გამოიყენება ანალოგია ინდუქცია ინტუიცია და სხვ

ამოცანების დაწვრილებითი ტიპოლოგია შედგენილია ვ კრუტეცკის მიერ [42] მათემატიკური თავისებურებების გამოკვლევასთან დაკავშირებით

მათემატიკის სასკოლო კურსში მოცემული ამოცანების საკმაოდ სრული კლასიფიკაცია მოცემულია ლ ფრიდმანის მიერ [37] იგი ამოცანებს ყოფს კლასებად ამოცანის ობიექტების თეორიისადმი მათი მიმართებისა და მოთხოვნათა ხასიათიდან გამომდინარე თუ კლასიფიკაციის საფუძვლად ჩავთვლით ობიექტების ხასიათს მაშინ მივიღებთ შემდეგ ტიპოლოგიას ა) პრაქტიკული (რეალური) ამოცანები ბ) მათემატიკური ამოცანები თუ კლასიფიკაციის საფუძვლად ავიღებთ მოთხოვნათა ხასიათს მაშინ ამოცანები დაიყოფა სამ კლასად 1) ამოცანები საძიებელთა პოვნაზე (ამოცნობაზე) 2) ამოცანები გარდაქმნაზე ან აგებაზე 3) ამოცანები დამტკიცებაზე ან ახსნაზე თეორიასთან მიმართებაში ყველა ამოცანა იყოფა სტანდარტულად და არასტანდარტულად ამოცანათა კლასიფიკაციის მოცემული ასპექტი ვრცლად განიხილება ჩვენს გამოკვლევაში

ცნება ამოცანა , სხვადასხვანაირად განისაზღვრება მეთოდიკურ ლიტერატურაში და სხვადასხვა დიდაქტიკურ გამოკვლევებში ასევე შეიძლება ითქვას ცნებების „სტანდარტული ამოცანა და ,არასტანდარტული ამოცანა მოვიყვანთ მოკლე მიმოხილვას აღნიშნული ცნებების განსაზღვრებისადმი არსებული ორი მიდგომის შესახებ

ერთ-ერთი მიდგომა გახსნილია ი კოლიაგინის [28 43 44] ს სელდიუკოვას [45] ა სოკოლოვას [46] და სხვათა შრომებში

ი კოლიაგინი არასტანდარტულ (საძიებო) ამოცანას განსაზღვრავს როგორც ისეთ ამოცანას რომლის წარდგენისას მოსწავლეებმა წინასწარ არ იციან არც მისი ამოხსნის ხერხი, არც ის, რომელ საწავლო მასალას ეყრდნობა მისი ამოხსნა სხვა სიტყვებით მოსწავლეებმა ასეთი ამოცანის ამოხსნისას უნდა ჩაატარონ ამოცანის ამოხსნის გეგმის ძიება და დაადგინონ რომელი თეორიული მასალა იძლევა ამა თუ იმ ამოხსნის გასაღებს საძიებოსთან განსხვავებით, ჩვენ ამოცანა სტანდარტულად მიგვაჩნია თუ მისი ამოხსნა მოსწავლეებისაგან მოითხოვს გამოიყენონ ესა თუ ის მათთვის ცნობილი ალგორითმი ან ისარგებლონ იმ დასკვნის ანალოგიით რომელსაც სწავლების პრაქტიკაში „ნიმუშის მიხედვით ამოხსნა ეწოდება [44 გვ 5] სხვა ნაშრომში იგი წერს, რომ „არასტანდარტული ამოცანა არის ისეთი ამოცანა რომლის ამოხსნა მოსწავლისათვის არ წარმოადგენს ცნობილი მოქმედებების ცნობილ მიზანს [28 გვ 26] აღნიშნულის თანახმად $x^2-5x+6=0$ კვადრატული განტოლების ფესვების პოვნის ამოცანა VI კლასის მოსწავლეთათვის არასტანდარტულია და ამოიხსნება მამრავლად დაშლით VII კლასის მოსწავლეთათვის იგი უკვე სტანდარტულია რადგან მათ იციან მისი ამოხსნის ალგორითმი ანუ კვადრატული განტოლების ფესვების პოვნა ფორმულის მიხედვით

ს სელდიუკოვა [45] განიხილავს რა არასტანდარტული ტექსტური ამოცანების როლს უმცროსკლასელთათვის მათემატიკის სწავლებისას ასკვნის რომ იმის მიხედვით თუ რა შინაარსია ჩადებული მათემატიკის ამა თუ იმ კურსში რა კონკრეტული მიზნები აქვს სწავლებას, სწავლების ეტაპებს, რომლებზეც ამა თუ იმ ამოცანებს გამოიყენებენ, ყოველი ამოცანა ერთ გარკვეულ პირობებში შეიძლება იყოს არასტანდარტული ხოლო სხვა პირობებში ჩვეულებრივი, (ტიპიური სტანდარტული) ავტორი ხაზს უსვამს რომ ნებისმიერი ამოცანა, რომელიც მოსწავლეებს ეძლევა მათთვის არასტანდარტულია არასტანდარტული ამოცანა სტანდარტული ხდება

როგორც კი პროგრამა ყველა მოსწავლის მიერ მისი ამოხსნის ალგორითმის აუცილებელ ათვისებას მოითხოვს

სტანდარტული და არასტანდარტული ამოცანის ტერმინის ი კოლიაგინისეულ განმარტებაზე დაყრდნობით ა სოკოლოვა [46 გვ 51] სტანდარტულს უწოდებს ამოცანებს რომელთა ამოხსნა (და ამოხსნის დასაბუთება) მოსწავლეთათვის წინასწარ ცნობილია მათი ერთმანეთისაგან განსხვავება შემოიფარგლება ან რიცხობრივი მონაცემებით ან ტექსტის ფაბულით გარდა ამისა მას შემოაქვს ნახევრადსტანდარტული' ამოცანების ცნება მასში ის გულისხმობს ისეთ ამოცანებს რომელთა ამოხსნა უცნობია მოსწავლეთათვის მაგრამ ცნობილია თეორიის განყოფილება, რომელზეც ეფუძნება (თუნდაც ერთი) ამოხსნა მაგალითისათვის შეისწავლეს რა V კლასში წრის ფართობი მოსწავლეები გაეცნენ ფორმულას $S = \pi R^2$ პირველი ამოცანა ამ პუნქტში შეიცავს მოთხოვნას მოსწავლემ იპოვოს წრის ფართობი თუ მოცემულია რადიუსის კონკრეტული მნიშვნელობა იგი სტანდარტულია მომდევნო ამოცანას აქვს პირობა ცირკის არენის წრეწირის სიგრძე 40,8 მეტრია იპოვეთ არენის ფართობი ამოცანის მოთხოვნაზე პასუხის გასაცემად ჯერ საჭიროა რადიუსის განსაზღვრა წრეწირის სიგრძის ფორმულის გამოყენებით ხოლო შემდეგ გაკვეთილზე მიცემული ფორმულის შესაბამისად არენის ფართობის პოვნა ამ ამოცანას ავტორი მიაკუთვნებს ნახევრადსტანდარტულთა ტიპს არასტანდარტული ამოცანები განსაზღვრულია როგორც ამოცანები რომელთათვის უცნობია არა მარტო ამოხსნა არამედ ისიც თუ თეორიის რომელ განყოფილებაზეა დამყარებული თუნდაც ერთი შესაძლო ამოხსნა' (იქვე) არასტანდარტულს მიეკუთვნება ისეთი ამოცანებიც რომელთა ამოხსნა მოითხოვს არა იმდენად თეორიის ცოდნას რამდენადაც საზრიანობას, სისხარტეს, მიხვედრილობას და როგორც წესი რომელთა ამოხსნა მათემატიკური მხრიდან რთული არაა და ხშირ შემთხვევაში შემოიფარგლება მსჯელობებით და მარტივი არითმეტიკული გაანგარიშებებით

როგორც ვხედავთ, ზემოხსენებული ავტორების ნაშრომებში არასტანდარტული ეწოდება ამოცანას, რომლის ამოხსნის ალგორითმი სკოლაში სწავლის მოცემულ კონკრეტულ ეტაპზე მოსწავლეთათვის უცნობია

სტანდარტული" და ,არასტანდარტული ამოცანის ცნებათა განსაზღვრისადმი მეორე მიდგომა გამოყენებულია ლ ფრიდმანის ე ახულკოვას მ პეტროვას და სხვათა მიერ

ლ ფრიდმანი სტანდარტულს უწოდებს იმ მათემატიკურ ამოცანებს რომელთა ამოხსნისათვის მათემატიკის სასკოლო კურსში არსებობს მზა წესები (ნებისმიერი ფორმით) ან ეს წესები უშუალოდ გამომდინარეობენ რაიმე განსაზღვრებების ან თეორემებისაგან, რომლებიც განსაზღვრავენ ამ ამოცანების ამოხსნის პროგრამას ბიჯების თანმიმდევრობის სახით ამასთან ნავარაუდევია, რომ სტანდარტული ამოცანების ამოსახსნელად ცალკეული ბიჯების შესრულებისათვის მათემატიკის კურსში აგრეთვე არსებობს სავსებით განსაზღვრული წესები [37 გვ 41] იგი არასტანდარტულ ამოცანებს განსაზღვრავს როგორც ამოცანებს რომელთათვის მათემატიკის კურსში არ არსებობს ზოგადი წესები და დებულებები რომლებიც განსაზღვრავენ მათი ამოხსნის ზუსტ პროგრამას [37 გვ 45]

მათემატიკური ამოცანების ამოხსნისადმი მოსწავლეთა ინტერესის ფორმირების საკითხების შესწავლის დროს ე ახულკოვა მ პეტროვა თავიანთ შრომაში [47] ხაზს უსვამენ რომ განსხვავება სტანდარტულ (შაბლონურ) და არასტანდარტულ (არაშაბლონურ) ამოცანებს შორის ყველაზე მნიშვნელოვანია მასწავლებლისათვის სტანდარტულ ამოცანაში ისინი გულისხმობენ ამოცანას, რომელიც შეიძლება ამოხსნილი იქნეს სკოლაში ნასწავლი წესების პირდაპირი მექანიკური გამოყენებით მათი აზრით, მოსწავლეთათვის ამოცანების ცალკეული ტიპების ამოხსნის მხოლოდ სპეციალური ხერხების სწავლება იმის რეალურ საშიშროებას ქმნის რომ მოსწავლეები შემოიფარგლებიან მხოლოდ შაბლონური ხერხების ათვისებით და ვერ შეიძენენ სწავლებასა და ცხოვრებაში მათ წინაშე მდგომი უცნობი ამოცანების დაძლევის უნარ-ჩვევებს

ამრიგად ხსენებულ ავტორთა ჯგუფი განსაზღვრავს სტანდარტულ და არასტანდარტულ ამოცანებს გამომდინარე იქედან, ეცნობიან თუ არა მოსწავლეები ამოცანის ამოხსნის ალგორითმს სკოლაში სწავლის მთელი პერიოდის განმავლობაში

მაშასადამე, ამ ორი მიდგომის შედარებით ვღებულობთ, რომ ორივე შემთხვევაში ამოცანის მიკუთვნება სტანდარტული ან არასტანდარტული ამოცანების კლასისთვის სუბიექტურ ხასიათს ატარებს პირველი მიდგომის შემთხვევაში იგი დამოკიდებულია სუბიექტზე (მოსწავლეზე), ხოლო მეორე შემთხვევაში - მათემატიკის სასკოლო პროგრამაზე

ჩვენი გამოკვლევის პოზიციებიდან მიზანშეწონილად მიგვაჩნია სტანდარტული და არასტანდარტული ამოცანების საკუთარი სამუშაო განსაზღვრებების შემოღება

სტანდარტულ ამოცანაში ჩვენ ვიგულისხმებთ ამოცანას რომელიც მიეკუთვნება ალგორითმულად ამოხსნად ამცანათა კლასს ანუ ისეთს რომლისთვისაც არსებობს ამოხსნის ზოგადი მეთოდი (ალგორითმი) ***არასტანდარტულს*** ვუწოდებთ ამოცანას რომლის ამოსახსნელად არ არსებობს უშუალოდ მისთვის გამოსაყენებელი ალგორითმი მისი ამოხსნა შეიძლება დაყვანილი იქნეს სტანდარტული ამოცანის ამოხსნამდე ჩვენს მიერ შემოღებული განსაზღვრებები არ ეწინააღმდეგება ზემოთ ჩამოთვლილ მიდგომებს მაგრამ საშუალებას იძლევიან VII-IX კლასების ალგებრის კურსის ყოველი თემისათვის ავაგოთ არასტანდარტული ამოცანების სისტემები რომლებიც ერთის მხრივ გვეხმარება განვახორციელოთ ამოცანათა ამოხსნის ძიების ხერხების მიზანმიმართული სწავლება და მეორეს მხრივ უზრუნველყოფენ პროგრამული მასალის ათვისებას ჩვენი აზრით გაკვეთილებზე პრაქტიკულად არ არის საჭირო ისეთი ამოცანების ამოხსნაზე დროის ხარჯვის აუცილებლობა რომელთა ამოხსნის ალგორითმი მიეცემათ მოსწავლეებს მომდევნო კლასებში (სასწავლო პროგრამის თანახმად) მოსწავლეები მათემატიკის ან მოსაზღვრე დისციპლინების შემდგომი შესწავლის პროცესში აღარასოდეს ამოხსნიან მაგალითად კვადრატულ განტოლებას შესაბამისი კვადრატული სამწევრის მამრავლებად დაშლით, თუმცა უდავოა, რომ ეს მუშაობა გარკვეულწილად ხელს უწყობს მოსწავლეთა აზროვნების განვითარებას

სტანდარტული ამოცანები ძირითად მათემატიკურ ამოცანებს წარმოადგენენ რადგან ყველა სხვა ამოცანა საბოლოო ჯამში მათზე დაიყვანება ასეთი ამოცანების ამოსახსნელად მოსწავლეებს უნდა ახსოვდეთ მათემატიკის კურსში ნასწავლი ზოგადი წესები (ფორმულები იგივეობები) და ზოგადი დებულებები (განსაზღვრებები თეორემები)

სტანდარტული ამოცანებისაგან განსხვავებით არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის დროს წარმოიშობა ყოველი კონკრეტული ამოცანის ამოხსნის ძიების აუცილებლობა

არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების პროცესის ილუსტრირება მოსახერხებელია გრაფის მეშვეობით გრაფების თეორიიდან საჭირო ცნობები შეიძლება გამოყენებული იქნეს მასწავლებლის მიერ დაწვრილებითი განმარტებების გარეშე მათი სიცხადისა და თვალსაჩინოების გამო გრაფი გამოხატავს ძიების ალგორითმს რომელსაც მოსწავლეები ქმნიან ამოცანის ანალიზის დროს იგი ინფორმაციის შენახვის ხელსაყრელ საშუალებას წარმოადგენს გრაფზე ცხადად ჩანს შესასრულებელი მოქმედებების თანმიმდევრობა რაც შესაძლებელს ხდის ზედმეტი კომბინაციების

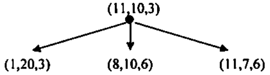
განხილვის თავიდან აცილებას და ამოცანის ამოხსნასა და შინაარსზე მოსწავლეთა ყურადღების კონცენტრირებას

გრაფში ჩვენ ვგულისხმობთ წერტილების (გრაფის მწვერვალების) და წირების (გრაფის წიბოების) სასრული რაოდენობის ერთობლიობას, რომლებიც წყვილად აერთებენ ზოგიერთ ამ წერტილს ყოველ წერტილს (მწვერვალს) შეუსაბამებენ განსაზღვრულ მდგომარეობას საწყისი მდგომარეობა - ეს არის ამოცანის მონაცემების წარმოდგენა რომელიც გრაფის საწყისი მწვერვალით გამოისახება ***მიზნობრივი მდგომარეობა*** - შედეგია, რომელსაც უნდა მივაღწიოთ ამოხსნის დროს ერთი მდგომარეობა გარდაიქმნება მეორეში გარკვეული ერთჯერადი ხერხების ცალსახად დადგენილი წესების - ოპერატორების მეშვეობით ყველა დასაშვები ოპერატორის გამოყენებას მოცემული მწვერვალის მიმართ ეწოდება ამ მწვერვალის გახსნა ყოველი მომდევნო წარმომშობი მწვერვალიდან წარმოშობილი მწვერვალისკენ გამოდის ისრები რომლებიც საწყისი მწვერვალისკენ უკან გზის პოვნის საშუალებას იძლევიან უკვე იმის შემდეგ როცა აღმოჩენილია მიზნობრივი მწვერვალი ძიების (გადარჩევის) პროცესის სრული აღწერის დროს მოიცემა რიგი რომლის მიხედვითაც უნდა მოხდეს მწვერვალების გახსნა თუ მწვერვალები გაიხსნება იმავე რიგით როგორითაც ისინი წარმოიშობიან მაშინ მიიღება ძიების პროცესი, რომელსაც ***სრული გადარჩევა*** ეწოდება, თუ წარმოშობილ მწვერვალებს შორის ყოველთვის იმ მწვერვალს გავხსნით რომელიც ბოლოს წარმოიშვა, მაშინ განხორციელებულ გადარჩევას ***სიღრმეში გადარჩევას*** უწოდებენ სიღრმეში გადარჩევას და სრულ გადარჩევას მიაკუთვნებენ ბრმა გადარჩევის მეთოდებს ისინი ამომწურავ პროცედურას წარმოადგენენ მიზნობრივი მწვერვალისკენ გზების ძიებისათვის პრინციპში ეს მეთოდები უზრუნველყოფენ ამოხსნის ძიებას მაგრამ ხშირ შემთხვევაში მათი გამოყენება მოუხერხებელია რადგანაც ასეთი გადარჩევის დროს ძალზე ბევრი მწვერვალის გახსნა მოგვიწევს სანამ საჭირო გზას მივაგნებთ თვალსაჩინოებისათვის ამოხსნის ძიება გრაფის მეშვეობით ვაჩვენოთ შემდეგი ამოცანის მაგალითზე

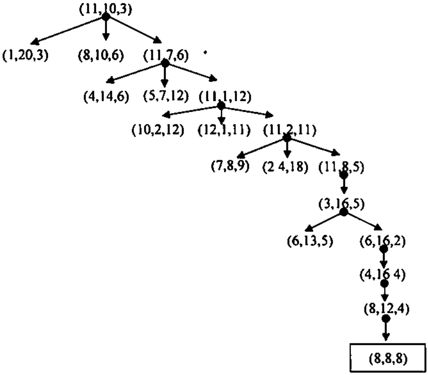
ამოცანა გვაქვს ყვავილების სამი თაიგული ერთში 11 ყვავილია მეორეში - 10 ხოლო მესამეში - 3 ამოცანა მოითხოვს ყვავილების ისე გადაწყობას რომ თითოეულ თაიგულში ყვავილების თანაბარი რაოდენობა გახდეს ნებადართულია იმდენი ყვავილის დამატება, რამდენიც უკვე თაიგულში არის გადაწყობის რამდენი მინიმალური რაოდენობა იქნება საჭირო?

მოცემულ ამოცანაში გრაფის საწყის მწვერვალს შეესაბამება საწყისი მდგომარეობა, რომელიც შეიძლება გამოვსახოთ რიცხვთა შემდეგი სამეულით (11 10 3) ცხადია ამოცანის ამოხსნის შედეგად მიღებული მიზნობრივი მდგომარეობა

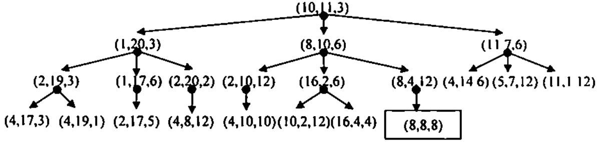
აღიწერება სამეულით (8, 8, 8) გადარჩევას შევასრულებთ გარკვეული თანმიმდევრობით პირველი თაიგულის 11 ყვავილიდან მეორე თაიგულში შეიძლება გადავიტანოთ 10 ან 3 მესამეში მეორე თაიგულის 10 ყვავილიდან მესამეში შეიძლება გადავიტანოთ 3 ამოხსნის სხვა ვარიანტი რა თქმა უნდა არ არსებობს გადაწყობის (გადარჩევის) გრაფის საწყისი მდგომარეობა შემდეგნაირად ფიქსირდება



ასე გავხსენით გრაფის საწყისი მწვერვალი ახლა შეიძლება გავხსნათ ნებისმიერი წარმოქმნილი მწვერვალი, კომბინაციების განმეორება უნდა ავირიდოთ თავიდან (წინააღმდეგ შემთხვევაში ვერ მივიღებთ ახალ შედეგებს) თაიგულების განლაგების რიგს არ აქვს მნიშვნელობა, ამიტომ (1, 20, 3) და (20, 1, 3) და (20, 3, 1) ტიპის მწვერვალები ერთნაირია თუ გამოვიყენებთ სიღრმეში გადარჩევას (გადაწყობას) მაშინ გრაფს შემდეგნაირი სახე ექნება

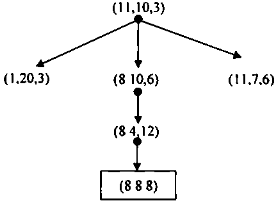


მოქმედებების ამგვარი შესრულების დროს არა ვართ დარწმუნებული იმაში რომ ვარდების გადაწყობა განხორციელებულია მინიმალური რაოდენობის ბიჯებით ამიტომ მწვერვალებს გავხსნით იმ თანმიმდევრობით, როგორითაც ისინი მიღებული არიან



ამ შემთხვევაში ძიება შესრულებულია სრული გადაწყობის (გადარჩევის) მეთოდით და მისი შემდგომი გაგრძელების აუცილებლობა აღარ არსებობს რადგანაც უფრო მოკლე ამოხსნის მიღება შეუძლებელია ამოცანა რომ ითხოვდეს ყველა შესაძლო ამოხსნის პოვნას მაშინ მოგვიწევდა გადარჩევის მანამდე გაგრძელება, სანამ არ ამოიწურებოდა ყველა პერსპექტიული წვერო

ამგვარად ჩატარებულ გადარჩევას, როგორც უკვე აღვნიშნეთ, მიაკუთვნებენ ბრმა გადარჩევის მეთოდებს რადგანაც აქ ჩვენ არ ვაანალიზებთ მწვერვალებს მიზანთან მათი სიახლოვის თვალსაზრისით ბრმა გადარჩევის მეთოდის საპირისპიროდ არსებობს ე წ მოწესრიგებული გადარჩევის (ძიების) მეთოდი ასე მაგალითად საწყისი მწვერვალის გახსნისას, ალბათ შევნიშნავდით, რომ ყველაზე პერსპექტიული მწვერვალია (8 10 6) რადგანაც იგი უკვე შეიცავს თაიგულს 8 ყვავილისაგან შემდეგ უფრო პერსპექტიული იქნება მწვერვალი (8 4, 12), რომელსაც უშალოდ მივყავართ მიზანთან ამ შემთხვევაში გრაფი შემდეგნაირად წარმოგვიდგება



უნდა აღინიშნოს, რომ ალგებრის სასკოლო კურსში არსებობს მთელი რიგი ამოცანებისა რომლებიც შეიძლება ამოხსნილი იქნენ რამდენიმე, წინასწარ ცნობილი სასრული რაოდენობის ვარიანტის გადარჩევისა და მათგან კონკრეტულ ასპექტში საუკეთესოს ამორჩევის გზით მაგრამ ზოგიერთ სიტუაციაში როცა გადასარჩევ ობიექტთა რაოდენობათა რიცხვი და ობიექტში შემავალი ელემენტების რაოდენობა დიდია სრული გადარჩევის განხორციელება შეუძლებელია ცხადია ამ შემთხვევაში ვარიანტების რაოდენობა აღემატება თანამედროვე გამომთვლელი მანქანის შესაძლებლობებსაც კი ასეთ შემთხვევაში ისმება ამოცანა შემცირებული გადარჩევის შესაძლო ეკონომიური და ეფექტური ხერხების მოძიებისა ამ პრობლემას არასტანდარტული ამოცანის ამოხსნის პერსპექტიული გზების ძიებისა და განხილვისაკენ მივყავართ

აღნიშნული პრობლემის დაძლევაში გვეხმარება არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სპეციალური ხერხების გამოყენება, რომლებსაც ევრისტიკულ ხერხებს უწოდებენ ეს ხერხები არსებითად განსხვავებულია ამოხსნის ტრივიალური ალგორითმებისაგან ვაჩვენოთ ეს განსხვავება

ცნობილია რომ ალგორითმის ცნება მათემატიკის ფუნდამენტური ცნებაა და ჩვეულებრივ განისაზღვრება იმ ზოგადი ნიშნების ჩამოთვლით, რომლებიც ამ ცნებისათვის არის დამახასიათებელი ამოხსნის ალგორითმის განსაზღვრებას მრავალი მეცნიერი იძლევა ალგორითმის თავისეულ განსაზღვრებებს ვხვდებით ა კოლმოგოროვისა და ვ უსპენსკის [48] ა მალცევის [50] ა სტოლიარის [3] გ ალექსანდროვის [49] და სხვათა შრომებში

ერთ-ერთი განსაზღვრების თანახმად ალგორითმი არის სიდიდეთა თანმიმდევრული აგების პროცესი, რომელიც დისკრეტულ დროში იმგვარად მიმდინარეობს, რომ საწყის მომენტში მიიღება სიდიდეთა ამოსავალი სასრული სისტემა ხოლო ყოველ მომდევნო მომენტში სიდიდეთა სისტემა მიიღება გარკვეული კანონის (პროგრამის) შესაბამისად იმ სიდიდეთა სისტემიდან რომელიც დროის გასულ მომენტში გვქონდა [50 გვ 10] ეს თვისება ახასიათებს ამოცანათა ამოხსნის ალგორითმების დისკრეტულობას ევრისტიკული ხერხისათვისაც ასევე ნიშანდობლივია დისკრეტულობა მაგრამ ამოხსნის ალგორითმებისაგან განსხვავებით ყოველ მომდევნო მომენტში აქ შეიძლება წარმოიქმნას არა ერთი, არამედ სიდიდეთა რამდენიმე სისტემა

ალგორითმის მახასიათებელ თვისებას წარმოადგენს დეტერმინირებულობა ე ი ალგორითმი წარმოადგენს ბიჯების მკაცრად განსაზღვრულ თანმიმდევრობას იგი

ცალსახად განსაზღვრავს პირველ ბიჯს და იმას, თუ რომელი ბიჯი მოსდევს ყოველ წინა ბიჯს და ამოცანის ამომხსნელს არ უტოვებს მომდევნო ბიჯის არჩევანის არანაირ თავისუფლებას [3. გვ 101] ევრისტიკული ხერხი ხასიათდება შუალედური შედეგების მრავალმნიშვნელოვნებით რაც ხელს არ უშლის დასახული მიზნისკენ გასვლას (თუ ეს შესაძლებელია) შუალედური შედეგების მრავალმნიშვნელობიანობის წყაროს წარმოადგენს ევრისტიკების, როგორც ძიების პროცედურების ხასიათი მრავალმნიშვნელობიანობის მეორე მიზეზს წარმოადგენს ყოველი გამოყენებული კანონის მდგომარეობა საერთო სიაში და პროგრამაში გამოყენებული შეზღუდვები ასე, მაგალითად აქსიომების ადგილების შეცვლით იოლი მისაღებია შუალედური შედეგების ახალი ჯაჭვი რომელსაც მივყავართ მიზნისაკენ ხოლო ევრისტიკის უგულველყოფა რომელიც ზღუდავს კურსის განვითარებას შუალედური შედეგების განმეორების გამო, მკვეთრად გაზრდის გასაანალიზებელი ვარიანტების რიცხვს ყოველ ეტაპზე

ამოხსნის ალგორითმის დეტერმინირებულობის და ევრისტიკული ხერხის არადეტერმინირებულობის თვალსაჩინოდ გამოსახვა შეიძლება ბლოკ-სქემების მეშვეობით ბლოკ-სქემას გააჩნია განსაზღვრული სტრუქტურა იგი შედგება ოპერატორებისაგან რომლებიც აღნიშნავენ რაიმე მოქმედებას (მათ გამოსახავენ მართკუთხედის სახით); ლოგიკური პირობებისაგან რომლებიც განსაზღვრავენ ამოცანის ამოხსნის პროცესის შემდგომ მსვლელობას (მათ გამოისახავენ რომბის სახით) თუ A ბიჯს მოყვება B ბიჯი მაშინ A ბლოკიდან B ბლოკისკენ რომელსაც მართკუთხედით გამოსახავენ გავლებულია მხოლოდ ერთი ისარით თანაც ყოველი მართკუთხედიდან გამოდის მხოლოდ ერთი ისარი, ხოლო ყოველი რომბიდან რომელიც შედარების ბლოკს წარმოადგენს -გავლებულია ორი ისარი, რომელთაგან ერთი კი ნიშნით მიდის ბლოკთან (რომელიც მოსდევს ლოგიკურ პირობას), თუ ეს პირობა სრულდება მეორე ნიშანი არა" მიდის ბლოკისკენ (რომელიც მოსდევს ლოგიკურ პირობას) თუ ეს პირობა არ სრულდება პირობა და შედეგი გამოსახულია ოვალური ფიგურის სახით

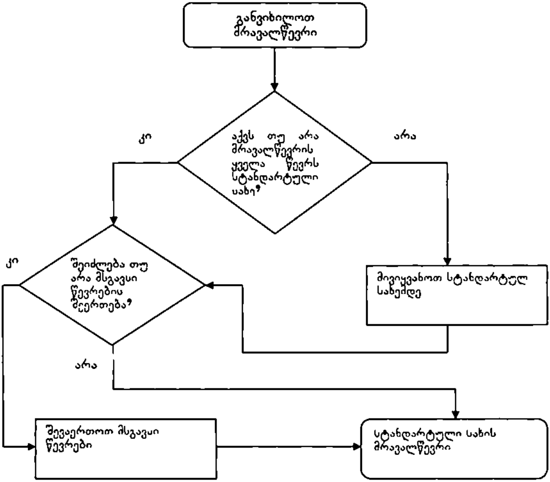
მაგალითისათვის ბლოკ-სქემის მეშვეობით ილუსტრირება გავუკეთოთ მრავალწევრის სტანდარტულ სახემდე მიყვანის ალგორითმს

ნახ 1-დან ჩანს, რომ ალგორითმის ყოველი ბიჯი განსაზღვრულია ცალსახად

ალგორითმის მნიშვნელოვანი თვისებაა შედეგიანობა რომელიც მდგომარეობს იმაში რომ ალგორითმის გამოყენების დროს ჩვენ ყოველთვის ბიჯების სასრული რაოდენობის შემთხვევაში ვღებულობთ შედეგს ევრისტიკული ხერხის გამოყენების

დროს ჩვენ შეიძლება ვერ შევძლოთ ამოხსნა და ვერ მივიღოთ სწორი პასუხი როცა იგი არსებობს

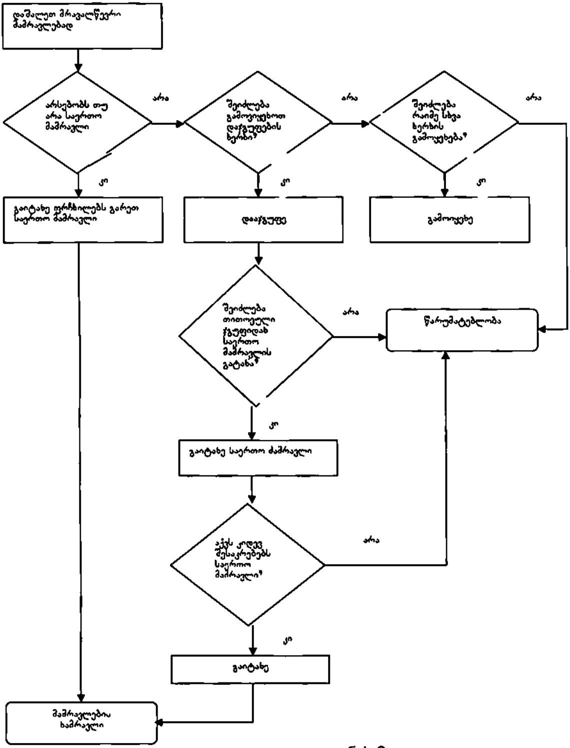
ევრისტიკული ხერხის გამოყენება ვაჩვენოთ მრავალწევრის მამრავლებად დაშლის შემდეგი ბლოკ-სქემის მეშვეობით (ნახ 2) ბლოკ-სქემიდან ჩანს, რომ დავალების შესასრულებლად საჭიროა მრავალწევრის მამრავლებად დაშლის შესახებ ყველა ცოდნის აქტუალიზება, მათი გამოყენება გარკვეული თანმიმდევრობით მაგრამ ამ შემთხვევაშიაც კი ჩვენ შეიძლება სასურველ შედეგს ვერ მივაღწიოთ



ნახ 1

ალგორითმის კიდევ ერთი ძირითადი თვისებაა ბიჯების ელემენტარულობა ეს ნიშნავს, რომ ,სიდიდეთა მომდევნო სისტემის წინამორბედიდან მიღების კანონი

უნდა იყოს მარტივი და ლოკალური" [50 გვ 10] ევრისტიკული ხერხების გამოყენების დროს ეს სავალდებულო მოთხოვნა რიგ შემთხვევაში იგნორირებულია



ნახ 2

უნდა აღვნიშნოთ რომ ცნება „ბიჯი' არის შედარებითი, რადგან ამოხსნის ერთი და იგივე ზოგადი მეთოდი ბიჯების თანმიმდევრობის სახით შეიძლება წამოდგენილ იქნეს სხვადასხვაგვარად

ამოხსნის პროცესის ცალკეულ ბიჯებს ყოველი მოსწავლე თავისებურად განსაზღვრავს გარდა ამისა, ცალკეული ბიჯები ყოველთვის არ შეესაბამება ელემენტარულ' მოქმედებებს ამიტომ ბიჯის ცნებაში ჩვენ ვიგულისხმებთ მოქმედებებს, რომლებიც მოსწავლეებს საკმაოდ კარგად ჩამოუყალიბდათ და მათი შესრულება სირთულეს აღარ იწვევს

ალგორითმებისა და ევრისტიკული ხერხების საერთო თვისებას წარმოადგენს მასობრიობა ანუ ის რომ მათი გამოყენება შესაძლებელია ერთი და იგივე ტიპის ამოცანათა კლასის ნებისმიერი ამოცანის ამოსახსნელად

ჩამოთვილის გარდა, ევრისტიკულ ხერხს გააჩნია კიდევ ერთი სპეციფიკური თვისება - სელექციურობა [51] სელექციურობის თანახმად დროის რომელიღაც მომენტში არაცალსახად მიღებული სიდიდეთა სისტემა ფასდება ძველი გამოცდილებით მიღებული ზოგიერთი კრიტერიუმის შესაბამისად და ორ ქვესისტემად იყოფა რომელთაგან ერთი აკმაყოფილებს ხოლო მეორე არ აკმაყოფილებს ამ კრიტერიუმს შემდეგში მეორე ქვესისტემა აღარ განიხილება სელექციურობის თვისების წყალობით ვახერხებთ შესაძლო ამოხსნების მრავალფეროვნების შეზღუდვას და ამით ვახდენთ ძიების სივრცის შემცირებას ეს საშუალებას იძლევა გავიდეთ ისეთი შემთხვევების განხილვაზე რომლებიც სასურველ შედეგამდე მიგვიყვანს მაგრამ უნდა აღინიშნოს რომ ეს კრიტერიუმები, ძველი გამოცდილებით უმთავრესად არასრული ინდუქციის საფუძველზე მიიღება, ამიტომ ისინი მხოლოდ სავარაუდოა და არა უტყუარი ე ი სიდიდეთა ქვესისტემას, რომელიც მოცემულ კრიტერიუმებს აკმაყოფილებს ზოგჯერ მიკუთვნებული აქვს ისეთი გზები, რომლებსაც არ მივყავართ მიზანთან ე ი ამით კიდევ უფრო გრძელდება ამოცანის ამოხსნის მსვლელობა უფრო დაწვრილებით ამ საკითხზე ქვემოთ შევჩერდებით

არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების აუცილებლობას (როგორც ჩვენთან ისე საზღვარგარეთ) ხაზგასმით აღნიშნავს ყველა, ვინც დაკავებულია ამოცანების შესწავლის საკითხებით მათემატიკის სწავლების პროცესში (ი კოლიაგინი ა სტოლიარი, რ ფრიდმანი მ ბალკი, ვ კრუპიჩი, ო ეპიშევა დ პოია ნ ნილსონი ა ბენდუქიძე ვ ქელბაქიანი, თ მორალიშვილი და მრავალი სხვ)

ი კოლიაგინი [28] აანალიზებს რა მათემატიკის ამოცანებით სწავლების პროცესის ორგანიზაციას აღნიშნავს, რომ მათემატიკის ტრადიციულ კურსში მარტოოდენ სტანდარტული ამოცანების ამოხსნაზე მუშაობამ მიგვიყვანა იქამდე რომ მოსწავლეს არ შეუძლია დამოუკიდებლად ამოხსნას განსხვავებული აღნიშვნებით მოცემული უმარტივესი ამოცანები აქედან გამომდინარე ვასკვნით რომ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნა სკოლაში ისევე აუცილებელია როგორც სტანდარტულის ასეთი ამოცანების ამოხსნა მოითხოვს შემოქმედებით აზროვნებას და ორიგინალურობას მოსწავლის მხრიდან და ეფექტურ საშუალებას წარმოადგენს მოსწავლეთა ლოგიკური აზროვნების განვითარების და მათემატიკისადმი ინტერესის გაზრდისათვის არასტანდარტული ამოცანების დანიშნულებაა აჩვენოს მოსწავლეებს სიტუაციების შემოსაზღვრულობა რომლებშიც გამოიყენება ესა თუ ის ნასწავლი ალგორითმი თავიდან აცილოს ათვისებული ალგორითმების მექანიკური გადატანა ახალ ამოცანებზე გამორიცხოს მავნე შტამპების გამომუშავების შესაძლებლობები ამოცანების ამოხსნის დროს რაც მნიშვნელოვანწილად ხელს შეუწყობს მოსწავლეთა შემოქმედებითი აზროვნების განვითარებას წარმატება ასეთი ამოცანების ამოხსნის საქმეში ხშირად დამოკიდებულია იმაზე, თუ რამდენად მომზადებულია ადამიანი შემოქმედებითი ხასიათის საქმიანობისათვის ფლობს თუ არა იგი ევრისტიკების გარკვეულ სისტემას, ეხერხება თუ არა დამოუკიდებლად, არაშაბლონურად აზროვნება და მოქმედება განვითარებული აქვს თუ არა ცოდნისა და გამოცდილების აქტუალიზაციის რაციონალიზაციის, მოცემულ პირობებში ოპტიმალური არჩევის მიღებული შედეგების კრიტიკული გააზრების უნარი და ა შ ' [27 გვ 6]

ვ ქელბაქიანი, თ მორალიშვილი თავიანთ [6 16] გამოკვლევებში აღნიშნავენ რომ მოსწავლე დამოუკიდებლად ვერ ისწავლის ამოცანების (მათ შორის არასტანდარტულის) ამოხსნას თუ მას არ ექნება ჩამოყალიბებული ზოგადი მიდგომა ამოცანისადმი, მისი ამოხსნის გეგმის ძიებისადმი ისინი ხაზს უსვამენ რომ მოსწავლეთა შემოქმედებითი აზროვნების განვითარების პრობლემის გადაწყვეტის ეფექტურ საშუალებას ის ამოცანები წარმოადგენენ, რომელთათვისაც არ არსებობს ამოხსნის განსაზღვრული ალგორითმები სწორედ ასეთი ამოცანების ამოხსნისას მოსწავლე ასრულებს შემოქმედებით სამუშაოს, მის შეგნებაში ყალიბდება სტრუქტურები რომლებიც ხელს უწყობს წარმატების მიღწევას ამოხსნის ძიებაში იგი იძენს უცნობ ამოცანებთან" გამკლავების უნარ-ჩვევებს

არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნას დიდ მნიშვნელობას ანიჭებს დ პოია
რას ნიშნავს მათემატიკის ფლობა? ეს არის ამოცანების ამოხსნის უნარი თანაც არა მხოლოდ სტანდარტულისა არამედ ისეთებისა, რომლებიც მოითხოვენ აზროვნების გარკვეულ დამოუკიდებლობას ჯანსაღ აზრს, ორიგინალურობას, გამომგონებლობას' [5 გვ 16] საკმაოდ დიდ ყურადღებას უთმობენ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლებას სხვა მეცნიერებიც, რასაც მეთოდისტ-მათემატიკოსთა კონფერენციების მასალებიც მოწმობს დელეგატების გამოსვლებში ხაზგასმულია აზრი, მასწავლებელთათვის არსტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ინტენსიური სწავლების აუცილებლობის შესახებ

მათემატიკის სასკოლო კურსის ამოცანათა დესტანდარტიზაციის აუცილებლობამ შესაბამისი ცვლილებების მოხდენა მოითხოვა მათი ამოხსნის სწავლების მეთოდიკაში ორი ათეული წელია გამოჩნდა მთელი რიგი სახელმძღვანელოებისა როგორც მასწავლებლებისათვის ასევე მოსწავლე-ებისათვის [3 4 37 44 52 53 და სხვ] რომლებშიც კონკრეტულ მაგალითებზე განხილულია ამოცანების (მათ შორის არასტანდარტულის) ამოხსნის ცალკეული მეთოდები და ხერხები არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების მეთოდიკის საკითხები განიხილება მრავალ დიდაქტიკურ გამოკვლევაში მაგრამ ი კოლიაგინის, ა სტოლიარის ს სელდიუკოვას ლ ფრიდმანის თ მორალიშვილის ნაშრომების გამოკლებით ეს ნაშრომები ეძღვნება მხოლოდ კლასგარეშე მუშაობას და მოიცავენ ისეთი ამოცანების განხილვას რომლებიც არაა დაკავშირებული პროგრამულ მასალასთან (ლოგიკური კომბინატორული გაყოფადობის თეორიის და ა შ) მათემატიკის სწავლებაში არასტანდარტული ამოცანების გამოყენების მრავალი პრობლემა განხილულია ი კოლიაგინის შრომებში იგი პოიას ცხრილის' შესაბამისად გამოყოფს და დაწვრილებით აანალიზებს ამოცანის ამოხსნის ოთხ ეტაპს

1 ეტაპი – პირობის ცალკეული ელემენტების ათვისება და დამუშავება საჭირო ინფორმაციის მოძიება ამოცანის პირობისა და დასკვნის შეპირისპირება უკვე შეძენილ ცოდნასთან და გამოცდილებასთან;

2 ეტაპი – მოცემულობებისა და საძიებლების სხვადასხვა შეხამებათ მიზანმიმართული სინჯვების ჩატარება ამოცანის ცნობილ გზამდე მიყვანის მცდელობა ამოხსნის რაციონალური მეთოდის შერჩევა, ამოხსნის გარკვეული გეგმის დაფიქსირება და ა შ

3 ეტაპი - ამოხსნის გეგმის პრაქტიკული რეალიზება ამოხსნის გაფორმება შედეგების ჩაწერა და ა შ

4 ეტაპი - ამოხსნის საბოლოო შედეგის დაფიქსირება, მისი კრიტიკული ანალიზი ამოხსნის რაციონალური გზების ძიება ამოცანის ამონახსნებიდან ,პოტენციურად სასარგებლოს გამოვლენა

არასტანდარტული ამოცანების ამოსახსნელად მოსწავლეთა მიერ შესრულებული ქმედებების გამოკვლევისას ი კოლიაგინი აღნიშნავს რომ მათი ამოხსნის მსვლელობაში მოსწავლეები მიმართავენ ევრისტიკულ ხერხებს, მაგრამ ამას აკეთებენ გაუცნობიერებლად ,მოსწავლეებისათვის ევრისტიკული მოღვაწეობის სწავლება ჯერ კიდევ არ გამხდარა არც სისტემატური და არც მიზანმიმართული' [28 გვ 29] და გამოთქვამს მოსაზრებასხა იმის შესახებ რომ ამ ხერხის გააზრებული გამოყენება ბევრად უფრო დიდ ეფექტს მოგვცემდა გარდა ამისა ი კოლიაგინი ადასტურებს რომ მოსწავლეების მერ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნისას ადგილი აქვს ინტუიციისთვის დამახასიათებელი სააზროვნო ოპერაციების შემჭიდროებას რაც განუხრელადაა დაკავშირებული განზოგადოების უნართან ამიტომ, იგი ერთერთ მნიშვნელოვან ამოცანად მათემატიკის სწავლების პროცესში მოსწავლეთა ინტუიციის განვითარების ამოცანას თვლის მისი აზრით ძირითად სიძნელეებს რომლებიც არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნისას წარმოიქმნება მიეკუთვნება ა) ამოცანის პირობის გააზრების (მოცემულობისა და საძიებელის მკაფიოდ გამოყოფის) არცოდნა ბ) ამოხსნის ძიების ეტაპზე ფსიქოლოგიური ინერციის ძლიერი ზეგავლენა რაც ამოცანის ამოხსნისათვის საჭირო უკვე არსებული, რაიმე მზა ხერხის (ალგორითმის) გამოყენებისადმი სწრაფვაში გამოიხატება, გ) ჰიპოთეზის კრიტიკული შეფასების არცოდნა თუნდაც ჰიპოთეზის პირობასთან უბრალო თანაფარდობით (ჩვევა იმუშაონ გონებაში წარმოშობილ პირველსავე ჰიპოთეზაზე); დ) დაბალი ლოგიკური კულტურა [28 გვ 31]

ი კოლიაგინი ჩერდება რა ძირითად სააზროვნო ოპერაციებზე რომელთა შესრულება უხდება მოსწავლეს არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნისას (ამოცანათა ამოხსნის ახალი ხერხების მიგნება ცნობილი თეორიული დებულებების მეხსიერებაში აღდგენა, ამოცანათა ამოხსნის საკუთარი გამოცდილებისათვის მიმართვა და სხვა) განსაკუთრებულ მნიშვნელობას ანიჭებს ცოდნის აქტუალიზაციას როგორც არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების პროცესის ერთერთ შემადგენელ

კომპონენტს იგი მასში ხედავს ადამიანის მიერ მისთვის ცნობილი ცოდნისა და უნარ-ჩვევების ახალ სიტუაციაში წინასწარ გაუთვალისწინებლად გონებაში აღდგენისა და გამოყენების პროცესს ანიჭებს რა დიდ როლს არასტანდარტულ ამოცანებს მოსწავლეთა თეორიული და პრაქტიკული აზროვნების განვითარებაში ი კოლიაგინი ჩამოთვლის ძირითად სააზროვნო ოპერაციებს, რომელთა ფუნქციონირება დამახასიათებელია სუბიექტისათვის არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის პროცესში და რომლებიც ორიგინალურად ერწყმიან რა მეცნიერული შემეცნების ცნობილ მეთოდებს წარმოქმნიან ევრისტიკების ფორმით გამოხატულ ამოცანათა ამოხსნის ზოგადი ხერხების ერთობლიობას რომლებიც თავის მხრივ იწვევენ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის პროცესის ეფექტურ სვლას

ყველა იდეა, რომელიც ასახულია ი კოლიაგინის გამოკვლევაში მჭიდროდ უკავშირდება ამოხსნის ძიების ზოგადი ხერხების სწავლების პრობლემას და რა თქმა უნდა შეიძლება გამოყენებული იქნას მასწავლებლის მიერ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნისათვის საჭირო საქმიანობის ორგანიზებისათვის

რიგი ნაშრომებისა მხოლოდ ირიბად ეხება ზოგიერთი სახის არასტანდარტული ამოცანების გამოყენების საკითხებს და მათი ამოხსნის სწავლების მეთოდიკას განსხვავებულია ავტორთა მოსაზრებები განსახილველი პრობლემის ზოგიერთ ასპექტთან დაკავშირებით კერძოდ, როდის და სად უნდა ამოხსნან არასტანდარტული ამოცანები არსებული მიდგომების ანალიზმა აჩვენა რომ ძირითადად ამ საკითხისადმი დამოკიდებულების სამი ტენდეცია გამოიკვეთა

1 არასტანდარტული ამოცანები უნდა ამოიხსნას მხოლოდ კლასგარეშე მეცადინეობებზე (ა სოკოლოვა მ ივლევი და სხვები)

2 არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ზოგიერთი ხერხი და მეთოდი უნდა ისწავლებოდეს გაკვეთილებზე (ი კოლიაგინი ვ ოგანესიანი და სხვები)

3 არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნა აუცილებელია სისტემატურად გაკვეთილებზე ყველა მოსწავლესთან ერთად (ა სტოლიარი ა ოკუნევი ვ ქელბაქიანი თ მორალიშვილი და სხვები)

ა სოკოლოვა [46] თვლის, რომ პროგრამული მასალის შესწავლით და მათემატიკის სახელმძღვანელოებიდან ამოცანებისა და სავარჯიშოების ამოხსნით სასწავლო დროის გადახარჯვის გამო არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნა უნდა მოხდეს საწრეო და ინდივიდიალურ მეცადინეობებზე ამავე დროს იგი აღნიშნავს რომ მასწავლებლისათვის სასურველია იქონიოს არასტანდარტული ამოცანების ნაკრები კლასების მიხედვით

რომლებიც უპასუხებდა სწავლებისა და აღზრდის კონკრეტულ მიზნებს თანაც ეს ამოცანები გამოყენებული უნდა იქნეს თემის შესწავლის დასაწყისში მოსწავლეთა დამოუკიდებლი მუშაობის ორგანიზაციისათვის ამა თუ იმ მათემატიკური ფაქტის დასადგენად, აგრეთვე ზოგიერთი აუცილებელი უნარ-ჩვევის გამომუშავების კონტროლისა და თვითკონტროლის მიზნით

ბ ივლევი [54, გვ 124-135] არასტანდარტული ამოცანების გაკვეთილებზე ამოხსნის შეუძლებლობას ხსნის არამარტო სასწავლო დროის უკმარისობით არამედ აუცილებელი ლიტერატურის უქონლობით (უფრო ზუსტად საჭირო რაოდენობის ლიტერატურისა რომელიც გამოდის ძალიან მცირე ტირაჟით და ამიტომ არ არის ყველა მასწავლებლის ამ ლიტერატურით უზრუნველყოფის საშუალება) და იმითაც რომ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნა სირთულეებს იწვევს თვით მასწავლებლებს შორის

ი კოლიაგინი, ვ ოგანესიანი თვლიან, რომ „ზოგიერთი მეთოდისა და ხერხის სწავლება შეიძლება (და სასარგებლოცაა) გაკვეთილზე [4 გვ 28] მიუხედავად იმისა რომ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნა კლასგარეშე მეცადინეობების ფუნქციად რჩება

ა ოკუნევი აღნიშნავს, რომ „მოსწავლეებში სასწავლო მუშაობის საკუთარი სტილის, თვითგანათლებისათვის მუშაობის ორგანიზების უნარ-ჩვევების ჩამოყალიბებისათვის აუცილებელია გაკვეთილებზე სისტემატიური მუშაობა ამოხსნის ძიების ხერხების მათთვის სწავლებისათვის' [55, გვ 15] მისი აზრით მეტწილად დასახული მიზნის მიღწევას ხელს უწყობს შემოქმედებითი ხასიათის ამოცანები იგულისხმება ისეთი ამოცანები, რომელთათვის არ არსებობს ამოხსნის გარკვეული საყოველთაოდ ცნობილი ალგორითმები

ჩვენ ვიზიარებთ მესამე შეხედულებას და ვთვლით რომ სისტემატური მუშაობის გარეშე შეუძლებელია გაკვეთილებზე ამოცანათა ამოხსნის სწავლება მოსწავლეთათვის და საერთოდ მაღალი შედეგების მიღწევა მათემატიკის სწავლების საქმეში თანაც რეკომენდაციას ვუწევთ გაკვეთილებზე არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნას ყველა მოსწავლესთან ერთად, არასტანდარტული ამოცანების შინაარსის პროგრამულ მასალასთან დაკავშირებას, რადგან ამ გზით ისინი სწრაფად დაიყვანება სტანდარტულ ამოცანებამდე რომელთა ამოხსნის ალგორითმის დამუშავება სწავლების მოცემულ ეტაპზე მიმდინარეობს ფორმის შინაარსის და საკითხის დასმის მიხედვით ეს

ამოცანები შეიძლება იყოს ნაირგვარი ზოგი შინაარსობრივად უჩვეულოდ გამოიყურება და ამიტომ თავიდან სრულიად გაუგებარია როგორ უნდა ამოხსნას ისინი მეორენი, თითქოს ფორმით ჩვეულებრივ ამოცანებს გვანან მაგრამ ჩვეულებრივი ხერხებით ისინი არ ამოიხსნება მათ ამოხსნაში მონაწილეობის მიღება შეუძლია ყველა მოსწავლეს საწყის მომენტში სასურველია ეს მონაწილეობა დიფერენცირებული იყოს რადგან არასტანდარტული ამოცანის სტანდარტულამდე დაყვანისათვის საჭიროა საზრიანობა ადრე შეძენილი მათემატიკური ცოდნის თავისუფალი ფლობა და საკმაოდ განვითარებული ლოგიკური აზროვნება რაც ბევრ მოსწავლეს არ ახასიათებს ამგვარად, მოსწავლეთა მიერ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხების დაუფლება საჭირო პროგრამული მასალის ათვისებისა და მისი მეხსიერებაში განმტკიცების თანადროულად მიმდინარეობს ეს ხელს შეუწყობს სწავლების როგორც განმავითარებელი ისე სასწავლო მიზნების ერთდროულად რეალიზებას კომბინატორული ლოგიკური და სხვა ხასიათის არასტანდარტული ამოცანები რომლებიც არ არის შეტანილი სასწავლო პროგრამაში, ცხადია უნდა ამოიხსნას კლასგარეშე და ფაკულტატურ მეცადინეობებზე

§2 ევრისტიკული ხერხების შესწავლის ანალიზი ფსიქოლოგიურ ლიტერატურაში

რევოლუციამდელ პერიოდსა და რევოლუციის შემდგომ პირველ წლებში საკმარისად დიდი რაოდენობის გამოკვლევები მიეძღვნა შემოქმედებითი აზროვნების ანალიზს რომელთა დაწვრილებითი მიმოხილვა მოცემული აქვს ი პონომარიოვს [56] მათი სპეციალური განხილვის გარეშე აღვნიშნავთ დამახასიათებელ ინტერესს იმ პრობლემისადმი როგორიცაა მთლიანობაში შემოქმედებითი ინტუიციის ბუნება და შემოქმედებითი პროცესის ეტაპები შემოქმედებითი პროცესის შედარებით კონკრეტული ექსპერიმენტული შესწავლა მე-20 საუკუნის ორმოცდაათიანი წლებიდან ს რუბინშტეინის, ა ლეონტიევისა და მათი თანამშრომლების შრომებით დაიწყო

ძველი თაობის ერთ-ერთი წამყვანი ფსიქოლოგი ს რუბინშტეინი [57] თავის მოსწავლეებთან ეროად აქტიურად იკვლევდა და სწავლობდა აზროვნების პროცესს ამ მიმართულების შრომებში გამოიკვეთა ხერხები, რომლებიც ამოცანათა პროდუქტული ამოხსნის მსვლელობაში ხორციელდება

პირველ ეტაპზე ხდება პრობლემური სიტუაციის ანალიზი გამოიყოფა მოცემულობა და საძიებელი მეორე ეტაპზე ხორციელდება მოცემულობის განთავისუფლება არაძირითადი (მეორეხარისხოვანი) გარემოებებისაგან (მაგალითად ნახაზზე გამოსახვის გზით) და საკუთრივ ამოცანის ჩამოყალიბება (პრობლემური სიტუაციისაგან განსხვავებით რომელშიაც მხოლოდ პირობები და მოთხოვნა გამოიყოფა) მესამე ეტაპზე ხდება ამოცანის ამოხსნის ძიება პირობების მოთხოვნებთან თანმიმდევრული შეპირისპირების (ანალიზის, სინთეზის მეშვეობით) და ამოცანის ობიექტთა ახალი თვისებების გამოვლენის გზით, რაც მისი პარადიგმით ანუ ახლადფორმულირებით გამოიხატება ობიექტი ახალ-ახალი მხარეებით წარმოჩნდება და ახალ კავშირებში ერთვება

ზემოხსენებულ აღწერაში ადვილი შესამჩნევია ისეთი ევრისტიკული ხერხები როგორიცაა განზოგადება (ანუ მოცემულობის განთავისუფლება არაძირითადი გარემოებებისაგან) მოდელირება, შუალედური ამოცანების დასმა, მათი სხვადასხვა მხარეებიდან განხილვა, პირობების მოცემულობებთან თანაფარდობა, სტრუქტურაში ჩართვა და სხვ

მოგვიანებით ს რუბინშტეინის მოწაფეები სხვა ხერხებსაც მიუთითებენ მაგალითად კ სლავსკაია [58] მიუთითებს ამოცანის პირობისა და მოთხოვნის მიმართებათა ერთიან სისტემაში დაყვანის თაობაზე ამოცანის ამოსახსნელად იგი დიდ მნიშვნელობას ანიჭებს ქვეამოცანების გამოყოფას, ახალი მონაცემების შემოტანით პირობების და მოთხოვნების გარდაქმნას, პირობების ახლადფორმულირებას (პარადიგმას) მონაცემებისა და მოთხოვნების ადვილად გასააზრებლად

ა მატიუშკინი [33] განასხვავებს ამოცანასა და პრობლემური სიტუაციას როგორც სუბიექტურ ეკვივალენტებს, რომელიც სუბიექტის შეგნებაში მის ამოსახსნელად მიღებაში პრობლემისა და მოტივაციის წარმოქმნაში მდგომარეობს იგი გვთავაზობს ამოცანაში არსებული უცნობი სიდიდეების კლასიფიკაციას საქმიანობის კომპონენტების (პროდუქტი, საგანი, ოპერაციები) მიხედვით უცნობის ძიების პროცესის აღწერა უმთავრესად გულისხმობს ამოხსნის ეტაპების (რეპროდუქციული ამოხსნის მცდელობები, ახალი ხერხების ძიებაზე გადასვლა შემოთავაზებული ხერხების რეალიზება და შემოწმება) განხილვას ამოცანის ამოხსნის ძიების ხერხის ახალ სახედ მიეთითება სხვა ,სფეროებში' გადასვლაც ამოცანის, როგორც მათემატიკურ ობიექტთა ერთიანი ჯგუფის (ოჯახის) წევრთა ამოხსნის ძიების პროცესში ჩართვა მათ შორის

არსებული შორეული კავშირების დამყარება ერთი და იგივე ობიექტის სხვადასხვა ტოლფასი ფორმით წარმოდგენა და სხვ

ლ ანციფეროვა [59] ამოხსნის ძიების პროცესს აღწერს როგორც პირველსაწყისი უხეში ანალიზისა და სინთეზის ფაზის ჩართვას შემდგომში ანალიზი და სინთეზი უფრო და უფრო ფაქიზი და ღრმა ხდება

ვ პუშკინი [60], ისე როგორც კ სლავსკაია, ამოცანის ამოხსნის მნიშვნელოვან კომპონენტად თვლის პირობის ერთიან მთლიანად (სიტუაციის ანალიზის შემდეგ) ორგანიზებას

ზ კალმიკოვა [61] დიდ მნიშვნელობას კონკრეტიზების აბსტრაქტულობის დონის ამაღლების, პირობის ვარირების, ანალოგიის, ახლადფორმულირების და სხვა ხერხებს ანიჭებს

ა ესაულოვი [62] საუბრობს ამოცანის მრავალჯერადი აღმავალი ხაზით პარადიგმის (ამოცანის განზოგადების საფუძველზე) და დამავალი ხაზით (მისი კონკრეტიზების) ამოხსნის შესახებ

შემოქმედებითი აზროვნების პროცესის მკვლევარი ცნობილი ფსიქოლოგები ი პონომარიოვი და ო ტიხომიროვი ასევე მიუთითებენ ამოცანის ამოხსნის ძიების განსაზღვრულ ევრისტიკულ ხერხებზე ან უკიდურეს შემთხვევაში აღწერენ შემოქმედებითი ძიების პროცესის ისეთ კომპონენტებს რომლებიც შესაძლოა ევრისტიკული ხერხების როლში წარმოდგნენ

ი პონომარიოვის მიხედვით სააზროვნო პროცესი 6 დონეზე ხორციელდება პირველ დონეზე აზროვნება საგნების მანიპულირებით მიმდინარეობს და ამოხსნები გაუცნობიერებლად მიიღწევა მეორე დონეზე ასევე ადგილი აქვს საგნებთან ურთიერთქმედებას მაგრამ უკვე მეტყველების მონაწილეობით მესამე დონეზე აზროვნება უკვე ობიექტთა სახეების თვალსაზრისიდან გამომდინარე ხორციელდება მეტყველების მცირე მონაწილეობით, ხოლო მეოთხე დონეზე იგი უფრო მნიშვნელოვან ადგილს იკავებს მეხუთე და მეექვსე დონეებზე აზროვნება სრულიად შეგნებული აქტი ხდება

ი პონომარიოვი სააზროვნო ამოცანის ამოხსნისას შემოქმედებითი ძიების პროცესს ოთხი ფაზის მეშვეობით აღწერს

პირველ ფაზაში წარმოებს ამოცანის სტრუქტურის შეგნებული ანალიზი (სინჯვებისა და შეცდომების გარეშე), აიგება ამოხსნის გეგმა და ხდება მისი რეალიზება

აქვე ხორციელდება წარსულში მიღებული გამოცდილების გამოყენება ვარაუდების მიხვედრების წამოყენება და მათი შეფასება ამ ფაზაში სააზროვნო საქმიანობის მეხუთე და მეექვსე დონეები დომინირებენ

მეორე ფაზა-სრულიად შეუცნობელი სამუშაოა ამ ფაზაში დომინირებს აზროვნების პირველი დონე ე ი საგნებით მანიპულირება ვერბალიზებისა და გაცნობიერების გარეშე, შემდეგ შეიძლება ჩაერთოს მერე დონე - საგნებთან ურთიერთქმედება მეტყველების მონაწილეობით

მესამე ფაზაში ადგილი აქვს ნაწილობრივ შეუცნობ სამუშაოს აქ აზროვნების მესამე დონე ჭარბობს (ობიექტების სახეებთან მანიპულირება მეტყველების მცირე მონაწილეობით ძიება ხორციელდება სინჯვებისა შეცდომების მეშვეობით)

ამოხსნის მეოთხე ფაზა ისევ ცნობიერ მეხუთე და მეექვსე დონეებზე მიმდინარეობს

ამოხსნის პროცესი ყოველთვის მითითებული ოთხი ფაზისაგან არ შედგება ი პონომარიოვი გამოყოფს ამოცანების ორ სახეს პირველი სახის ამოცანები ამოიხსნება ცნობიერ დონეებზე და ამოხსნის ორ ფაზას მოიცავს - პირველს და ბოლოს ასეთი სახის ამოცანები არ არიან საკუთრივ საძიებო ხასიათის მეორე სახის ამოცანები ამოიხსნებიან ქვეცნობიერი პროცესების მონაწილეობით ე ი მათი ამოხსნა ოთხივე ფაზას ირთავს ასეთი სახის ამოცანები აღინიშნებიან როგორც ჭეშმარიტად შემოქმედებითი და მათი ამოხსნა მიიღწევა ობიექტთა შესახებ დამატებითი ცოდნის მეშვეობით, რომელიც შემდგომში უნდა გაცნობიერდეს და ვერბალურ-ლოგიკურად გაფორმდეს ყველაფერი ეს შემდეგ უნდა შემოწმდეს ამას ხელს უწყობს რიგი ფაქტორებისა შედარებით ფართო ამოცანის კონტექსტში საქმიანობის ჩართვა რომელშიაც წინა მოქმედების შედეგი უკვე უნდა გამოდიოდეს როგორც ოპერაცია თეორიული ამოცანის დასმა ე ი ისეთის სადაც მიზანი არა პრაქტიკული შედეგის მიღწევაში მდგომარეობს არამედ ხერხის გამოვლენაში რომლითაც ასეთი შედეგი უკვე მიღებულია' [63 გვ 261]

სამწუხაროდ, ყველა ჩამოთვლილი ფაქტორი დაკავშირებულია მისახვედრი ამოცანის არსებობასთან, რომელშიაც აშკარად წარმოიქმნება ‚გვერდითი' ცოდნა იმ ობიექტების შესახებ, რომლებსაც ამოსავალი ამოცანის ამოხსნამდე მივყავართ მაგრამ ამოხსნის პროცესის საწარმოებლად საჭირო ევრისტიკების მოპოვების საქმეში სრული თავისუფლების მიუხედავად მიზნის მიმართულების მისახვედრი ამოცანა მაინც უცნობია ამიტომ, მხოლოდ ამოსავალი ამოცანის არსებობის პირობებში ამომხსნელისათვის ძნელი გადასაწყვეტია რომელ ამოცანაზე გადაერთოს და მეორე, თუ

ეს მოახერხა, განახორციელოს ამოხსნის მისაღებად საჭირო ცოდნის აღმოცენებია ხელშემწყობი ფაქტორების გაცნობიერების აქტუალიზება სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ უნდა ვიცოდეთ, რომელი ამოცანაა ამოსავალი (მასტიმულირებელი ამოცანის მისახვედრებელი წარმომშობი) რომელშიაც შეიძლება წარმოიქმნას საჭირო გვერდითი პროდუქტი ეს იცის მხოლოდ მასწავლებელმა მას შეუძლია გამოიყენოს მისახვედრებელი ამოცანა და ფაქტები, რომლებიც ხელს უწყობენ საჭირო ცოდნის გამოვლენასა და გაცნობიერებას პრობლემური სწავლების დროს მაგრამ თვით ამომხსნელს ამის გაკეთება არ შეუძლია მას შეუძლია ანალოგიური მსგავსი ამოცანების ამოხსნის მცდელობა იმ იმედით, რომ რომელიმე მათგანი აღმოჩნდება წარმომშობი (მისახვედრი) და თითოეული ასეთი ამოხსნის ცდის შემდეგ გაცნობიერების ფაქტორების რეალიზებას მოსინჯავს ასეთი ევრისტიკის დაბალი ეფექტურობა წინასწარვე ნათელია

გარკვეულწილად მნიშვნელოვნად შეიძლება ჩაითვალოს ამოხსნის ერთი ხერხი რაც შემოთავაზებული ჰიპოთეზების და განსახორციელებელი სინჯვების ახსნაში მდგომარეობს იგი გასინჯული ჰიპოთეზების უვარგისობასა და მარცხის მიზეზების ანალიზის ცნობილი ხერხის ანალოგიურია

ჩვენი შეხედულებით, ი პონომარიოვი ამოცანის ამოხსნის ძიების აღწერიას აქცენტს ინტუიციაზე, ძიების გაუცნობიერებელ პროცესზე აკეთებს საუბარი კი მის კონკრეტულ შინაარსზე აჯობებდა ეს შინაარსი ამოცანის ობიექტთა ახალი თვისებების ძიებაში მდგომარეობს რომლებიც ობიექტებთან ურთიერთქმედებისას ხშირად გაუცნობიერებლად გამოვლინდებიან და ამიტომ მათი გაცნობიერების დამატებითი ამოცანაც წარმოიშობა მაგრამ ობიექტის ახალი თვისებების გაუცნობიერებელი ხასიათი სავალდებულო არ არის მთავარია ის რომ ობიექტთან ურთიერთქმედებებით ამოხსნისათვის საჭირო ახალი თვისებები, ყოველთვის შეიძლება არ წარმოიქმნან (ქვეცნობიერად ან ცნობიერად) ასეთი წარმონაქმნები ყოველთვის ჰიპოთეზების მეშვეობით არ გამოვლინდება მათი წარმოშობა შეიძლება შემთხვევით ხასიათსაც ატარებდეს

ზემოაღნიშნულიდან გამომდინარე ამოხსნის პირველი ფაზა განსხვავდება მეორე და მესამე ფაზებისაგან არა მარტო იმით, რომ ბოლო ფაზებზე ქვეცნობიერი მუშაობა დომინირებს, არამედ იმით, რომ მათი საშუალებით ხდება ამოხსნის ძიება პირველ ფაზაზე ხორციელდება პირობის ანალიზი და რეპროდუქციული ამოხსნის მცდელობა ბოლო ფაზაა ნაპოვნი ამოხსნის შემოწმება ყველა ფაზაზე არსებობს ქვეცნობიერი და

გაუცნობიერებელი სამუშაო და ინტუიციის დომინირება-ვარაუდი, რომელიც სპეციალურ დამტკიცებას მოითხოვს შეიძლება ვივარაუდოთ რომ ინტუიციური ამოხსნა ჯერ კიდევ პირველ ფაზაზე მიიღწევა და მისი აქტუალიზება ამოხსნის მხოლოდ მომდევნო ფაზებზე ხდება მითითებული ჰიპოთეზებიდან ნებისმიერი მოითხოვს სპეციალურ შემოწმებას

ი ტიხომიროვი [64], ანვითარებს რა ა ლეონტიევის შემოქმედებით მიდგომას აზროვნების შესასწავლად, შემოქმედებითი ამოცანების ამოხსნის პროცესში გამოყოფს ორ საწყის ფაზას ამოხსნის პოვნის ფაზას და მისი შემოწმების ფაზას პირველი ფაზა აერთიანებს სიტუაციის საწყის გამოკვლევას, ე ი ელემენტთა შემადგენლობის გაცნობას ელემენტთა დადგენას ელემენტებს შორის ფაქტიური ურთიერთკავშირების დადგენას საწყის სიტუაციაში, შემეცნებითი მოთხოვნილებების კონფლიქტის წარმოქმნის ანალიზს შემდეგ მოდის ამოხსნის ცდები ეტაპების მიხედვით 1) ცდის მომზადება (აზრის მომზადება ცდის შესახებ, სიტუაციის კონკრეტული ელემენტების მიხედვით არავერბალური აზრების შექმნა), 2) ცდის გათამაშება 3) მიზნის მიუღწევლობის შემთხვევაში სიტუაციის გადამოწმება 4) ახალი ცდები იმავე შემადგენლობაში

აქ როგორც ირკვევა, საძიებო ამოცანის ამოხსნის პროცესში გამოიყოფა ისეთი აქტები, როგორიცაა პირობისა და კონფლიქტის ანალიზი, ჰიპოთეზების წამოყენება შუალედური სიტუაციური მიზნების დასმა ძიების არის შევიწროვება

აზროვნების ევრისტიკულ მეთოდებს სპეციალურად სწავლობდა ი კულიუტკინი [65] მან შემოქმედებითი ამოცანების ამოხსნის შემდეგი ეტაპები გამოყო

1 მონაცემების პირობებისა და მათი თანაფარდობების ანალიზი ზოგადი იდეის გამოჩენა ოპერაციების შეპირისპირება მოთხოვნებთან

2 ზოგადი იდეის (ჰიპოთეზის) სპეციალიზება და კონკრეტიზება ოპერაციების შეპირისპირება ზოგად იდეასთან (და არა მოთხოვნებთან, როგორც ეს პირველ ეტაპზე იყო)

3 საბოლოო შედეგის პოვნა (შეპირისპირებული ისევ მოთხოვნებთან)

ამგვარად, საძიებო ამოცანის ამოხსნის ყოველ ეტაპს აქვს ჰიპოთეზებისა და მათი ვერიფიკაციის (შეჯერების) აგების თავისი ფაზა ამოხსნის პროცესის ზოგადი შინაარსი მდგომარეობს შემზღუდავი პირობებისადმი დროებით უარის თქმაში

ამასთან პირველი ეტაპი კოორდინაციის სხვადასხვა დონეებზე შეიძლება განხორციელდეს 1) ბინარული შეპირისპირების დონე 2) ცალკეული ჯგუფების თანაფარდობის დონე 3) ჯგუფების მთლიან (ერთიან) ანსამბლებად გაერთიანების დონე კოორდინაციის დონეები განისაზღვრებიან განვითარებისა და წარმოშობის დონეებით

გარდა ამისა, ი კულიუტკინს შემოაქვს ევრისტიკული ძიების რგოლების ცნება [65 გვ 140] იგი გამოყოფს სამ რგოლს

1 მიმართებათა დროებითი რედუქცია;

2 დამხმარე მიმართებათა პოვნა;

ა) ინვარიანტთა პროდუცირება

ბ) ინვარიანტთა გამოცალკავება

3 გადაკვეთა

თუ პირველი ორი რგოლი ქმნის შემზღუდველი პირობებისაგან უარის თქმის შინაარსს მაშინ მესამე რგოლი ქმნის შეზღუდვის ზრდას უნდა ვთქვათ რომ არც თუ ისე ცხადია, რგოლები როგორ ეფარდებიან ეტაპებს როგორც ჩანს ყველაფერ ამას პირველ სამ ეტაპზე აქვს ადგილი

ი კულიუტკინის მიხედვით, ამოცანათა ამოხსნის პროცესის პირველ ეტაპზე მიმართებათა და ელემენტთა რეგულიაციის შემადგენლობაში გამოიყენება ორი ჯგუფის ევრისტიკები 1) მიმართებათა რეპროდუქციები მათი ელემენტების და მათი თვისებების დაცვით (გამარტივების ევრისტიკები); 2) ელემენტებისა და მათი თვისებების რეპროდუქციები მიმართებათა დაცვით (ანალოგიის ევრისტიკები) მითითებულ გარდაქმნებს ექვემდებარებიან როგორც ამოცანის პირობები ასევე მოთხოვნებიც ზემოთ აღნიშნული ორი სახის ევრისტიკებიდან თითოეული ხორციელდება ორი სახის სისტემებთან მიმართებით ა) ერთდროული ურთიერთქმედებების სისტემებთან, ბ) თანმიმდევრული ურთირთქმედებებისა და გარდაქმნების სისტემებთან

აქედან გამოიყოფა ევრისტიკათა შემდეგი ტიპები

1 ერთდროული ურთიერთქმედებების სისტემების გამარტივების ევრისტიკები („დივერგენტული ევრისტიკები) ისინი მოიცავენ პრობლემის სპეციალიზაციას უკიდურესი შემთხვევების მოძებნას, დამტკიცებას საწინააღმდეგოს დაშვებით [65 გვ 150]

2 თანამიმდევრული ურთიერთქმედებების სისტემების გამარტივების ევრისტიკები (,კონვერგენტული ევრისტიკები') მოიცავენ აგრეთვე უკიდურესი შემთხვევების მოძებნის ევრისტიკას [65 გვ 151], მაგრამ ბოლოდან თავისკენ მიმართულებით

შუალედურს, დივერგენტულ და კონვერგენტულ ევრისტიკებს შორის წარმოადგენს მდგენელების ბლოკირების (ჩამოშორების) ევრისტიკები [65 გვ 152]

3 ერთდროული და თანმიმდევრული ურთიერთქმედებების სისტემების ანალოგიის ევრისტიკები ისინი მოიცავენ მოდელირებას და გადატანას მონაცემებთან მსგავსებით

4 თანმიმდევრული გარდაქმნების სისტემების ანალოგიის ევრისტიკები არ გაიხსნებიან

ოთხივე სახის ევრისტიკები და მათი ტიპები ერთ ამოცანაში შეიძლება იყოს შეხამებული განვიხილოთ ი კულიუტკინის მიერ შემოთავაზებული ევრისტიკული ხერხები

მიმართებათა და ელემენტთა დროებითი რედუქცია ხორციელდება სპეციალიზაციის, ბოლოდან თავისაკენ და თავიდან ბოლოსაკენ მოძრაობის ,დამტკიცება საწინააღმდეგოს დაშვებით', „მდგენელების ბლოკირების" ანალოგიის ხერხების გამოყენებით პრობლემის სპეციალიზაციის ხერხები, მოძრაობა ბოლოდან თავისაკენ-ცნობილი ევრისტიკული ხერხებია დამტკიცება საწინააღმდეგოს დაშვებით ასევე ცნობილია მაგრამ ჩვენი თვალსაზრისით, ეს ხერხი ისე როგორც იგივური ფორმულირებების პროდუცირების ხერხი, მთლიანობაში წარმოადგენს არა გამარტივების ხერხს, ,ამოცანის მოთხოვნის რედუქციას [65 გვ 151] არამედ იგი უფრო ამოცანის პერესტრუქტურირების ხერხს წარმოადგენს

ჩვენი შეხედულებით, ი კულიუტკინი არც თუ ისე მკაფიოდ წარმოადგენს ანალოგიას როცა იგი მას განსაზღვრავს როგორც ელემენტთა რედუქციას მიმართებათა შეკუმშვისას ის თვლის, რომ ანალოგია საფუძვლად უძევს მოდელირებასა და მსგავსების მიხედვით გადატანას (მხოლოდ მიმართებათა რედუქციას) ჩვენ ვთვლით რომ ანალოგიის ხერხის ტრადიციული აღწერა უფრო მკაფიო და სრულია როგორც ცნობილია ტრადიციულად ითვლება რომ ანალოგია არის ობიექტთა ნებისმიერი ნაწილობრივი მსგავსება ამასთან ეს მარტო დამოკიდებულების მიხედვით მსგავსება არაა განსხვავებული ელემენტების შემთხვევაში, არამედ ასევე ელემენტების" მიხედვითაც მსგავსებაა სხვადასხვა დამოკიდებულებების შემთხვევაშიც ანალოგიის მიხედვით გაკეთებული დასკვნა-ეს

რაიმე განსაზღვრული მახასიათებლების მიხედვით გამოთქმული ვარაუდია ობიექტთა მსგავსების შესახებ როგორც ელემენტების, ისე მიმართებების რედუქცია შეიძლება საფუძვლად დაედოს ანალოგიას შევიდეს მის შემადგენლობაში ან წინ უსწრებდეს მას მაგრამ მარტო იმ შემთხვევაში როცა ანალოგია არის მსგავსების მიხედვით გადატან› ცნობილიდან უცნობისაკენ ციტატა, რომელიც ი კულიუტკინს მოყავს [65 გვ 151] ლაპარაკობს ანალოგიის შესახებ სახელდობრ როგორც ნებისმიერ კერძო ეკვივალენტურობაზე, და არა მხოლოდ მიმართებების შესახებ

მოდელირება დაფუძნებულია ანალოგიაზე როგორც ნებისმიერი მახასიათებლების მსგავსებაზე და ასევე დაკავშირებულია თვისებებისა და გამარტივების რეპროდუქციასთან ამასთან უნდა განვასხვავოთ ამოცანის ამოსახსნელად მოცემულობების (ობიექტების) მოდელირება (ანალოგია გამარტივება) და ამოცანის მოთხოვნის გამარტივება, მიზეზების განზოგადება

დამხმარე მიმართებების (დამოკიდებულებების) პოვნისა და ჩამოთვლის პროცედურა სხვა არაფერია თუ არა დამატებითი გარდაქმნების ცნობილი ევრისტიკები

ბოლოს ამოცანის ამოხსნის მთლიანი მსვლელობა წარმოდგენილია როგორც ზოგადისკენ მოძრაობა და მისგან-კერძოსაკენ რაც ასევე ცნობილ ევრისტიკას წარმოდგენს

მთლიანობაში ევრისტიკების სრული ნაკრები, რომელსაც ი კულიუტკინი გვთავაზობს, საკმაოდ შემოსაზღვრულია მთელი რიგი ცნობილი ევრისტიკული ხერხების განუხილველობა დაუსაბუთებელია ევრისტიკული ხერხების გამოყენების თვალსაზრისიდან გამომდინარე, არასაკმარისად სრულად არის აღწერილი ზოგადი ამოცანის სპეციფიკაციისა და კონკრეტიზაციის ოპერაციები საბოლოო შედეგის პოვნის იდეები

ამოცანათა ამოხსნის ევრისტიკული პროცესების ვრცელი შესწავლა წარმოდგენილია ლ გუროვას [25] შრომებში მრავალი მკვლევარის კვალდაკვალ იგი მიუთითებს რომ ნებისმიერი ამოცანის ამოხსნის პროცესში მონაწილეობას ღებულობენ ფორმალური (რეპროდუქციული) და არაფორმალური (ევრისტიკული სემანტიკური, ინტუიციური, შემოქმედებითი) პროცესები

ფორმალური და არაფორმალური ოპერაციების განსხვავება სამი ტიპის - გეომეტრიულ ვერბალურ და ფიზიკურ ამოცანებზე განიმარტება გეომეტრიულ

ამოცანებში ფორმალური ოპერაციები გრაფიკულ (სიმბოლიკურ) გამოსახულებებზე (ნახაზებზე) განსაზღვრული წესებით განხორციელებული ოპერაციებია არაფორმალური ოპერაციები - ეს არის ამოცანის ობიექტების შინაარსიან წარმოდგენებზე სივრცეში შესრულებული ოპერაციები [25 გვ 8]

ვერბალურ ამოცანებში ფორმალური ოპერაციები ხორციელდება პრობლემურ სიტუაციაში ცნების ნიშანთვისებების ცალკეულ ურთიერთკავშირებზე ხოლო არაფორმალური ოპერაციები ,მუშაობენ სიტყვიერი ცნებების მთლიან განზოგადებულ არეებთან [25 გვ 310]

ფიზიკურ ამოცანებში ფორმალურ ოპერაციებს მიეკუთვნება ოპერაციები მათემატიკური მოდელებით, ხოლო არაფორმალურს - ოპერაციები საგნობრივ-ხატოვანი და ხატოვან-სიმბოლიკური სიტუაციების მოდელებით (ზე)

პროდუქციულ ამოცანებში ე ი ამოცანებში ობიექტური და, შესაბამისად სუბიექტური განუსაზღვრელობით (ან მხოლოდ სუბიექტური განუსაზღვრელობით) ამოხსნის ხერხის მიმართებით მნიშვნელოვანი როლი ევრისტიკულ ოპერაციებს ეკუთვნის

არაფორმალური პროცესების ძირითად ნიშანთვისებას წარმოადგენს ჰიპოთეზების ძიება და წამოყენება თავიდან ხდება ზოგადი ჰიპოთეზების (მაკროჰიპოთეზების) ხოლო შემდეგ კერძო (მიკროჰიპოთეზების) ჰიპოთეზების წამოყენება ძიების შიგნით შერჩეულ არეში ყველაფერი ეს დაახლოებით, შემდეგნაირად ხდება გამოიოქმება რამდენიმე მაკროჰიპოთეზა თითოეული შემთხვევითი წესით აპრობირდება ორი-სამი „წერტილით (მიკროჰიპოთეზებით) ამ გასინჯვის საფუძველზე დეტალური შესწავლისათვის შეირჩევა ერთი-ორი ჰიპოთეზა და ხორციელდება მიკროჰიპოთეზების გადარჩევა არჩეული მაკროჰიპოთეზების შიგნით [25 გვ 167] ამგვარად ლ გუროვა სამართლიანად უშვებს, რომ ამოხსნის პროცესში ადგილი აქვს აზრის შემთხვევით სვლებს ალალბედზე მოქმედებებს [25 გვ 307] მაგრამ, ამასთანავე შენიშნავს რომ საეჭვოა მისი გაიგივება ,მანქანური' ამოხსნის ძიების სტატისტიკურ მექანიზმთან მას მხოლოდ ამ პროცესის იმიტაცია შეუძლია ასეთი ქმედებები მიზნობრივად და ამოცანის პირობით არიან განპირობებულნი უფრო ზუსტად მასში „შეღწევის ხარისხით, შესაბამისი ინფორმაციისა და ადამიანის გამოცდილების გათვალისწინებით რომელიც დაკავშირებულია ამ ინფორმაციასთან (სიტუაციასთან) მათი მექანიზმი ლოგიკურ პროგნოზს არ ემთხვევა ასეთ მოქმედებებს ლ გუროვა ინტუიციურს

უწოდებს და მათ მონაწილეობას ამოცანების ამოხსნაში კანონზომიერად თვლის [25 გვ 307]

ყველაფერი ეს მართებული და საყოველთაოდ მიღებულია აზროვნების ფსიქოლოგიაში ასევე მნიშვნელოვანია ისიც, რომ ინტუიციური პროცესების გაუცნობიერებლობის ნიშანთვისება არ არის სავალდებულო აბსოლიტური [25 გვ 311]

ბოლოს ბუნებრივად ისმება კითხვა შემოქმედებითი აზროვნებისათვის დამახასიათებელ რომელ ოპერაციებს (რომლებიც შეიძლება მივაკუთვნოთ ევრისტიკულ ხერხებს) გამოიყოფს ლ გუროვა? ჩვენი თვალსაზრისით მათ მიეკუთვნება შემდეგი ოპერაციები

1 მოდელების საზღვრების გარეთ გამავალი შინაარსიანი საგნობრივი მოდელირება (მაგალითად, ობიექტთა სივრცითი წარმოდგენები) ფორმალურ-ლოგიკურად აღწერილი ცოდნის მოცემულ არეში (მაგალითად ნახაზების გამოსახვა) შინაარსიანი მოდელები ასრულებენ ,მოცემულობების ფიქსაციისა და მათი დაფარული თვისებების აღმომჩენის' ფუნქციებს [25 გვ 297] „ისინი გვეხმარებიან ობიექტებს შორის არსებულ ნატურალურ დამოკიდებულებათა გახსნაში, რომლებსაც საძიებლის გამოაშკარავებამდე მივყავართ' [25 გვ 298] ამის შემდეგ შესაძლებელია შინაარსობრივი ფორმალური მოდელის აგება რომელსაც თან ერთვის ფორმალურ-ლოგიკური ფორმით გამოხატული ცნობილი კანონზომიერებები

2 ზოგადი მაკროჰიპოთეზების წამოყენება და შემდგომი კერძო მიკროჰიპოთეზების ძიება ზოგადი ჰიპოთეზის შიგნით

3 ამოცანის ანალიზის და ჰიპოთეზების წამოყენების პარალელური განხორციელება

ჩამოთვლილი ხერხები ახალი არ არის, მაგრამ მოდელირების ხერხში ძალიან სასარგებლო განსხვავება შეიმჩნევა შინაარსობრივი და ფორმალური მოდელირებების ფუნქციური დატვირთვებიდან გამომდინარე მითითებულია აგრეთვე ის რომ მხოლოდ შინაარსობრივი მოდელირება ასრულებს, მრავალი მკვლევარის მიერ აღიარებულ მოცემულობათა ფიქსაციისა და დაფარული თვისებების აღმომჩენის ფუნქციას' რისთვისაც საჭიროა რეალურ ობიექტებთან ახლოს მდგომ მოდელებზე დაყრდნობა

რაც შეეხება ავტორის მიერ შემოთავაზებულ ევრისტიკული ოპერაციების ფორმირების გზებს, ჩვენი აზრით მთლიანობაში ისინი არ გადიან პრობლემური

სწავლების ფარგლებს გარეთ თუმცა ხშირად თავის თავში მოიცავენ მოდელირებაზე და ჰიპოთეზების წამოყენებაზე მოსწავლეთა ,დამიზნების ელემენტებს, მაგრამ მოსწავლეთათვის ასეთი სამუშაოს არასაკმარისი სიცხადით გახსნით და რეფლექსიით [25 გვ 274]

ამოცანათა ამოხსნის ხერხების სწავლების ცნობილმა სპეციალისტმა ლ ფრიდმანმა [66 67] განახორციელა ამოცანებისა და მათი ამოხსნის ხერხების სემანტიკური ანალიზი ლ ფრიდმანის თანახმად ამოცანის შემადგენლობაში შედის

1 სასაგნო არე ანუ საგნები რომლებზეც ამოცანაშია საუბარი

საგნები შეიძლება იყოს მუდმივები, კონკრეტულად განსაზღვრულნი (მაგალითად რიცხვები, მოქმედებები და სხვ) და ცვლადები მათ შეუძლიათ მიიღონ მნიშვნელობები (x, y და სხვ) სიმრავლიდან საგნები ასევე შეიძლება იყოს გარკვეული (მოცემული) და უცნობი გარკვეული საგნები ყოველთვის უცვლელია ხოლო გაურკვეველი (უცნობი) საგნები ყოველთვის ცვალებადია უცნობი საგნები შეიძლება იყოს ა) მთავარი (საძიებელი) და ბ) დამხმარე (ე ი ისინი უნდა ვიპოვოთ იმისათვის, რომ შემდეგ მათი საშუალებით მთავარი უცნობები ვიპოვოთ)

ამოცანის საგნები შეიძლება განუსაზღვრელნიც იყვნენ და საერთოდ მათი მოძებნა საჭიროც არ არის, მაგრამ ისინი საჭიროა ამოცანაში მოცემულობასა და საძიებელს შორის არსებული დამოკიდებულებების (მიმართებების) მოსაცემად

2 საგანთა შორის მიმართებები ამოცანის პირობაში საგანთა შორის მიმართებები შეიძლება იყოს გარკვეული (ცნობილი) და გაურკვეველი (ცვალებადი)

3 მოთხოვნები - საძიებელი უცნობების პოვნა ისინი შეიძლება იყოს არა საგნებიც მაგალითად დაამტკიცეთ , „ააგეთ", „წარმოადგინეთ და სხვა ოპერატორები (ამ შემთხვევაში მე-3 და მე-4 პუნქტები ერთმანეთს ემთხვევა)

4 ამოცანის ოპრეატორები - ამოცანის პირობებზე ისეთი მოქმედებები რომლებიც შესრულებას მოითხოვს (ისინი შეიძლება ცნობილიც იყოს და უცნობიც)

პირველი და მეორე პუნქტი ამოცანის პირობას განასახიერებს ამიტომ შეიძლება ჩაითვალოს რომ ამოცანა შედგება შემდეგი ელემენტებისაგან პირობა-მოთხოვნა-ოპერატორები

ლ ფრიდმანი ამოცანის ამოხსნის ეტაპებს შემდეგი მიმდევრობით წარმოადგენს 1) ამოცანის ანალიზი, 2) ამოხსნის გეგმის წარმოდგენა 3) წარმოდგენილი გეგმის განხორციელება 4) შესრულებული ამოხსნის ანალიზი

ამოხსნის აღნიშნული ეტაპების შინაარსში გულისხმობს შემდეგს

1 ამოცანის ანალიზი

1 1 სასაგნო არის და მისი ელემენტების დადგენა

ა) მუდმივი და ცვალებადი ელემენტებისა და ცვლილებების არეების გამოვლენა

ბ) ცნობილი და უცნობი ელემენტების გამოვლენა;

გ) საძიებლების, დამხმარე და განუსაზღვრელი ცვლადების დადგენა (ამ ეტაპზე ჩანს, თუ რა აკლია ამოცანის პირობის განაშალს)

1 2 ელემენტებს შორის დამოკიდებულებების (მიმართებების) დადგენა

1 3 მოთხოვნის დადგენა მისი დაზუსტება

1 4 ოპერატორის დადგენა მისი გაშლა (განფენა)

ყველაფერი ეს გამოცნობის გზით წარსულში შეძენილ გამოცდილებასთან თანაფარდობით კეთდება

2 ამოხსნის გეგმის წარმოდგენა

2 1 კონკრეტული ცოდნის ძიება გამოცნობა და გამოყენება მოცემული ტიპის ამოცანებთან შეფარდებით

2 2 ამოცანის დაყოფა ქვეამოცანებად (ამოცანის წარმოდგენა ქვეამოცანების ერთობლიობით) ამოცანის გარდაქმნა მოცემულობისა და საძიებლების დაახლოება ნაწილებად დაყოფა; ამოცანის ახლადფორმულირება სხვა უფრო ნაცნობი ფორმით (პირობის გარდაქმნა-პარადიგმა ცვლადების შეცვლა ზოგიერთი ობიექტის შეცვლა სხვა ობიექტით და სხვ)

ამგვარად ლ ფრიდმანის მიერ მოყვანილი ხერხების ანალიზიდან ნათლად ჩანს რომ მათ შორის ახალი ხერხები არ არის

საერთოდ ლ ფრიდმანი თვლის რომ პრინციპში სხვა ხერხები არც არსებობს გარდა აღნიშნული სამისა ამოცანის დაყოფა ქვეამოცანების ერთობლიობად ამოცანის გარდაქმნა, დამხმარე ელემენტების გამოყენება ზემოთ განხილული შრომების ფონზე აღნიშნული მტკიცება დამაჯერებლად არ გამოიყურება განსაკუთრებით საძიებო (შემოქმედებითი) ამოცანების ამოხსნის მიმართ

საძიებო (პროდუქტიული) ამოცანების ამოხსნის ხერხების გამოყოფა და ფორმირება „მცირე შემოქმედებითი ამოცანების" მასალაზე მოახდინა პ გალპერინმა და მისმა მოწაფეებმა შედარებით გაშლილი სახით ეს წარმოდგენილია ვ დანილოვასა და სხვების შრომებში, რომლებიც პ გალპერინის უშუალო ხელმძღვანელობით სრულდებოდა

ამოცანის ამოხსნის პროცესების კვლევაში ვ დანილოვას მიხედვით რადიკალურ შემობრუნებას ასრულებს მიხვედრების წინასწარი და სისტემური გამოკვლევები [32]

ვ დანილოვა გამოყოფს პრობლემური სიტუაციის ანალიზის შვიდ თანამომდევნო ნაწილს 1) იმის გარკვევა, რაც პირდაპირაა მითითებული ამოცანის პირობაში ამოსავალი სიტუაციის ამოხსნის პროცესის, საბოლოო შედეგის შესახებ 2) შესაძლო ვარაუდების წამოყენება რომლებიც არ ეწინააღმდეგებიან იმავე ობიექტების მახასიათებლების პირდაპირ მითითებებს და ამ ვარაუდების მთლიანი სიტუაციის შესახებ ერთიან ვარაუდში გაერთიანება 3) ამოცანის შესაძლო ამოხსნების შესახებ ჰიპოთეზების გამოთქმა და თითოეული მათგანის წინასწარი შეფასება; 4) ჰიპოთეზების რეალიზება და შემოწმება; 5) წარუმატებლობის შემთხვევაში იმის გარკვევა წამოყენებული ვარაუდებიდან რომელი მათგანის უარყოფა ხდება ამ წარუმატებლობით 6) წარუმატებელი ცდიდან პრობლემური სიტუაციის ნამდვილი თვისებების შესახებ დასკვნების გამოტანა 7) ყოველივე აღნიშნულის საფუძველზე ახალი ვარაუდების წამოყენება

როგორც ვხედავთ ვ დანილოვა ევრისტიკული ხერხების თავის სისტემაში შემდეგ პროცედურებს რთავს პირობების გაცნობიერება (მე-2 პუნქტი); დაპირისპირებული ჰიპოთეზების კრიტიკის აკრძალვა ჰიპოთეზების და საერთოდ ნებისმიერი ჰიპოთეზის განხილვის წინასწარი ანალიზი (მე-3 პუნქტი) წარუმატებელი ჰიპოთეზების ანალიზი (მე-5 პუნქტი) პრობლემური სიტუაციის ანალიზი (მე-6 პუნქტი) გარდა ამისა დაცულია ჰიპოთეზების გასინჯვისა და რეალიზების მკაცრი რიგი

ზ რეშეტოვასა და მისი თანამშრომლების [68 69] ნაშრომებში ამოცანათა ამოხსნის ევრისტიკული ხერხის სახით შემოთავაზებულია პირობების სისტემური ანალიზი მათ მიერ შემუშავებულია ანალიზის შემდეგი სქემა

1 ამოცანის პირობების შესახებ არსებული ცნობების შეგროვება ანალიზის ობიექტისა და მისი მთლიანი თვისებების და მახასიათებლების გამოყოფის მოქმედებათა შესრულება

2 ამოცანაში განსახილველი ობიექტის ქვესისტემების გამოყოფა შესაძლებლობის შემთხვევაში ამ მოქმედების მრავალჯერადი შესრულება ქვესისტემების თვისებრივი მდგომარეობის შეფასება

3 ქვესისტემების (ან ამოსავალი ობიექტის თუ იგი ქვესისტემებს არ შეიცავს) ელემენტებად დანაწევრება ამ მოქმედების განმეორებით შესრულება მანამ სანამ არ მივიღებთ მოცემული ამოცანის პირობებში განუყოფელ ელემენტებს

4 წინმსწრები ანალიზით გამოვლენილი კავშირების დიფერენცირება შინაგან და გარეგან კავშირებად

5 აგებულების დონეებისა და ობიექტის ანალიზის ასპექტების განსაზღვრა

6 ობექტთა ანალიზის ასპექტების იერარქიის დამყარების საფუძველზე ამოცანაში უცნობის მოძებნისათვის საჭირო მოძრაობების თანმიმდევრობის განსაზღვრა

7 ანალიზის თითოეული ასპექტის შესაბამისი დონისათვის კავშირების სახეთა დადგენა

8 იმის შემოწმება, თუ სადაა შესაძლებელი და აუცილებელი ამოსავალი სისტემის და ყველა გარდაქმნის თვისებრივი მდგომარეობის შემოწმება

9 ჩატარებული სისტემური ანალიზის საფუძველზე ამოცანის ამოხსნის საშუალებების შერჩევა

10 ამოხსნის საშემსრულებლო ნაწილის ჩატარება

11 ხარისხიანი შედეგის დასაფიქსირებლად შესაბამისი გამოთვლების შესრულება

ზ რეშეტოვასა და მისი ჯგუფის მიერ განხორციელებული მიდგომის განსაკუთრებულობა საგნობრივი მასალისადმი სისტემური ანალიზის სავალდებულო მიბმაში მდგომარეობს სისტემური ანალიზის ხერხი აქ საგნობრივი შინაარსისაგან დამოუკიდებლად არ ყალიბდება პირიქით, აღნიშნული ხერხის უშუალო გამოყენებამდე იგი გულმოდგინედ მზადდება სპეციფიკურ მასალაზე და მხოლოდ ამის შემდეგ გამოიყენება წარმატების მისაღწევად საჭირო საგნობრივ მასალაზე

პრინციპში შეიძლება ითქვას რომ აღნიშნული მიდგომა მართლაც ამსუბუქებს ევრისტიკული ხერხების გამოყენების ათვისებას, რამდენადაც იგი მოსწავლეებისაგან არ მოითხოვს ახალ სასაგნო არეებზე მათ სრულ და დამოუკიდებელ გადატანას აღნიშნული უნარი უმეტეს შემთხვევებში მოსწავლეებში თვით ყალიბდება მაგრამ უნდა აღინიშნოს, რომ ამგვარ შემთხვევაშიც კი სისტემური ანალიზის მხოლოდ ერთი ხერხი, მისი ქმედიანობის მიუხედავად ძალზე ცოტაა საჭიროა ურთიერთშემავსებელი ხერხების სისტემა

ცნობილმა პედაგოგმა ი ლერნერმა [70] საშუალო სკოლის მოსწავლეთა შემოქმედებითი აზროვნების კომპონენტების გასავითარებლად შეიმუშავა ევრისტიკული ხერხების სისტემა ისტორიის საგნის სწავლებისათვის ერთის მხრივ

შემოქმედებითი აზროვნების ოპერაციებად იგი თვლის ისეთ ასპექტებს როგორებიცაა პრობლემის ობიექტის ახალი სტრუქტურის, ახალი ფუნქციის მოქმედების ახალი წესის ახალ სიტუაციაში ახლო და შორეული გადატანების დანახვა მეორეს მხრივ მიუთითებს მონაცემთა ანალიზის, რაიმე ფაქტის სხვა ფაქტებით აღდგენის შესაძლებლობის არასაკმარის მონაცემთა გამოვლენის და წარსულში მიღებული გამოცდილებით მათი ძიების ამოცანის პირობებთან თანხმობით მიღებული ამოხსნის ანალიზის ხერხებზე

ჩვენ მიგვაჩნია, რომ აქტები, რომლებიც ავტორმა ოპერაციებს მიაკუთვნა მხოლოდ შედეგის მხრიდანაა დახასიათებული (პრობლემის, სტრუქტურის და ა შ აღმოჩენა) მათი განხორციელების წესი მითითებულ არ არის მხოლოდ შორეული გადატანის აქტი შეიძლება იქნეს განხილული როგორც ამოხსნის ხერხი ყველა სხვა მითითებული ხერხი სავსებით ევრისტიკულად შეიძლება ჩაითვალოს, თუმცა მათ შორის ახალი არცერთი არ არის

შემოქმედებითი (არასტანდარტული) ამოცანების ამოხსნის ხერხებსა და ფაქტორებს სპეციალური გამოკვლევა მიუძღვნა ა ორეხოვმა [71 72] ამოცანის ამოხსნის პროცესში იგი სამ ეტაპს გამოყოფს ესენია ამოცანის ანალიზი ამოხსნის შესახებ ჰიპოთეზების წამოყენება ჰიპოთეზების რეალიზება და შემოწმება

არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ხერხებისა და მოქმედებათა შემადგენლობის განზოგადება მათი რეალიზების თვალსაზრისიდან გამომდინარე საშუალებას გვაძლევს ა ორეხოვის მიერ შემუშავებულ მეთოდიკაში გამოყენებული ევრისტიკული ხერხების ნაკრები შემდეგნაირად წარმოვადგინოთ

პ ი რ ვ ე ლ ი ე ტ ა პ ი

1 ლოგიკური პირობების ფიქსაცია და ანალიზი 2 დაშვებათა ანალიზი 3 სრულად განსაზღვრება (ე ი არაცხადი პირობების დედუქციური გამოვლენა) 4 არაშაბლონური ელემენტების მოძებნა და მათ შორის არსებული დამოკიდებულებების ცვლა ამ ელემენტთა არაცხადი თვისებებისა და მიმართებების გამოსავლენად 5 სიტუაციის მოდელირება 6 საპირისპირო (წინააღმდეგობრივი) ელემენტების მოძებნა 7 ამოცანის პირობის ერთ ენაზე წარმოდგენა; 8 ყველა ცნობილი რელევანტური ცოდნის რეპროდუქცია; 9 მოცემული ამოცანის მსგავსებებისა და განსხვავებების დადგენა სხვა ადრე ნაცნობ ამოცანებთან რომელთა ამოხსნის მიდგომები და ხერხები ცნობილია

მ ე ო რ ე ე ტ ა პ ი

1 ძირითადი წინააღმდეგობის დაფიქსირება (ამოცანის გამარტივება სპეციფიკიდან გამომდინარე აბსტრაქცია) 2 პირობის დაკლებული ნაწილების დადგენა 3 ამოცანის

ელემენტებისა და მათ შორის არსებული მიმართებების ვარირება 4 ჰიპოთეზების ნაკლოვანებათა ანალიზი

მ ე ს ა მ ე   ე ტ ა პ ი

1 ჰიპოთეზების მარიალიზებელ ოპერაციათა შემუშავება 2 ამ ოპერაციების შეფასება; 3 ოპერაციების შედეგების მიხედვით ჰიპოთეზის შეფასება

ზემოაღნიშნულის გარდა ა ორეხოვმა ასევე გამოყო აგზნების შემცირებისა და გადიდების ხერხები მნიშვნელოვან მომენტს წარმოადგენს აგრეთვე მის მიერ საბაზისო ფაქტორების გამოყოფა-წარსული გამოცდილებით დაგროვილი ცოდნით და ამოხსნის ძიების ზონებით სარგებლობა ამ ფაქტორების რეალიზაცია ხორციელდება მათი ერთიანი სისტემიდან აღებული ხერხებით სარგებლობის საფუძველზე

აგზნების გადიდებისა და შემცირების ხერხები და, ასევე საბაზისო ფაქტორების დონეები სხვადასხვანაირად გამოიყენება ამოცანის ამოხსნის პირველ, მეორე და მესამე ეტაპებზე ამოხსნის პირველ ეტაპზე მოტივაციისა და თავისი თავისადმი რწმენის (აგზნება) დონეები უნდა შემცირდეს, ხოლო საბაზისო ფაქტორების (შემოქმედებების) დონეები-გაიზარდოს მეორე ეტაპზე მიზანშეწონილია აგზნების დონეების ამაღლება და წარსულში დაგროვილი გამოცდილების დონის დაწევა. ხოლო ამოცანის ელემენტთა აღრიცხვის დონე, ამ დროს მიზანშეწონილია ვაიძულოთ გარკვეული სახის რხევები განიცადოს მესამე ეტაპზე მოტივაციის, თავისი თავისადმი რწმენის და ამოცანის ელემენტთა აღრიცხვის დონეები უნდა დავწიოთ, ხოლო წარსული გამოცდილების დონე-ავწიოთ

ევრისტიკული ხერხების მოცემულ ნაკრებში ა ორეხოვის მიერ გამოყოფილ ახალ ხერხებად შეიძლება ჩაითვალოს აგზნებისა და საბაზისო ფაქტორთა ხერხები და ასევე აგზნების დონეთა რეგულირების სისტემის შემუშავება წარსულში მიღებული გამოცდილების გამოყენებითა და ამოცანის პირობის ელემენტთა აღრიცხვის დახმარებით ჩვენი აზრით ამოცანის ამოხსნისას საბაზისო ფაქტორთა დონეების რეგულირების გამოყენებით წარმატების მიღწევა და ამოხსნის სხვადასხვა ეტაპებზე ცნობილი ხერხების შესაბამისი რიგით სარგებლობა ა ორეხოვის გამოკვლევების ახალ შედეგებს წარმოადგენს

ამით ჩვენ ვასრულებთ იმ შრომების მოკლე მიმოხილვას რომლებშიც აღწერილია სასკოლო სწავლების პრაქტიკაში გამოყენებული ევრისტიკული ხერხები რა თქმა უნდა ეს მიმოხილვა სრულყოფილი არ არის მაგრამ ჩვენ შევეცადეთ იმ ძირითადი ავტორების წარმოდგენას, რომლებმაც მნიშვნელოვანი წვლილი შეიტანეს აღნიშნული პრობლემის დამუშავებაში

I თავის დასკვნები

1 საშუალო სკოლაში მათემატიკის სწავლებით დასახული მიზნების მისაღწევად კერძოდ სწავლების განმავითარებელი ეფექტის ამაღლებისათვის აუცილებელია განსაზღვრული ალგორითმების მეშვეობით ამოხსნად სტანდარტულ ამოცანებთან ერთად არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიებაც ვასწავლოთ

2 არასტანდარტულ ამოცანაში ვგულისხმობთ ამოცანას რომელიც არ შეიძლება რომელიმე ცნობილი ალგორითმის უშუალო გამოყენების შედეგად ამოიხსნას ასეთი ამოცანა ყოველთვის წარმოშობს ამოხსნის ძიების აუცილებლობას ამოცანათა ამოხსნის ძიების სწავლება ევრისტიკული ძიების სწავლებას ნიშნავს

3 VII-IX კლასების ალგებრის კურსის ამოცანათა ანალიზი საშუალებას გვაძლევს ვამტკიცოთ, რომ ამოცანათა ამოხსნის „ნაწილების მიხედვით მთელის აღდგენისა და პარადიგმის“ პრინციპებზე დაფუძნებული ორი ზოგადი ხერხი, მისაღებია ალგებრის კურსის სხვადასხვა სახის ამოცანათა ამოსახსნელად აღნიშნული ხერხები იმდენად ბუნებრივია რომ ისინი, არსებითად ამოცანათა ამოხსნის პრაქტიკაში არაცხადად და გაუცნობიერებლად გამოიყენება

4 ჩვეულებრივ, გეომეტრიას განსაკუთრებულ როლს აკუთვნებენ მოსწავლეთა ლოგიკური აზროვნების განვითარებაში არანაკლები როლი შეიძლება ითამაშოს მოსწავლეთა შემოქმედებითი აზროვნების განვითარებაში ალგებრის სწავლებამ თუ მასში ამოცანათა ამოხსნის ძიების სწავლებასაც ჩავრთავთ

თავი II

არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების მეთოდიკა ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის VII-IX კლასების ალგებრის კურსში

§1 ევრისტიკული ხერხების გამოყენება ალგებრული ამოცანების ამოხსნის სხვადასხვა ეტაპებზე

პედაგოგიკურ ფსიქოლოგიაში დადგენილია, რომ სწავლებაში შეგნებული ცოდნის ათვისების მიღწევა შესაძლებელია მხოლოდ შემოქმედებითი მიდგომების განხორციელების საფუძველზე რამდენადაც შემდგომში ხშირად ვისარგებლებთ ტერმინით ,საქმიანობა', ამიტომ წინასწარ შევნიშნავთ, რომ ჩვენ ვიზიარებთ ა ლეონტევის აზრს და მასში ვიგულისხმებთ სუბიექტისა და ობიექტის ურთიერთქმედების პროცესს იმ პირობით რომ მისი მიმართულება მთლიანობაში ყოველთვის ემთხვევა მოტივს, რომელშიც გარკვეული მოთხოვნილება კონკრეტდება [73, გვ 102]

როგორც ნაშრომის პირველ თავში იყო აღნიშნული არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნისას მოსწავლეთა საქმიანობის ძირითადი სახეა ევრისტიკული ქმედება რამდენადაც ნებისმიერი საქმიანობა განსაზღვრული ხერხებით ხორციელდება, ამიტომ მოსწავლეთა ევრისტიკული ქმედებისათვის ნიშანდობლივია თავისი სპეციფიკური ხერხები, რომლებიც მისი მიზნებიდან გამომდინარე განისაზღვრება

ხერხი -ს ცნება სხვადასხვა თვალსაზრისითაა განხილული მრავალი ქართველი და საზღვარგარეთელი პედაგოგისა და ფსიქოლოგის შრომებში ზოგიერთი მათგანი ხერხის ცნების ანალიზსს აკეთებს ამოცანების ამოხსნისადმი მიძღვნილ შრომებში ზოგი ამ ცნებას განიხილავს გონებრივი ქმედებების ფორმირების პრობლემებთან დაკავშირებით; ზოგიერთმა განზოგადებული ხერხის ცნებას ცალკეული შრომებიც კი მიუძღვნა (ჟ ადამარი, დ პოია და სხვ)

ზემოაღნიშნული ავტორების შრომებში აშკარად იკვეთება მოსწავლეთათვის გონებრივი საქმიანობის ხერხების, მათ შორის ამოცანათა ამოხსნის ხერხების სპეციალური სწავლების საჭიროება და აუცილებლობა ,ხერხების ფლობას

მოსწავლის ანალიზურ-სინთეზურ საქმიანობაში შეაქვს ამოცანის ამოხსნის განმსაზღვრელი მიმართულება, გონებრივი საქმიანობის ორგანიზებაში-გეგმაზომიერება კერძო ამოცანების ამოხსნაში ლოგიკური თანმიმდევრობა რომლებადაც შეიძლება დანაწევრდეს რთული ამოცანა [74 გვ 27]

წინამდებარე გამოკვლევაში ჩვენ ვეყრდნობით ე კაბანოვა-მელერის შრომებში მოცემულ „ხერხი'-ს ცნებას [75,76,77] ავტორი განიხილავს სასწავლო მუშაობისა და გონებრივი საქმიანობის ხერხებს პედაგოგიკური თვალსაზრისით სასწავლო მუშაობის ხერხები შედგება იმ მოქმედებებისაგან, რომლებიც გაერთიანებულია დიდ ან მცირე სისტემებად [77 გვ 145] ფსიქოლოგიური მოსაზრებიდან გამომდინარე სასწავლო მუშაობაში მისი მეშვეობით გამოიყოფა გონებრივი საქმიანობის ხერხების სისტემა ამ შემთხვევაში ხერხები ის წესებია რომლებითაც ხორციელდება გონებრივი საქმიანობა [75 გვ 109] სასწავლო საქმიანობის ჩვეულებრივი სასწავლო მუშაობის ხერხებში ,იმალება' გონებრივი საქმიანობის ხერხები

ამოცანის ამოხსნის ხერხი ამ სიტყვის ვიწრო გაგებით გონებრივი საქმიანობის გამომსახველი ხერხია მასში ჩვენ ვგულისხმობთ რაიმე ინსტრუქციას მითითებაა რომლის დახმარებითაც ვახდენთ ადრე ათვისებული ცოდნის დაგეგმვასა და ორგანიზებას მოცემული ამოცანის ამოსახსნელად სწორად ჩამოყალიბებული ხერხი თავის თავში მოიცავს სააზროვნო საქმიანობის წესების ცოდნას და ამ ცოდნით ოპერირების უნარს, მის ფლობასა და შესაფერის პირობებში წარმატებით გამოყენების საშუალებებს

ზოგადობის თვალსაზრისიდან გამომდინარე შეიძლება გამოვყოთ ამოცანათა ამოხსნის ხერხების შემდეგი კლასები

1) კონკრეტული, ცალკეული ამოცანის ამოხსნის ხერხები;

2) ზოგიერთი სახის ამოცანების ამოხსნის ხერხები

3) ზოგიერთი კლასის ამოცანების ამოხსნის ხერხები;

4) მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ზოგადი ხერხები, რომლებსაც მიეკუთვნება არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების ჩვენს მიერ შემუშავებული ევრისტიკული ხერხები

შევნიშნავთ რომ ბოლო წლების განმავლობაში დიდაქტიკაში სულ უფრო მწვავედ დგას საკითხი მოსწავლეთა მიერ ამოცანათა ამოხსნის ზოგადი ხერხების დაუფლების შესახებ, რომლებიც დაფუძნებულია ადამიანის შემეცნებითი საქმიანობისათვის დამახასიათებელ ცნობილ მეთოდებზე, როგორებიიცაა ინდუქცია დედუქცია, ანალოგია, განზოგადება, კონკრეტიზება და სხვ

ნამდვილი წარმატება ამოცანათა ამოხსნის სწავლებაში ლ ფრიდმანის [66] შეხედულებით შესაძლებელია ნებისმიერი ამოცანის ამოხსნის ზოგადი უნარის ფორმირებაზე დაყრდნობით ამასთან სწავლების მიზანი ასეთი უნარის ჩამოყალიბება უნდა გახდეს, რომლის ბაზაზე შესაძლებელი იქნება ამოცანათა ამოხსნის კერძო უნარის ფორმირება

ამოცანათა ამოხსნის ძიების ზოგადი ხერხების შემუშავებით დაკავებულია ევრისტიკა სიტყვა „ევრისტიკა ბერძნულია და ნიშნავს ვპოულობ აღმოვაჩენ თავდაპირველად იგი აღნიშნავდა გამოკვლევისა და სწავლების მეთოდებს პირველად ის ბერძენმა ფილოსოფოსმა სოკრატემ გამოიყენა ამიტომ ევრისტიკულ საუბარს ზოგჯერ სოკრატულსაც უწოდებენ თანამედროვე გაგებით ევრისტიკა არის ახლის აღმოჩენის მომენტი, ახლის აღმოჩენის მეთოდი, შემოქმედებითი მოღვაწეობის შემსწავლელი მეცნიერება სწავლების მეთოდი

ევრისტიკულ საუბარში ერთ-ერთ მოსაუბრეს კითხვების სისტემის დახმარებით საუბრის სხვა მონაწილეები მიჰყავს რაიმე, მათთვის ახალი დასკვნის მიღებამდე ევრისტიკული საუბრის, როგორც სწავლების მეთოდის ღირებულება ისაა რომ იგი უზრუნველყოფს მოსწავლეთა მაღალ ინტელექტუალურ აქტივობას, ხელს უწყობს მათი ლოგიკური აზროვნების განვითარებას აღვივებს ინტერესს შესასწავლი საგნისადმი ევრისტიკული საუბარი მხოლოდ მაშინ არის ეფექტური როდესაც მისი შინაარსი იმ ცნებებსა და წარმოდგენებს ემყარება, რომლებიც მოსწავლეს შესწავლილი აქვს მათი მეშვეობით ის აქტიური გონებრივი მუშაობის შედეგად თვითონ აკეთებს ახალ დასკვნებს ევრისტიკული საუბრის დროს აუცილებელია კარგად იქნეს მოფიქრებული როგორც თითოეული კითხვა, ისე მათი განლაგების სისტემა ევრისტიკა როგორც ახლის აღმოჩენის მომენტი დაკავშირებულია ,ინსაიტთან' გონების მოულოდნელ „განათებასთან', ამოცანის ამოხსნის გზის უეცარ მიგნებასთან ამიტომ ამოცანათა ამოხსნის ზოგად ხერხებს, სხვანაირად ევრისტიკულ ხერხებს უწოდებენ

ევრისტიკების მწყობრი სისტემის შექმნაში დიდი ღვაწლი მიუძღვის ისეთ ცნობილ მათემატიკოსებს, როგორებიცაა რ დეკარტი, გ ლაიბნიცი, ბ ბოლცანო ლ ეილერი, ჟ ადამარი და სხვ ჩვენ დროში ევრისტიკული ხერხების შემუშავებაში დიდი ღვაწლი მიუძღვის ცნობილ უნგრელ მათემატიკოსსა და პედაგოგს დ პოიას [2, გვ 202-203] ევრისტიკაში მან თავისი პრაქტიკული რჩევები ოთხი ნაწილისაგან შემდგარ ცხრილში განაზოგადა, რომელთაგან თითოეულში მოცემულია რიგი მიმახვედრებელი (მიმყვანი) კითხვები და მითითებები (ევრისტიკები) წიგნში არსებულ კითხვებზე პასუხები მოცემულია „მოკლე ევრისტიკული ლექსიკონის

სახით დ პოიას შრომებში გატარებული მთავარი აზრი ასეთია შემოქმედებითი აქტის ბოლომდე რეგლამენტირება არანაირი ალგორითმებით არ შეიძლება ყველა მითითების ზედმიწევნით შესრულების შემთხვევაშიც კი მიხვედრისა და ბედნიერი იდეის გარეშე იოლად წინ ვერ წაიწევ

რა თქმა უნდა დ პოიას მიერ შემოთავაზებული რეკომენდაციები არ ექვემდებარებიან შემეცნებითი მოქმედებების ღრმა ანალიზსს და არც შეუძლიათ ყველა აუცილებელი ოპერაციის მოცვა, მაგრამ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების ორგანიზების თვალსაზრისით არსებითი მნიშვნელობა გააჩნიათ

მრავალი ევრისტიკის შინაარსი გახსნილია თანამედროვე ავტორების შრომებში [34,37,52,53,13 78,79 და სხვ]

ნამდვილი რევოლუცია ევრისტიკული ხერხების განვითარებაში კომპიუტერის გამოყენებამ მოახდინა ბოლო ჟამს, აღნიშნული პრობლემა მჭიდროდ დაუკავშირდა ხელოვნური ინტელექტის შექმნის პრობლემებს (ვ გლუშკოვი ნ ამოსოვი და სხვ)

შევნიშნავთ, რომ ჯერაც არ არსებობს ერთიანი შეხედულება როგორც ევრისტიკის (მეცნიერული დისციპლინის, რომელიც აღმოცენდა ფილოსოფიის კიბერნეტიკის ფსიქოლოგიისა და პედაგოგიკის საზღვარზე) ისე ევრისტიკული ხერხის ცნების შესახებ

ევრისტიკაში ჩვეულებრივ გულისხმობენ „ამოცანათა ამოხსნის სპეციალურ მეთოდებს (ევრისტიკულ მეთოდებს), რომლებიც უპირისპირდება ზუსტ მათემატიკურ მოდელებზე დაფუძნებულ ამოხსნის ფორმალურ მეთოდებს ევრისტიკული მეთოდების გამოყენება ამცირებს ამოცანის ამოხსნისათვის საჭირო დროს, სრული გადარჩევის მეთოდით მიღებულ ამოხსნის შესაძლო ალტერნატივებთან შედარებით, მიღებული ამოხსნები, როგორც წესი არ შეიძლება ჩაითვალოს საუკეთესოდ, ისინი შეიძლება მივაკუთვნოთ მხოლოდ დასაშვებ ამონახსენთა სიმრავლეს, ევრისტიკული მეთოდების გამოყენება ყოველთვის ვერ უზრუნველყოფს დასახული მიზნის მიღწევას" [80, ტ 29 გვ 559]

ფსიქოლოგები ევრისტიკას თვლიან შემოქმედებითი აზროვნების შემსწავლელ ფსიქოლოგიის განყოფილებად მთელ რიგ მათ შრომებში აღინიშნება რომ ადამიანის აზროვნებაში შეიძლება გამოვყოთ ძიების წარმმართველი და მარეგულირებელი ევრისტიკები (ხერხები) კონცეფცია, რომელშიც ევრისტიკები გაიგივებულია ამოხსნის შესაძლო ვარიანტების რაოდენობის შემამცირებელ ხერხებთან, სერიოზული კრიტიკის საგანი გახდა კერძოდ მიუთითებდნენ რომ ევრისტიკულ ქმედებაში შედარებით მნიშვნელოვანი მომენტია არა ამა თუ იმ ვარიანტის არჩევანი, არამედ ამ ვარიანტების ფორმირების პრობლემა [57]

ი როზეტი [81 გვ 7-8] თავის ნაშრომში მიუთითებს, რომ ევრისტიკას ჩვენ ვხდებით ადამიანის მოღვაწეობის მრავალ სფეროში იგი „დაკავებულია იმის შესწავლით, თუ როგორ კეთდება აღმოჩენები, როგორ დგინდება ახალი ადრე უცნობი ჭეშმარიტებები როგორ ამოიხსნება ისეთი ამოცანები რომლებიც მოითხოვენ არა მარტო მკვიდრად ათვისებულ რაიმე ცოდნას და უნარს არამედ მიხვედრას, გამოგონებას საზრიანობას" ანვითარებს რა აზრს იმის შესახებ რომ ევრისტიკის პრობლემები ამ ბოლო წლებში მნიშვნელოვნად გაფართოვდა ი როზეტი ახასიათებს ევრისტიკული საქმიანობის რიგ ფსიქოლოგიურ ასპექტებს და ხსნის არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის პროცესში წარმატებული გონებრივი ქმედებების მთავარი დაბრკოლებების არსს

ი კულიუტკინი თვლის, რომ ევრისტიკის საგანს წარმოადგენს ,არა თვით აზროვნების აქტები ანალიზი სინთეზი, განზოგადება და სხვ , არამედ ის ხერხები რომლებითაც ცალკეული ოპერაციები სტრუქტურირდება სტრატეგიებისა და ტაქტიკების ტიპის რთულ წარმონაქმნებად რომლებიც მიმართულია საჭირო ინფორმაციის მოპოვებასა და ამოხსნის გამომუშავებაზე" [65 გვ 3]

კიბერნეტიკაში ევრისტიკა ამ სიტყვის ფართო გაგებით, არის ფსიქოლოგიის განყოფილება, რომელიც ადამიანის სააზროვნო ოპერაციების ბუნებას ამჟღავნებს სხვადასხვა სახის ამოცანების ამოხსნისას მათი კონკრეტული შინაარსის მიუხედავად ვიწრო გაგებით ტერმინ ევრისტიკაში გულისხმობენ მიხვედრის უნარს, რომელიც მონათესავე ამოცანების ამოხსნის ზოგად გამოცდილებას ეფუძნება

კიბერნეტიკოსების აზრით, ევრისტიკული მეთოდები დაფუძნებულია ინტუიციურ მოსაზრებებზე სწორედ ამით განსხვავდება ისინი ფორმალური ლოგიკურად გამოყვანილი წესებისაგან ამ მეთოდებს შეუძლია ამა თუ იმ პრობლემის სწრაფად და წარმატებით გადაწყვეტა იმ შემთხვევებში როცა ხელთა გვაქვს მოცემულ პრობლემასთან პირდაპირად თუ არაპირდაპირად დაკავშირებული მონათესავე პრობლემების გადაწყვეტის მდიდარი გამოცდილება მსგავს შემთხვევებში ამოხსნის მიღება ხერხდება დიდი ენერგიისა და დროის დახარჯვის გარეშე სხვა მონათესავე პრობლემების გადაწყვეტის ანალოგიურად, არც თუ ისე სრულად გაცნობიერებული ასოციაციების საფუძველზე

პედაგოგებისათვის ევრისტიკა არის მეცნიერება ამოცანათა ამოხსნის მეთოდებისა და საშუალებების შესახებ ანუ ჭეშმარიტების დადგენა მიმახვედრებელი კითხვების მეშვეობით

ევრისტიკის საგნის სხვადასხვანაირი გაგებიდან გამომდინარე სხვადასხვანაირად განისაზღვრება ევრისტიკული ხერხის ცნება ევრისტიკული ხერხის ცნების

განსაზღვრებისადმი ერთნაირი მიდგომის არარსებობის გამო მათემატიკის სწავლების მეთოდიკაში შეუძლებელია მთლიანი (ერთიანი) ევრისტიკული კონცეფციით სარგებლობა ყველაფერი ეს არსებითად ართულებს ევრისტიკული ხერხების სწავლების მეთოდიკის შემუშავებას და ნაწილობრივ მიგვითითებს იმ ხარვეზებზე და ნაკლოვანებებზე, რომლებიც გაგვაჩნია ამოცანათა ამოხსნის ძიების ხერხების და მეთოდების სწავლებაში

წინამდებარე ნაშრომში ევრისტიკულ ხერხებში ანუ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხებში ჩვენ ვგულისხმობთ ამოცანათა ამოხსნის ხერხებს იმ პირობებში, როცა ინფორმაციის სირთულის ან არასაკმარისობის გამო შეუძლებელია მსჯელობების გამოყენების შემოსაზღვრა და დასაშვები შეცდომების შეფასება ევრისტიკული ხერხების შემცველობა ქმნის ევრისტიკების სისტემებს

ევრისტიკული ხერხების უპირატესობა იმაში გამოიხატება, რომ ისინი ემსახურებიან შემეცნებითი სტრატეგიების ჩამოყალიბებას და ხელს უწყობენ მოსწავლეებს უფრო ეფექტურად მართონ თავიანთი ქმედება ამოცანების ამოხსნის დროს სახელდობრ წარმატებით მოიპოვონ აუცილებელი ინფორმაცია გარდაქმნან იგი, შეიმუშავონ მოქმედებათა წესები უჩვეულო პირობებისათვის შეძლონ შემოქმედებითი ხასიათის აზროვნების გამოვლინება და სხვ

ევრისტიკული ხერხების გამოყენების ძირითადი ნაკლია წარმატებული ამოხსნის გარანტიის არარსებობა ევრისტიკული ხერხი წარმოადგენს ამოცანათა ამოხსნის არსებით არასაკმარისად სრულ მეთოდს; მიუხედავად იმისა რომ ევრისტიკული ხერხების გამოყენებას ხშირად მივყავართ ამოცანის ამოხსნამდე ისინი მაინც ვერ იძლევიან სწორი ამოხსნის პოვნის გარანტიას [82 გვ 59]

ამოცანათა ამოხსნის სხვადასხვა ევრისტიკული ხერხების სწავლების მეთოდიკის კვლევით მრავალი ავტორი იყო დაკავებული მათი უმრავლესობა იხილავდა მხოლოდ გეომეტრიულ ამოცანებს, რომელთა ამოხსნას თავისი სპეციფიკური განსაკუთრებულობა ახასიათებს

აღსანიშნავია მოსწავლეთა დასახმარებლად გამიზნული რიგი სახელმძღვანელოებისა [6,9,23,52,53,82 და სხვ], რომლებშიც ძირითადი აქცენტი კეთდება მოსწავლეთა საკუთარი ქმედიანობის მუდმივი ანალიზის უნარის გამოსამუშავებლად მათში მოცემულია ამოხსნის ძიების შემამსუბუქებელი მრავალი ხერხი რომლებმაც თავიანთი ეფექტური ქმედების შესაფერისი დანერგვა ვერ ჰპოვა მათემატიკის სწავლებაში ასეთი სახელმძღვანელოების რიგს მიეკუთვნებიან ჯ ბრუნერის „სწავლების პროცესი (ო ტიხომიროვას მიერ ინგლისური ენიდან რუსულ ენაზე თარგმნილი) მ ბალკის და გ ბალკის ,ამოხსნის ძიება (რუსულ

ენაზე), ფ ბარტენევის არასტანდარტული ამოცანები ალგებრაში' (რუსულ ენაზე) მ გარდნერის „არის იდეა' (რუსულ ენაზე) ლ ფრიდმანის და ე ტურეცკის „როგორ ვისწავლოთ ამოცანების ამოხსნა'(რუსულ ენაზე) თ მორალიშვილის „ამოცანათა ამოხსნის ძიების სწავლება საშუალო სკოლაში" და სხვ

როგორც წესი ნებისმიერი ამოცანის ამოხსნის პროცესში გამოყოფენ ოთხ ეტაპს

1) ამოცანის პირობის გააზრება;

2) ამოხსნის გეგმის შედგენა

3) ამოხსნის გეგმის განხორციელება

4) ნაპოვნი ამოხსნის შესწავლა [2, გვ 202-203, 83 გვ 128 და სხვ]

აღნიშნულ ეტაპებს მეთოდიკურად უზრუნველყოფს განსაზღვრული ევრისტიკული ხერხები, რომელთა გამოყენება მოსწავლეებში ახდენს არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნის უნარის ჩამოყალიბებას და ხელს უწყობს მათ მათემატიკურ განვითარებას

ევრისტიკების გამოყენების სირთულე მრავალი მიზეზით აიხსნება, რომელთა შორის ძირითადია

ა) მოსწავლეთა სააზროვნო ქმედებებისადმი უშუალო დაკვირვების შეუძლებლობა

ბ) ამოცანათა ამოხსნის ძიების ზოგადი ხერხების ფორმირების პროცესის მართვისათვის მასწავლებლის არასაკმარისი მზაობა

ამოხსნის თითოეული ეტაპისათვის ნიშანდობლივია ევრისტიკების ,თავისი სისტემა, რომელსაც უნდა ფლობდეს მოსწავლეები ამოცანის წარმატებული ამოხსნისათვის

ნებისმიერი ალგებრული ამოცანის ამოხსნის საწყისი ეტაპისათვის, მიუხედავად იმისა სტანდარტულია იგი თუ არა, „პოიას ცხრილის' პირველ ნაწილთან თანხმობით ჩვენ შევიმუშავეთ ევრისტიკების შემდეგი ჯგუფი

1 მკაფიოდ გამოყავი ამოცანის პირობა და მოთხოვნა

2 ჩაუკვირდი ამოცანის ტექსტის თითოეულ სიტყვას თითოეულ სიმბოლოს ცნებას, თითოეული ტერმინი შეცვალე მისი განსაზღვრებით

3 ამოცანის პირობაში ყველა მოცემულობა შეუფარდე ურთიერთს და ამოცანის მოთხოვნას (მოთხოვნებს) გაარკვიე მათი შეთანხმებულობა და წინააღმდეგობრიობა გამოავლინე ჭარბი და დაკლებული მოცემულობები

4 დაადგინე ცნებებს შორის კავშირები და დამოკიდებულებები

5 დაუფიქრდი თუ რომელი თვისებებისა და ნიშნების გამოვლინებას წარმოადგენენ ისინი;

6 გაარკვიე რომელ განყოფილებას მიეკუთვნება ამოცანის პირობაში არსებული ცნებები,

7 ყურადღებით შეისწავლე ამოცანით დასმული მიზანი და მასზე ორიენტირებით გამოავლინე თუ რომელი თეორიული დებულებები უკავშირდება მთლიანად ან ნაწილობრივ მოცემულ ამოცანას,

8 შეეცადე მთლიანად მოიცვა ამოცანის პირობა და აღნიშნე მისი განსაკუთრებულობები გაიხსენე ხომ არ შეგხვედრია ადრე ანალოგიური ამოცანა?

ევრისტიკების ამ სისტემას კარგად უნდა ფლობდეს ყოველი მოსწავლე მათი ცოდნის გარეშე შეუძლებელია თუნდაც უბრალო სტანდარტული ამოცანის ამოხსნა ზემოთ მოცემული ევრისტიკების სისტემა რთული დასამახსოვრებელია ამიტომ ექსპერიმენტის ჩატარებისას ჩვენ მას განსაკუთრებულ ყურადღებას ვუთმობდით და აქტიურად ვიყენებდით სუსტ და საშუალო მოსწავლეებთან მუშაობის პროცესში ამასთან პირველ ხანებში ჩვენ სპეციალურად არართულ ამოცანებს ვარჩევდით რომელთა მეშვეობით მოსწავლეები მოცემული ევრისტიკული სქემით მუშაობას სწავლობდნენ

VII-IX კლასების ალგებრის კურსის ამოცანების პირობების გაშინაარსება-გააზრების შემდეგ მოსწავლეები გონების მინიმალური დაძაბვით ახერხებდნენ თუ ალგორითმულად ამოხსნადი ამოცანების რომელი ცნობილი კლასისათვის უნდა მიეკუთვნებინათ განსახილველი ამოცანა ამოცანის ამოხსნის დარჩენილი სამი ეტაპი საშუალო მოსწავლეებშიც აღარ იწვევდა არსებით სიძნელეებს

სრულიად სხვაგვარადაა საქმე როცა მოსწავლეები ხსნიან არასტანდარტულ ამოცანას ამ შემთხვევაში ამოცანის ამოხსნის მეორე ეტაპი-ამოხსნის გეგმის შედგენა (ამოხსნის ძიება) მნიშვნელოვან გართულებებს იწვევს ამიტომ აქ საჭიროა ხელთ ვიქონიოთ კარგად მოფიქრებული და დამუშავებული ევრისტიკების სისტემა

მეთოდიკური ლიტერატურის ანალიზი და მოწინავე მასწავლებელთა მუშაობის გამოცდილება საშუალებას გვაძლევს გამოვყოთ ამოცანათა ამოხსნის ძიების ორი ძირითადი ევრისტიკული ხერხი

1) ,ნაწილების მიხედვით მთელის აღდგენის' პრინციპზე დაფუძნებული

2) „პარადიგმის' პრინციპზე დაფუძნებული

იმის მიხედვით თუ როგორი სირთულისაა განსახილველი ამოცანა შეიძლება გამოვიყენოთ ზემოხსენებული ნებისმიერი ხერხი ან ცალ-ცალკე ან მათი ურთიერთ შეხამებით ამ ხერხების შესაბამისი რეკომენდაციები მასწავლებლისათვის

წარმოადგენს მართვისა და კონტროლის საშუალებას, ხოლო მოსწავლეებისათვის მიზანმიმართული ამოხსნის გზის მიმცემ საორიენტაციო საყრდენებს რომლებიც ათავისუფლებს მათ ზედმეტი სინჯვებისა და შეცდომებისაგან ამოხსნის ძიების აღნიშნული ხერხები რიგ შემთხვევებში, ბრმა სინჯვებისა და შეცდომებისაგანაც გვაზღვევს მაგრამ მათი თავიდან აცილების გარანტიას არ იძლევა

I განვიხილოთ „ნაწილებით-მთელი"-ს აღდგენის პრინციპზე დაფუძნებული ამოცანის ამოხსნის ძიების ზოგადი ხერხი, რომელსაც მეთოდიკურ ლიტერატურაში ეწოდება , ნაწილიდან მთელისაკენ"

ამ ხერხის არსი მდგომარეობს იმაში რომ ამოსახსნელი ამოცანის პირობა დაიყოფა, დაქუცმაცდება პატარ-პატარა ნაწილებად, მათი შემდგომი გარდაქმნა და სხვადასხვა ერთობლიობებად კომბინირება ქმნის სხვადასხვა ლოგიკურ კონსტრუქციებს ასეთი დაყოფის ეფექტურობაზე მიუთითებდა დ პოია როცა ამბობდა ,რამდენიმე ნაწილის ერთობლიობა უფრო ეფექტურად გვიკარნახებს მთელს ვიდრე ცალკეულად აღებული ნებისმიერი მისი ნაწილი'[5,გვ 256] შემდგომში, განიხილავენ რა ყოველ მიღებულ კონსტრუქციას ამატებენ მას დაკლებულ ნაწილებს ხატოვნად რომ ვთქვათ აღნიშნული ხერხი ემსგავსება პალეონტოლოგის აღმოჩენას, რომელმაც ნაპოვნი ერთადერთი ძვლით აღადგინა ისტორიამდელი ცხოველის მთელი ჩონჩხი ასევეა მათემატიკაშიც, მათემატიკური კონსტრუქციის ზოგიერთი დეტალის (ფიგურის, თეორემის, აქსიომის ფორმულის) მიხედვით, ზოგჯერ ჩვენ შეიძლება აღვადგინოთ მთლიანი კონსტრუქცია

,ნაწილებით-მთელი"-ს პრინციპზე დაფუძნებული ხერხი ადგენს ევრისტიკათა ჯგუფს, რომელიც შემდეგ ევრისტიკულ სქემას ქმნის

1 პირობიდან გამოყოფენ ცალკეულ ნაწილებს, რომლებიც თავისი გარეგნობით გვაგონებენ მოთხოვნილს ან ადრე შესწავლილს

2 გამოყოფილ ნაწილებს ისე გადააჯგუფებენ რომ პირობა დაუახლოვდეს მოთხოვნილს ან ადრე შესწავლილს;

3 მიღებულ ნაწილებს შეავსებენ ისე რომ ისინი დაუახლოვდნენ საძიებელს ან შეძლონ ცნობილი ფორმულებისა და გარდაქმნების ხმარება,

4 თუ პირველი სამი ევრისტიკის მეშვეობით ვერ მიაღწიეთ მიზანს, მაშინ ხელმეორედ უნდა გამოიყენოთ ისინი მას შემდეგ დაყოფთ რა ამოცანის პირობას უფრო მეტი რაოდენობის ნაწილებად

არსტანდარტული ამოცანის ამოსახსნელად გამოსაყენებელი ევრისტიკების რაოდენობა სხვადასხვაა, იგი დამოკიდებულია განსახილველი ამოცანის სირთულეზე

ზემოაღნიშნულის გამოყენების შესაძლებლობა ვაჩვენოთ VII-IX კლასების ალგებრის კურსიდან აღებულ მაგალითებზე

ა მ ო ც ა ნ ა ამოვხსნათ განტოლება

$$x^2 + 10x + 25 + y^2 = 0$$

ა მ ო ხ ს ნ ა პირობიდან გამოვყოთ ნაწილი $(x^2 + 10x + 25)$ როგორც ცნობილი კონსტრუქცია-ორწევრის კვადრატი (ევრისტიკა №1) გვაქვს

$$(x+5)^2 + y^2 = 0$$

ორი არაუარყოფითი რიცხვის ჯამი მაშინ და მხოლოდ მაშინ უდრის ნულს როცა თითოეული შესაკრები უდრის ნულს აქედან გამომდინარე ვღებულობთ პასუხს (-5;0)

ა მ ო ც ა ნ ა დავამტკიცოთ რომ

$$P(x) = x^{35} + x^{34} + \quad + x + 1$$

მრავალწევრი იყოფა

$$Q(x) = x^{11} + x^{10} + \quad + x + 1$$

მრავალწევრზე

დ ა მ ტ კ ი ც ე ბ ა პირობის ანალიზი გვიჩვენებს, რომ $P(x)$ მრავალწევრი 36 წევრისაგან შედგება და ბოლო 12 წევრის ჯამს წარმოადგენს $Q(x)$ მრავალწევრი რომელზედაც $P(x)$ მრავლწევრი უნდა გაიყოს

ამოხსნის ძიებას ვატარებთ შემდეგნაირად

1 პირობას ვყოფთ ორ ნაწილად, რომელთაგან მეორე $Q(x)$ მრავალწევრია (ევრისტიკა №1)

2 ვისარგებლოთ №2 ევრისტიკით, ე ი პირველ ნაწილში ერთწევრები ისეთნაირად დავაჯგუფოდ, რომ თითოეულ ჯგუფში 12-12 წევრი მოთავსდეს პირველი ჯგუფიდან ფრჩხილებს გარეთ გადის x^{24} მეორედან-x^{12} საერთო მამრავლის შემდგომ ფრჩხილების გატანას დასამტკიცებელი ფაქტის სრულ ჭეშმარიტებამდე მივყავართ

ა მ ო ც ა ნ ა. ამოვხსნათ განტოლება

$$x^2 + y^2 + 6y - 8x + 25 = 0$$

ა მ ო ხ ს ნ ა 1 პირობიდან გამოვყოთ სამი ნაწილი, რომელთაგან ერთ-ერთი შეიცავს x ცვლადის, მეორე-y ცვლადის შემცველ, ხოლო მესამე-თავისუფალ წევრებს,

2 გამოყოფილი ნაწილები ისეთნაირად დავალაგოთ რომ ისინი ჩვენთვის ცნობილ ფორმულებს გვაგონებდნენ (ევრისტიკა №2)

$$(x^2-8x)+(y^2+6y)+25=0$$

როგორც ვხედავთ ფრჩხილებში განთავსდა ორწევრის კვადრატის ნაწილები პირველი წევრის კვადრატი და პირველი და მეორე წევრის გაორკეცებული ნამრავლი იბადება აზრი შევავსოთ ისინი სრულ კვადრატამდე;

3 ფრჩხილებში მოთავსებული გამოსახულებებიდან პირველს დავუმატოთ 16 ხოლო მეორეს-9(ევრისტიკა №3)

$$(x^2-8x+16)+(y^2+6y+9)-16-9+25=0,$$
$$(x-4)^2+(y+3)^2=0$$

მიღებული განტოლების ამოხსნა უკვე სირთულეს აღარ წარმოადგენს

ა მ ო ც ა ნ ა $3a^5+a^4+a^3+3a^2+3a+3$ მრავალწევრი წარმოვადგინოთ ნამრავლის სახით

ა მ ო ხ ს ნ ა 1 პირობიდან გამოვყოთ a^3+3a^2+3a მრავალწევრი ამისაკენ გვიბიძგებს ის რომ იგი გარეგნულად $(a+1)$ ორწევრის კუბს მოგვაგონებს მეორე წევრის კუბის გარეშე (ევრისტიკა №1)

2 დავაჯგუფოდ გამოყოფილი და დარჩენილი ნაწილები (ევრისტიკა №2)

$$(a^3+3a^2+3a)+(3a^5+a^4+3)$$

3 გამოყოფილი პირველი ნაწილი შევავსოთ ორწევრის კუბამდე (ევრისტიკა №3)

$$(a^3+3a^2+3a+1)-1+(3a^5+a^4+3)=(a+1)^3+(3a^5+a^4+2)$$

ნამრავლის სახით წარმოდგენის მცდელობა წარუმატებლად დამთავრდა

4 განმეორებით გამოვიყენოთ 1-3 ევრისტიკები რისთვისაც ამოცანის პირობის დაყოფა მოგვიწევს შედარებით პატარ-პატარა ნაწილებად (ევრისტიკა №4);

5 ამოცანის პირობა ახლა სამ ნაწილად დავყოთ ისე, რომ მათ საერთო მამრავლი გააჩნდეთ ამისათვის საჭირო იქნება პირველი და მეოთხე, მეორე და მესამე, მეხუთე და მეექვსე წევრების ერთად დაჯგუფება(ევრისტიკა №1)

6 მოვახდინოთ შესაბამისი დაჯგუფება (ევრისტიკა №2)

$$(3a^5+3a^2)+(a^4+a^3)+(3a+3)=$$
$$=3a^2(a^3+1)+a^3(a+1)+3(a+1)$$

საერთო მამრავლი არის $(a+1)$

ამოცანათა ამოხსნის პროცესში მოსწავლეებს უნდა ვაჩვენოთ (ავუხსნათ) რომ ამოცანის პირობის მცირე ნაწილებად დაყოფა ყოველთვის არ გამომდინარეობს თვით ამ ამოცანის ლოგიკური სტრუქტურიდან და ყოველთვის ამისკენ არც უნდა მივისწრაფვოდეთ ამასთან, ,ნაწილებით-მთელის -ს პრინციპზე დამყარებული ევრისტიკული ხერხი იმ შემთხვევაშია ეფექტური, როცა მოცემულ ამოცანაში შეიძლება ისეთი ქვეამოცანების გამოყოფა, რომელთა ამოხსნის წესი მოსწავლისათვის ცნობილია

ამოცანის ამოხსნის იდეა ღრმა ანალიზისა და ადრე ამოხსნილ ამოცანებთან მისი ურთიერთშეპირისპირების პროცესში იბადება ამიტომ აუცილებელია ვეძებოთ მოცემულის მსგავსი ამოცანები, რომელთა ამოხსნის გზა ჩვენთვის უკვე ცნობილია და გამოვიყენოთ ისინი როგორც ამოხსნის იდეის შესაძლო შემცველი ანალოგები

II ახლა განვიხილოთ ამოცანათა ამოხსნის ძიების მეორე ზოგადი ხერხი, რომელიც დაფუძნებულია ,პარადიგმის“ პრინციპზე

ტერმინი პარადიგმა ფსიქოლოგებმა და მათემატიკოსებმა ლინგვისტიკიდან გადმოიღეს (ისესხეს) სადაც იგი ერთი და იგივე სიტყვის გარდაქმნის ფორმათა ერთობლიობას განსაზღვრავს, რომელიც მისი უღლების ან ბრუნვის შედეგად მიიღება იხილავენ რა მასწავლებლის მიერ შეთავაზებული სიტყვების სხვადასხვა გრამატიკულ ფორმებს (პარადიგმებს), მოსწავლეები ადგენენ აზრის მქონე წინადადებებს

ანალოგიური პრინციპი გამოიყენება მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის შემთხვევაშიც ახდენენ ამოცანის სხვადასხვა ფორმით წარმოდგენას („ახლადფორმულირებას“) ყველა შესაძლო ხერხით არსებული წესებით თეორემებით, ფორმულებით, რათა მიიღონ ნაცნობი სიტუაცია ან ის რასაც ამოცანის პირობა მოითხოვს ევრისტიკული ტერმინი „პარადიგმა აღნიშნავს ამოსახსნელი ამოცანის გამოსახვის სხვადასხვა ფორმათა ერთობლიობას ან მასთან დაკავშირებულ სხვა ამოცანებზე გადასვლას, სხვადასხვა კავშირების დამყარებას და ა შ

ამოცანის ერთი სახიდან მეორეში ასეთი გადასვლა დამოკიდებულია არა მარტო იმაზე შესაძლებელია თუ არა ამოცანის პირობის სხვა პარადიგმებით წარმოდგენა არამედ მოსწავლეების მხრივ გარკვეულ ცოდნასა და უნარზე ამიტომ პარადიგმის წარმატებით გამოყენება განსაკუთრებულ მომზადებას მოითხოვს

როგორც სასკოლო მათემატიკური განათლების კრიტიკულმა ანალიზმა და ამ საკითხის განხილვით გამოწვეულმა დისკუსიების შედეგებმა გვიჩვენა, მოსწავლეთა

უმრავლესობა სუსტად ფლობს ამოცანების ამოხსნის ხერხებს რაც იქიდან გამომდინარეობს რომ სახელმძღვანელოებში თეორიულ მასალას გაცილებით მეტი ადგილი ეთმობა და ნაკლები-ამოცანების ამოხსნას

მოსწავლეთათვის ამოცანების ამოხსნის სწავლება ერთ-ერთ რთულ პედაგოგიკურ პრობლემას წარმოადგენს ეს გამოწვეულია იმ ზოგადი (საერთო) ხერხებისა და მეთოდების არარსებობით, რომლებიც ნებისმიერი ამოცანის ამოხსნის ძიების საშუალებას მოგვცემდა

ფსიქოლოგები ამოხსნის ძიებაში გულისხმობენ პრინციპის ანუ ამოხსნის ლოგიკის პოვნას, რომლის მიხედვითაც სრულდება ესა თუ ის მოქმედება ამ მოქმედებათა მიმართ შეუძლებელია იმის წინასწარ თქმა, მიგვიყვანს თუ არა ისინი სასურველ შედეგებამდე [25 გვ 34]

გამოკვლევებში, რომლებიც მათემატიკის სწავლების თეორიასა და მეთოდიკას ეხება არასკმარისად სრულად არის გაშუქებული ის პირობები რომლებიც საფუძვლად უდევს ამოცანათა ამოხსნის ძიების ხერხების ფორმირებას პრაქტიკაში ასეთი ხერხების ჩამოყალიბება და დაფიქსირება მოსწავლეთა მეხსიერებაში, ხშირ შემთხვევაში სტიქიურად ხდება ეს კანონზომიერიცაა, ვინაიდან სასწავლო სახელმძღვანელოებში ცხადი სახით არ არის მოცემული ამოცანათა ამოხსნის ძიების ხერხების ჩამოყალიბების საშუალებები

ფსიგოლოგები დიდი ხანია მივიდნენ იმ დასკვნამდე რომ ყოველი ადამიანის აზროვნება, იქნება ის მხცოვანი მეცნიერი თუ გამოუცდელი მოსწავლე ერთი და იგივე კანონზომიერებებით მიმდინარეობს აქედან გამომდინარე საძიებო (არასტანდარტული) ამოცანების ამოხსნის ხერხები სავსებით შესაძლებელია საკმაოდ მარტივ მაგალითებზე შემუშავდეს და დაიხვეწოს სკოლის სასწავლო პრაქტიკაში

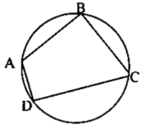
ასეთი ამოცანების ამოხსნის კონკრეტული შედეგები სასარგებლო აღმოჩნდება იმ დაინტერესებული მოსწავლეებისათვის, რომლებსაც მომავალში მსგავს ამოცანებთან ექნებათ საქმე გამოიცნობენ რა ისინი ადრე განხილული ამოცანის შესაბამის ტიპს ადვილად და სწრაფად შეძლებენ დასმული ამოცანის ამოხსნას ოდესღაც ნასწავლი ხერხებით

უნდა შევნიშნოთ, რომ არ არის გამორიცხული სტანდარტულ მაგალითებშიც წავაწყდეთ სირთულეებს, რადგან პრაქტიკა არცთუ ისე იშვიათად გვთავაზობს მათ ტიპის მიუთითებლად ცხადია, ამოცანის ტიპის გამოცნობა მოსწავლის მოვალეობაში შედის შეიძლება მოხდეს, რომ შეთავაზებული ამოცანა მოსწავლემ ვერ ამოხსნას ვერც ერთი მისთვის ცნობილი ალგორითმით ასეთ შემთხვევაში

იტყვიან რომ ამოცანა ალგორითმულად ამოუხსნადია ანუ არასტანდარტულია არასტანდარტული ანუ საძიებო ამოცანების ამოხსნის სწავლების პრობლემა არასაკმარისადაა შესწავლილი ეს იმით აიხსნება რომ ასეთი ამოცანების ამოხსნა ევრისტიკულ საქმიანობასთანაა დაკავშირებული ევრისტიკული ქმედიანობის სწავლება კი შედარებით რთულია, ვიდრე ალგორითმული ქმედიანობისა „მათემატიკის სწავლების პროცესში წერდა ცნობილი მეცნიერი და პედაგოგი დ პოია ტიპიური ამოცანების დიდი რაოდენობის ამოხსნაა შესაძლებელი და საჭიროც, მაგრამ მოსწავლეთა ცდების შემოსაზღვრა მხოლოდ ასეთი ამოცანების ამოხსნით მიუტევებელია ვასწავლოთ მხოლოდ შაბლონური ოპერაციების მექანიკური შესრულება, ნიშნავს დავეშვათ სამზარეულო წიგნის დონეზე დაბლა რადგან კულინარული რეცეპტებიც კი უტოვებს მზარეულს შესაძლებლობას გამოავლინოს თავისი გემოვნება და წარმოსახვა, რის უფლებასაც მათემატიკური რეცეპტები არ იძლევა [2, გვ 198] სწორედ მსგავს შემთხვევებში დგება შემოქმედებითი (დივერგენტული) აზროვნების რიგი რაში მდგომარეობს იგი?

შემოქმედებითი პროცესის თავისებურებათა ახსნას მის მიერ გამოწვეული შედეგებით შევეცადოთ ავიღოთ რაიმე ამოცანის პირობა, სულ ერთია იქნება ის დამტკიცებაზე, გამოანგარიშებაზე თუ აგებაზე და შევუპირისპიროთ ის მისი ამოხსნის თანმიმდევრულ გადმოცემას განვიხილოთ ასეთი ა მ ო ც ა ნ ა მოცემულია წრეწირი და მასში ჩახაზული ნებისმიერი ***ABCD*** ოთკუთხედი უნდა დავამტკიცოთ, რომ ამ ოთკუთხედის ნებისმიერი ორი მოპირდაპირე კუთხის ჯამი **180°**-ის ტოლია

დამტკიცება ასე შეიძლება ჩატარდეს ჩახაზული ოთკუთხედის განსაზღვრების თანახმად $\angle ABC$ და $\angle ADC$ წრეწირში ჩახაზული კუთხეებია ისინი ეყრდნობიან შესაბამისად ***ADC*** და ***ABC*** რკალებს (ნახ 3) ცნობილია, რომ წრეწირში ჩახაზული კუთხე იზომება იმ რკალის ნახევრით, რომელსაც ის ეყრდნობა აქედან გამომდინარე ***ABC*** კუთხე იზომება ***ADC*** რკალის ნახევრით, ხოლო $\angle ADC$ - $\cup ABC$ -ს ნახევრით $\cup ADC$-ს და $\cup ABC$-ს ჯამი **360** -ია ამიტომ $\angle ABC$-ს და $\angle ADC$-ს ჯამი **180** -ს უდრის



ნახ 3

ერთი შეხედვით ის, რაც მოცემულია, და ის, რაც უნდა მივიღოთ, ამოცანის ფორმულირებაში თითქოს უფსკრულითაა გაყოფილი პირიქით, ამოცანის მსვლელობის გადმოცემა მოგვაგონებს მჭიდროდ დაწნულ ჯაჭვს, რომლის მთელ სიგრძეზე პირობის ელემენტებს ხოლო ბოლოში საძიებელ დასკვნას ვხედავთ გარდა ამისა, მოყვანილ მსჯელობაში არის ის, რაც

ამოცანის ფორმულირებაში არ ყოფილა ოთკუთხედი გაყოფილი აღმოჩნდა მონაკვეთების ორ წყვილად რომლებიც ჩახაზულ კუთხეებს ქმნიან ხოლო წრეწირი-წყვილ რკალად ეს ელემენტები ერთმანეთთან კომბინირდებიან და წარმოქმნილი კომბინაციებიდან გამომდინარე ვღებულობთ ცნობილ თეორემას

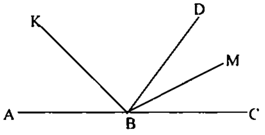
როგორ აღმოცენდებიან ამოცანის ამომხსნელის გონებაში მსჯელობის მთლიანი ჯაჭვის დაკლებული რგოლები (ელემენტები), რათა პირობის ნაწილებთან შერწყმით ლოგიკური დასკვნების მტკიცე ჯაჭვი შეიქმნას? იმის შესახებ თუ როგორ ხდება ეს მრავალი გამოკვლევა არსებობს მათში გადმოცემული მსჯელობების შესახებ თხრობა ძალიან დიდ დროს წაიღებდა მიზანშეწონილი იქნება მათგან ავიღოთ რამდენიმე დამახასიათებელი ნიშანი საყურადღებო მოსაზრებებთან ერთად და ვცადოთ ეს მსჯელობები დავიყვანოთ ისეთ მკაფიო პრინციპებამდე რომელთა მიხედვით ვითარდება მათემატიკური მსჯელობები

დავიწყოთ მარტივი ამოცანით მოცემულია საერთო გვერდის მქონე ორი კუთხე $\angle ABD$ და $\angle DBC$ ამ კუთხეთა BK და BM ბისექტრისები ურთიერთმართობულია დავამტკიცოთ რომ A, B და C წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობს (ნახ 4)

როგორ შეიძლება ამის გაკეთება?

- მაგალითად, შესაძლებელია ამოცანის პირობის ახლადფორმულირების საშულებით მისი სხვანაირად წარმოდგენა

- A, B და C წერტილები ერთ წრფეზე ძევს - ეს იგივეა, რაც $\angle ABC = 180$ BK და BM ბისექტრისები ურთიერთმართობულია - ეს იგივეა რაც $\angle KMB = 90$ მაგრამ რადგან BK და BM ბისექტრისები $\angle ABD$-სა და $\angle DBC$-ს შუაზე ყოფს ამიტომ $\angle ABC = 2\angle KMB = 180$ რაც უნდა დაგვემტკიცებინა



ნახ 4

ყურადღება უნდა მივაქციოთ იმას, თუ რამდენად წარმატებული აღმოჩნდა ამოცანის პირობის სხვანაირად ანუ ახალი ფორმით ჩამოყალიბება რითაც მისი ყველა ელემენტი „კუთხურ" ცნებებში გამოხატული აღმოჩნდა ჩვენ ასევე ვვარაუდობდით, რომ პირობის დაკლებული დეტალებიც აგრეთვე ,კუთხური ხასიათის მატარებელნი არიან და ამით შევავიწროვეთ რა მათი ძიების არე სწრაფად და დიდი შრომის დახარჯვის გარეშე ვიპოვეთ ისინი

სამომავლოდ ალბათ ღირს ამ ხერხის ათვისება შემდგომში, შევეჭიდებით რა მორიგი ამოცანის ამოხსნას უნდა შევეცადოთ მისი პირობა გამოვსახოთ

დამოკიდებულებათა ერთსა და იმავე სისტემაში, ერთსა და იმავე ტერმინებში უნდა ვეცადოთ მთელი საწყისი მასალა მივიყვანოთ უბრალოდ რომ ვთქვათ, „საერთო მნიშვნელამდე

ამოცანის პირობის ამგვარი ,გადასხვანაირების' ანუ ხელახლად ფორმულირების წარმატება დამოკიდებულია იმაზე, თუ რამდენად ექვემდებარება პირობის ელემენტები სხვადასხვა ვარიანტებში წარმოდგენას

განვიხილოთ კიდევ ერთი ამოცანა დავამტკიცოთ $\overline{abcabc}$ სახის ნებისმიერი ექვსნიშნა რიცხვი იყოფა 13-ზე (a, b, c ასოებში იგულისხმება ათობითი სისტემის ციფრები)

- უნდა წარმოვადგინოთ იგი $\overline{abc}$-სა და 1001-ის ნამრავლად და შემდეგ ვაჩვენოთ რომ 1001 იყოფა 13-ზე თუ ეს ასეა მაშინ მოცემული ექვსნიშნა რიცხვიც იქნება 13-ის ჯერადი

მთელი საიდუმლოება აქაც ამოცანის პირობის სახის შეცვლაში ძევს წარმოვადგინეთ რა განსახილველი რიცხვი ნამრავლის სახით ჩვენ მას მივეცით ახალი ფორმა რომელიც გადამწყვეტი აღმოჩნდა განსახილველი ამოცანის ამოსახსნელად სხვა შემთხვევებში შეიძლება უმჯობესი აღმოჩნდეს რიცხვი ჯამის ან წილადის სახით წარმოვადგინოთ - შესაძლებლობები აქ მრავალფეროვანია

ახლა განვიხილოთ ტრიგონომეტრიული ამოცანა ვთქვათ α β და γ-არმახვილკუთხა სამკუთხედის კუთხეებია დავამტკიცოთ რომ

$$\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma \le 2$$

აქაც მოხერხებული გარდაქმნები, უტოლობის სხვა ფორმით წარმოდგენა დამტკიცების მარტივ გზას მიგვანიშნებს წარმატება გარანტირებულია თუ უტოლობის მარცხენა ნაწილში, მაგალითად, ბოლო შესაკრებს შევცვლით $1-\cos^2\gamma$ სხვაობით ხოლო პირველ ორს - $\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$ და $\frac{1-\cos 2\beta}{2}$ სახის გამოსახულებებით ჩვენ ვისარგებლეთ ფუნქცია სინუსის გარდაქმნის მხოლოდ ორი ფორმით შეიძლება შემოთავაზებული იქნას მისი გამოსახვის სხვა ფორმებიც - $2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ და სხვა მრავალი

გარდაქმნების ხელოვნება ასე თუ ისე შეიძლება დაგვეხმაროს არამარტო მათემატიკური, არამედ ნაირგვარი ამოცანების ამოსახსნელად გავიხსენოთ თუნდაც თავსატეხი ამოცანა, სადაც საჭიროა გამოითვალოს უმოკლესი მანძილი ოთახის მოპირდაპირე კედლებზე ნებისმიერად მსხდომ ობობასა და ბუზს შორის ამ ამოცანის

ამოხსნა ბევრი თქვენგანისათვის ალბათ ცნობილია უნდა მოხდეს იმ მართკუთხა პარალელეპიპედის გაშლა, რომლის წახნაგებიც ქმნის ოთახის კედლებს იატაკსა და ჭერს, და მასზე (განაშალზე) უნდა შევაერთოდ წრფის მონაკვეთით ის წერტილები სადაც იმყოფება ობობა და ბუზი აქაც გვეხმარება საგნების სხვადასხვა მდგომარეობაში დანახვის უნარი, რომელიც ალბათ ყველა შესაძლო გარდაქმნის შესრულების შედეგად ყალიბდება როგორც ჩანს, აქ ვლინდება ადამიანის ფსიქიკის რაღაც ფუნდამენტური, იმდენად ღრმა თვისება, რომ მისი გამოვლინებანი ჩვენოვის უმეტესწილად გაუცნობიერებელი რჩება მოდით ვცადოთ ასეთი ფრაზის გაგება ,მელიამ ტაში დაუკარ" გაუგებარია არა? ახლა ასეთი მოვსინჯოთ „ცისკარმა აღმოსავლეთი ვარდის ფერით შეიღება"

– „ცისკარმან აღმოსავლეთით ვარდისა ფერად შეჰღება!' (გრ ორბელიანი „სადღეგრძელო") – გაისმის იდუმალი ხმა

-დიახ სწორედ ეს მქონდა მხედველობაში წინა ფრაზა კი ასე გადაკეთდება მელაკუდამ ტაში დაჰკრა '

რით განსხვავდება მოყვანილი ფრაზების გასაგები ვარიანტები გაუგებარი ვარიანტებისაგან? იმით, რომ გასაგებ ფრაზებში სიტყვები დგას სწორ გრამატიკულ ფორმებში – რიცხვში პირში, ბრუნვაში მაგრამ როგორ ეძლევა მათ სწორი ფორმა? ალბათ ყველა შესაძლო ფორმებიდან მათი სწორად არჩევის გზით ლინგვისტები სიტყვის ყველა გრამატიკულ ფორმათა ერთობლიობას, რომელიც ამ სიტყვის უღლების ან ბრუნვის შედეგად მიიღება, მის პარადიგმას უწოდებენ და, როდესაც მეტყველების პროცესში ჩვენი ტვინი თავის გაუცნობიერებელ სიღრმეებში მორიგი ფრაზის კონსტრუირებას ახდენს, შემადგენელი ნაწილებით მისი მომარაგება სწორედ პარადიგმების მეშვეობით ხორციელდება

დამახასიათებელი ხომ არ არის რაღაც ამგვარი მათემატიკური აზროვნების პროცესისთვისაც? უთუოდ, ზემოთ მოყვანილი მაგალითები ამას ადასტურებენ

ამგვარად, ჩვენ გავარჩიეთ მათემატიკური მსჯელობების განმავითარებელი უმნიშვნელოვანესი პრინციპი – პარადიგმის პრინციპი, ასე შეიძლება ვუწოდოთ მას შეიძლება ვინმემ იკითხოს ასეთი მნიშვნელოვანი პრინციპი აქამდე რატომ გვრჩებოდა შეუმჩნეველი? მიზეზი შემდეგშია ის იმდენად ბუნებრივია რომ მისი ათვისება და გამოყენება გაუცნობიერებლად ხდება

ჩვენს მიერ განხილულ ტრიგონომეტრიულ მაგალითში მოყვანილი სინუსის პარადიგმის ფრაგმენტები შეიძლება ასე განვავრცოთ

$$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{1-\cos^2 x} = \sqrt{\frac{1-\cos 2x}{2}} = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} = \frac{2tg\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}} =$$

$$= \frac{e^{u} - e^{u}}{2} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - $$

ალბათ შენიშნეთ, ფუნქცია სინუსის შესახებ თქვენთვის ნაცნობი გამონათქვამების ერთობლიობას დაემატა ორი ახალი, რომლებიც უმაღლესი მათემატიკის კურსში შეისწავლება რა სიახლესაც არ უნდა ვეცნობოდეთ მათემატიკის ამა თუ იმ თემის შესწავლის კვალობაზე, უნდა ვეცადოთ გამოვავლინოთ მისი ყველა შესაძლო ფორმა - ხმარებაში მისაღები ცნების სხვადასხვანაირი განსაზღვრებანი, გამოყენებული გამოსახულების სხვადასხვა წარმოდგენები, დამტკიცებული თეორემის სხვადასხვა ფორმულირებები და ა შ

ახლა უფრო ღრმად დავუკვირდეთ ამგვარი პარადიგმების მიზანშეწონილობას გრამატიკულ მაგალითებში იგი საშუალებას გვაძლევდა ფრაზები გასაგები გაგვეხადა ეს გამოგვდიოდა მაშინ როდესაც სიტყვათა გრამატიკული ფორმები ერთმანეთს შეესაბამებოდნენ - მხოლოდ მაშინ ერთიანდებოდნენ სიტყვები გამართულ ფრაზაში ანალოგია გვკარნახობს, რომ მათემატიკური გამონათქვამების ფორმათა ვარირება მათ შეკავშირებას ემსახურება მათემატიკური მსჯელობების ერთიან და მწყობრ ჯაჭვში ამაზე საუბარი შეიძლება დავიწყოთ ერთი სახუმარო, მაგრამ, ჩვენი აზრით, მეტად მნიშვნელოვანი მაგალითით

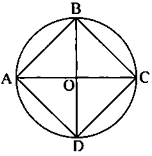
ერთხელ პატარა გოგონას მარკ ტვენისათვის უკითხავს გიყვარს თუ არა წიგნების საჩუქრად მიღება დაბადების დღესო „იცი, ჩემო კარგო - უპასუხნია დიდ იუმორისტს, - აქ ყველაფერი იმაზეა დამოკიდებული, თუ როგორ წიგნს მჩუქნიან თუ წიგნს ტყავის ყდა აქვს, მასზე შეიძლება სამართებლის პირს აწყობა თუ წიგნი თხელია, იგი შეიძლება გამოდგეს მაგიდის მორყეული ფეხის ქვეშ ამოსადებად ძველი მძიმე წიგნი აკიდებული ძაღლის მოსაგერიელებლადაა კარგი ხოლო დიდი გეოგრაფიული ატლასის მსგავსი წიგნი გამოსადეგია ფანჯარაში ჩამსხვრეული მინის მაგივრად ჩასასმელად'

თავისი პასუხით მ ტვენმა აჩვენა დივერგენტული (შემოქმედებითი) ანუ უბრალოდ რომ ვთქვათ, მოქნილი აზროვნების ნიმუში, უნარი დაინახო ერთი და იგივე საგანი სხვადასხვა მდგომარეობაში, ზოგჯერ მოულოდნელ ასპექტებში სხვადასხვა სიტუაციაში

აღნიშნული უნარის გამოვლენის საილუსტრაციოდ მოვიყვანოთ მათემატიკური ხასიათის მაგალითი დავხაზოთ წრეწირი ავიღოთ მასზე თანაბრად დაშორებული

ოთხი წერტილი და შევაერთოდ ისინი მიმდევრობით წრფის მონაკვეთებით დავსვათ ასეთი კითხვა რას წარმოადგენს მიღებულ ფიგურაში ***AC*** მონაკვეთი? (ნახ 5)

ალბათ, ზოგიერთი იტყვის



ნახ 5

- წრეწირის დიამეტრს კვადრატის დიაგონალს ***ABC*** სამკუთხედის ფუძეს ამ სამკუთხედის ჰიპოტენუზას – იგი ხომ მართკუთხაა! წრეწირში ჩახაზული ***CAB*** კუთხის გვერდს ***DAB*** კუთხის ბისექტრისას ***BD*** მონაკვეთის შუამართობს ***AO*** და ***OC*** მონაკვეთების ჯამს მონაკვეთს, რომელიც ***BD***-ს ტოლია ***ABC*** კუთხის მომჭიმავ ქორდას ***ABC*** და ***ADC*** სამკუთხედების საერთო გვერდს მთლიანი ფიგურის სიმეტრიის ღერძს

ბოლოს შეიძლება ესეც ითქვას

– ორი პარალელური წრფის მესამე წრფით გადაკვეთის შესახებ თეორემაში განიხილება მკვეთის მონაკვეთი რომელიც მოთავსებულია პარალელურ წრფეებს შორის ჩვენს ნახაზზე ***BC*** და ***AD*** პარალელური წრფეების მონაკვეთებია ხოლო ***AC*** - მკვეთის მონაკვეთი

- ყველა ეს პასუხი სწორია მაგრამ განსაკუთრებით ფასეულია უკანასკნელი რომელიც მიგვანიშნებს თუ როგორ უნდა შევუწყოთ ხელი მათემატიკური მსჯელობების შემდგომ განვითარებას, მისი სხვადასხვა ასპექტების დეტალურ განხილვისას როგორც ხე აღმოცენდება პატარა თესლიდან ისე ბოლო პასუხში ***AC*** მონაკვეთიდან „აღმოცენდა“ თეორემა პარალელური წრფეების შესახებ საკმარისი იყო კიდევ დაგვეძაბა მეხსიერება და ისევ რამდენიმე თეორემა ,ამოტივტივდებოდა‘ სხვა პასუხებიდან - მაგალითად, თუ ***AC*** მონაკვეთში მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზას დავინახავთ, შეიძლება გავიხსენოთ პითაგორას თეორემა და ა შ

დივერგენტული ანუ შემოქმედებითი აზროვნება ინტელექტუალური საქმიანობის ის ფორმაა რომლის დროსაც დიდი მნიშვნელობა ენიჭება რაც შეიძლება მეტი რაოდენობის რაც შეიძლება ორიგინალური და მოულოდნელი მოსაზრებების შექმნას, აზროვნების ელასტიურობას, ერთი და იგივე პრობლემის გადაჭრის ალტერნატიული გზების აღმოჩენას აზროვნების ეს ფორმა ყველაზე მეტად შემოქმედებითი საქმიანობისთვისაა დამახასიათებელი

სასკოლო პრაქტიკაშიც სწავლის/სწავლების დივერგენტული ფორმა უფრო ხშირად შემოქმედებითი ხასიათის საგნებში გვხვდება მაგალითად, ლიტერატურაში განსაზღვრულ თემაზე თავისუფალი არჩევანით, ლექსების წერა, რომლის დროსაც

მოსწავლეები წარმოადგენენ ლიტერატურული ნაშრომის დამოუკიდებელ ვარიანტებს, ხატვაში - პეიზაჟების ხატვა ისე, რომ თითოეული მოსწავლე ქმნიდეს საკუთარ ორიგინალურ ნახატს; მუსიკაში - მუსიკალური ნაწარმოების საკუთარი ინტერპრეტაციის ან მარტივი კომპოზიციის შესრულება, ტექნიკურ დისციპლინებში - გამოგონებების შემოთავაზება, მათემატიკაში და ფიზიკაში რაიმე ,აღმოჩენის' ან ორიგინალური მოსაზრებების შემოთავაზება და ა შ მიახლოებით ამგვარი შეიძლება იყოს სასკოლო ცხოვრებაში დივერგენტული სწავლის/სწავლების ზოგიერთი კონკრეტული ფორმა

სწავლის/სწავლების ასეთი ფორმის ამოცანაა ინიციატივისა და დამოუკიდებლობის წაქეზება, ყურადღების მიქცევა შემოქმედებითობაზე (საკუთარი ორიგინალური გადაწყვეტილებების მიღების უნარი, სხვადასხვა მოსაზრებების წამოყენების უნარი და სხვ), სიახლეებისა და გამოგონებების წაქეზება ამ დროს იკვეთება ზოგიერთი პიროვნული მახასიათებელი (ინიციატივა მზადყოფნა რაღაც ახლის, არატიპიურის შესაქმნელად) სწავლის ამ სახეობაში მოსწავლეთა ძირითადი საქმიანობა უკვე ხსენებული დივერგენტული პროცესებია სხვადასხვა მოსაზრებების წამოყენება, გამომგონებლობა; უჩვეულო, ორიგინალური და იშვიათი გადაწყვეტილებების მიღება; აზროვნების სისხარტე და მოქნილობა ტოლერანტობა წინააღმდეგობების მიმართ და ლოგიკურად დაუკავშირებელი მოსაზრებების დაძლევა; პარადოქსის გრძნობა და სხვ შეფასება ასეთი ტიპის სწავლაში უფრო პიროვნების შემოქმედებითი მახასიათებლების და დამოკიდებულებების შეფასებაა ნაწილობრივ კი, შემოქმედებითი მხარისა - მოცემულ პროცესში თუ მსგავსი რამ არ ხორციელდება, სწავლის ეს სახეობა შეიძლება დასაწყისშივე უნაყოფო აღმოჩნდეს

ახლა ვნახოთ როგორ ,მუშაობს" პარადიგმის პრინციპი ,სუფთა" სტანდარტული სასკოლო მათემატიკური ამოცანების ამოსახსნელად

ვქვათ, ამოსახსნელია ამოცანა ,რაც შეიძლება სწრაფად შევამოწმოთ $65^2 + 2112^2 = 2113^2$ ტოლობის ჭეშმარიტება

ამომხსნელს შეიძლება დაებადოს აზრი კვადრატში სწრაფად ახარისხების წესების გამოყენებისა, მაგრამ ის ამ აზრს სწრაფად უკუაგდებს, რადგან მას ისინი უკვე კარგა ხნის მივიწყებული აქვს პრინციპში, მას შეუძლია ისარგებლოს ნებისმიერი ხერხით, შეცვალოს მოცემული ამოცანა მისი ტოლფასი ისეთი ამოცანით რომლის ამოხსნა უფრო სწრაფად და ადვილად შეიძლება აი ისიც ,შევამოწმოთ $2113^2 - 2112^2 = 65^2$ ტოლობის ჭეშმარიტება'

ეს ხომ იგივეა, მაგრამ სხვანაირად

ამ ამოცანის ამოხსნა მარტივად სრულდება

$$2113^2-2112^2=(2113-2112)(2113+2112)=1\ \ 4225=5^2\ \ 13^2=(5\ \ 13)^2=65^2$$

მოცემულ მაგალითზე ჩვენ წავაწყდით ძალიან მარტივ, მაგრამ ყურადსაღებ ფაქტს სხვანაირად, ახლად ჩამოვაყალიბებთ რა ამოცანას (ე ი შევცვლით მას მისი ტოლფასი ამოცანით), ამით შეიძლება საქმე მოგვეცეს უფრო ხელმისაწვდომ ამოცანასთან ვიდრე ამოსავალია' ასე რომ, ხშირად სასარგებლოა ჩვენ თავს დაუსვათ ასეთი კითხვა ,ხომ არ შეიძლება მოცემული ამოცანის სხვანაირად ჩამოყალიბება ანუ ახლად ფორმულირება, რომ ახლებურად „თარგმნილი' ამოცანა ამოსახსნელად უფრო მარტივი და ხელმისაწვდომი აღმოჩნდეს ვიდრე ამოსავალი ამოცანა?'

საინტერესოა როგორ უნდა ამოხსნას წარჩინებულმა მოსწავლემ $|x-2|+|x+5|=7$ განტოლება

პირველ რიგში მან იგი უნდა „გადათარგმნოს" გეომეტრიულ ენაზე რას წარმოადგენს რიცხვითი წრფის ყველა იმ წერტილების სიმრავლე რომელთათვისაც $[-5,2]$ მონაკვეთის ბოლოებიდან მანძილების ჯამი 7-ის (ე ი ამ მონაკვეთის სიგრძის) ტოლია?' პასუხი ცხადია ეს თვით $[-5;2]$ მონაკვეთია

ამოცანის სხვანაირად ანუ სხვა ფორმით ხელახლად ჩამოყალიბება, ე ი მისი შეცვლა ტოლფასი მაგრამ უფრო ხელმისაწვდომი ამოცანით ერთ-ერთი ხშირად გამოსაყენებელი უმნიშვნელოვანესი ევრისტიკული ხერხია რომელიც პარადიგმის პრინციპს ემყარება

შემოქმედებითი სწავლების ფორმებით სარგებლობისას მასწავლებლის მთავარი ამოცანაა მოსწავლეებისათვის ხელსაყრელი პირობების შექმნა ყოველგვარი დაძაბულობის მოხსნით ყველა მოსაზრების (თუნდაც უცნაურის) განხილვით ორიგინალურისა და ინდივიდუალურის მიმართ ყურადღების დათმობით, ზოგიერთი მოსაზრების კრიტიკისაგან თავის შეკავებით და ა შ თუ მასწავლებლის მხრიდან ასეთი დამოკიდებულება არ იქნება, მაშინ ცხადია რომ შემოქმედებითი სწავლის/სწავლების წმინდა ფორმები იმ სტერეოტიპულ მუშაობად იქცევა რომელიც ძალზე გავრცელებულია ჩვენი სკოლის პრაქტიკაში

როგორც ზემოთ აღინიშნა, პარადიგმის პრინციპზე დაფუძნებული ხერხის არსი ერთი და იგივე ამოცანის სხვადასხვა ფორმით წარმოდგენის შესაძლებლობაში გამოიხატება ზოგადად ის შეიძლება ასე წარმოვიდგინოთ

-განვიხილავთ რა ამოცანის პირობიდან გამომდინარე ყველა შესაძლო შედეგს ვღებულობთ პირობის პარადიგმების სასრულ სიმრავლეს რომელთაგან ერთ-ერთი ჩვენი ამოცანის მოთხოვნას ემთხვევა;

-განვიხილავთ რა ამოცანის მოთხოვნიდან გამომდინარე ყველა შესაძლო შედეგს ვღებულობთ მოთხოვნის პარადიგმების სასრულ სიმრავლეს ერთ-ერთი ჩვენი ამოცანის პირობას ემთხვევა

-დასახელებული ორივე პროცესი მონაცვლეობით მიმდინარეობს გარდაქმნილი პირობისა და მოთხოვნის შეპირისპირებამდე

საგაკვეთილო საქმიანობის პროცესში აღნიშნული ხერხის გამოყენების დროს რეკომენდაციას ვიძლევით ვიხელმძღვანელოთ ევრისტიკების შემდეგი სისტემით

1 ცნობილი წესების თეორემებისა და ფორმულების საშუალებით ამოცანის პირობიდან მივიღოთ ყველა შესაძლო შედეგი;

2 შევცვალოთ ამოცანის პირობა ერთ-ერთი შედეგით ისე რომ ახალი პირობიდან უფრო იოლად ჩანდეს ამოცანის მოთხოვნა

3 მეორე პუნქტი გამოვიყენოთ მანამ სანამ არ მივიღებთ ამოცანის მოთხოვნას

4 თუ 1-3 ევრისტიკებმა მიზანთან ვერ მიგვიყვანა, მაშინ თავიდან მივუსადაგოთ ისინი ამოცანის მოთხოვნას

უნდა აღინიშნოს, რომ VII-IX კლასების ალგებრის კურსის ზოგიერთი ამოცანის ამოხსნა, როგორც პირობის, ისე მოთხოვნის გარდაქმნას საჭიროებს რაც მოსწავლეთა მხრიდან გარკვეულ სიძნელეებსა და დროის დიდ დანახარჯებს უკავშირდება ასეთი ამოცანების განხილვა ფაკულტატურ და კლასგარეშე მეცადინეობებზე შეიძლება გადავიტანოთ ამ შემთხვევაში მოსწავლეებს კიდევ ერთი ევრისტიკა შეიძლება შევთავაზოთ

5 მოთხოვნიდან გამომდინარე ყოველი შედეგი შევუპირისპიროთ იმ შუალედურ შედეგებს რომლებიც 1-3 პუნქტებში მიიღება სანამ არ მივაღწევთ გარდაქმნილი პირობისა და მოთხოვნის სრულ დაკმაყოფილებას

პარადიგმის პრინციპზე დაფუძნებული ევრისტიკული ხერხების გამოყენების ილუსტრირება კონკრეტული მაგალითების საშუალებით მოვახდინოთ

ა მ ო ც ა ნ ა ავაგოთ $y = \frac{2x+1}{x}$ ფუნქციის გრაფიკი

ა მ ო ხ ს ნ ა მოცემული ამოცანის ამოსახსნელად საკმარისია №1 ევრისტიკის გამოყენება, რომელიც პირობიდან ერთადერთი შედეგის

$$\frac{2x+1}{x} = 2 + \frac{1}{x}$$

მიღების გარანტიას იძლევა აქ ცხადია, ვსარგებლობთ მრავალწევრის ერთწევრზე გაყოფის მოსწავლეთათვის კარგად ცნობილი წესით

ა მ ო ც ა ნ ა დაშალეთ მამრავლებად $a' + 4a + 3$ მრავალწევრი

ა მ ო ხ ს ნ ა მრავალწევრის ნამრავლის სახით წარმოსადგენად ცნობილია პირობის გარდაქმნის შემდეგი მეთოდები საერთო მამრავლის ფრჩხილებს გარეთ გატანა, შესაკრებთა დაჯგუფება და შემოკლებული გამრავლების ფორმულების გამოყენება ასეთი ამოცანების ამოხსნის ძიების ევრისტიკა მოცემულია №2 ნახაზზე

ამ შემთხვევაში ამოხსნის ძიება შემდეგნაირად სრულდება

1 განვიხილოთ ამოცანის პირობიდან გამომდინარე სხვადასხვა შედეგი (ევრისტიკა №1) მასში შემავალი შესაკრებების პარადიგმების გამოყენებით მოქნილი აზროვნების და დაგროვილი გამოცდილების გამო მრავალწევრის მამრავლებად დაშლის დაჯგუფების ხერხიდან გამომდინარე მოსწავლეები, როგორც წესი შემოგვთავაზებენ შემდეგ შედეგებს

$a^2 + a + 3a + 3$ (1) $\qquad a^2 + 2a + 2a + 1 + 2$ (2)

$a^2 + 4a + 4 - 1$ (3) $\qquad 2a^2 - a^2 + 2a + 2a + 2 - 1$ (4)

და ა შ

2 შევცვალოთ პირობა ნებისმიერი შედეგით (ევრისტიკა №2) მაგალითად (1) შედეგით

$$a^2 + 4a + 3 = a^2 + a + 3a + 3$$

აქედან უკვე იოლია სასურველის დანახვა, ე ი ჩანს შესაკრებების დაჯგუფების პერსპექტივა ფრჩხლებს გარეთ საერთო მამრავლის გამოსატანად

3 ახალ შედეგში იგივური გარდაქმნებით (ევრისტიკა №3), მივდივართ საბოლოო მიზნამდე

$$\left(a^{`} + a\right) + (3a + 3) = a(a + 1) + 3(a + 1) = (a + 1)(a + 3)$$

თუ ამოცანის პირობის შეცვლა (1) შედეგით მეორე ეტაპზე საბოლოო მიზნამდე ვერ მიგვიყვანდა ჩვენ შეგვეძლო გვესარგებლა ნებისმიერი სხვა შედეგით ანალოგიური მსჯელობის თანხლებით

განხილული ხერხი ხშირად ძალზე ეფექტურია უტოლობათა დასამტკიცებლად

ა მ ო ც ა ნ ა დავამტკიცოთ, რომ ნებისმიერი x და y-სათვის

$$\left(x^2 + x^2y - 2x^3\right)\left(8x - 4y - 4\right) \le 0$$

დ ა მ ტ კ ი ც ე ბ ა

1 შევეცადოთ პირობიდან მივიღოთ ყველა შესაძლო შედეგი ქმედება აქ შესაძლებელია წარიმართოს ორი მიმართულებით როგორც პრაქტიკა გვიჩვენებს მოსწავლეთა უმრავლესობა გვთავაზობს მრავალწევრთა გადამრავლებას

მრავალწევრის მრავალწევრზე გამრავლების წესით რაც გვაძლევს ისეთ გამოსახულებას რომელიც კიდევ უფრო ართულებს ამოცანის ამოხსნას

რამდენიმე მოსწავლემ გაანალიზა რა ამოცანის პირობა თითოეული თანამამრავლიდან ფრჩხილებს გარეთ გამოიტანა საერთო მამრავლი და მიიღო შედეგი, საიდანაც კარგად ჩანს შემდგომი გარდაქმნების პერსპექტივები სახელდობრ

$$-x^2(2x-y-1)4(2x-y-1) \qquad (1)$$

2 შევცვალოთ პირობა (1) შედეგით

3 (1)-დან მიიღება ახალი აშკარა შედეგი

$$-4x^2(2x-y-1)^2$$

მიღებული შედეგის ამოცანის მოთხოვნასთან შედარება ცხადს ხდის რომ მოცემულ მრავალწევრთა ნამრავლი არადადებითია

ა მ ო ც ა ნ ა ვაჩვენოთ რომ თუ $a>0$ და $b>0$, მაშინ

$$\frac{a}{1+a}+\frac{b}{1+b}>\frac{a+b}{1+a+b}$$

ა მ ო ხ ს ნ ა

1 პირობიდან გამოვყოთ შედეგი

$$\frac{a+b}{1+a+b}=\frac{a}{1+a+b}+\frac{b}{1+a+b}$$

2 ამოცანის მოთხოვნა შევცვალოთ მიღებული შედეგით და მივიღებთ უტოლობას

$$\frac{a}{1+a}+\frac{b}{1+b}>\frac{a}{1+a+b}+\frac{b}{1+a+b}$$

რომლის ჭეშმარიტება ეჭვს აღარ იწვევს

პარადიგმის პრინციპზე დაფუძნებული ხერხები, საკმაოდ ხშირად გამოიყენება განტოლებათა ამოსახსნელად განტოლების პირობის პარადიგმა (სხვადასხვა ახალ-ახალი ფორმით წარმოდგენა) ხორციელდება სხვადასხვა კერძო ხერხებით რომელთა შორის ყველაზე ხშირად ცვლადების შეცვლა გამოიყენება

დამხმარე უცნობის (ჩასმის) შემოღება-ეს ისეთი ევრისტიკული ხერხია რომელიც არაიშვიათად გამოიყენება ალგებრაში ამოცანის ტექსტის ფორმის შესაცვლელად მისი არსი შემდეგში მდგომარეობს თუ გამოსახულებაში ტოლობაში ან უტოლობაში შედის განსაზღვრული მნიშვნელობათა არის მქონე ცვლადები ან გამოსახულებები, მაშინ შეიძლება ერთი (ან რამდენიმე) ცვლადის

(გამოსახულების) შეცვლა ისეთი გამოსახულებებით რომლებსაც იგივე მნიშვნელობათა სიმრავლე აქვთ

იმის მიხედვით, თუ როგორ იცვლება ამოსავალ გამოსახულებაში ცვლადების რიცხვი ასეთი ჩასმების დროს, შეიძლება განვიხილოთ ცვლადთა შეცვლის სამი სახე ა) ჩასმები, რომლებსაც ცვლადების რიცხვის შემცირებამდე მივყავართ ბ) ჩასმები რომლებიც ცვლადების რიცხვს ინარჩუნებენ; გ) ჩასმები რომლებიც ცვლადების რიცხვს ზრდიან

ერთი შეხედვით შეიძლება მოგვეჩვენოს, რომ განსახილველი ხერხის ეს დამახასიათებელი სახეები მხოლოდ ირიბად, უფრო ზუსტად რომ ვთქვათ ფორმალურად ახასიათებენ ამ ევრისტიკის თავისებურებას, რამდენადაც რეალურ პროცესში ,ამომხსნელი' იშვიათად ფიქრობს მასზე, თუ როგორ იცვლება რაოდენობრივი მიმართებით ცვლადთა მოცემული კომპლექსი მისი თვალსაზრისით უფრო მნიშვნელოვანია ის თუ რამდენად სწრაფად აახლოებს მას არჩეული გზა საბოლოო მიზანს

მეთოდიკური მოსაზრებებიდან გამომდინარე ცვლადთა შეცვლის ეს სამი სახე აუცილებლად უნდა განვასხვავოთ ერთმანეთისაგან დამხმარე უცნობის შემოღების იდეა წარმოიშობა იმ შემთხვევაში როცა ამომხსნელისთვის ამოცანის პირობის წარმოდგენის შესაძლებლობა ჩნდება უფრო „ხილული' ან უფრო ,ნაცნობი ფორმით ორივე ეს მიზანი ურთიერთგანპირობებული და ურთიერთდაკავშირებულია მაგრამ არა ტოლფასი და თითოეულ კონკრეტულ შემთხვევაში ან მთავარ, ან დაქვემდებარებულ როლს თამაშობს სახელდობრ თუ რომელი მათგანი დომინირებს ცვლადების შეცვლის ხერხის შერჩევისას, იმის მიხედვით განისაზღვრება მისი სახე ცვლადთა თავდაპირველ ნაკრებში რაოდენობრივ ცვლილებებთან კავშირში ასე მაგალითად, ჩასმები რომლებსაც ცვლადების რიცხვის შემცირებამდე მივყავართ, განპირობებულია ძირითადად ამომხსნელის სურვილზე მიიღოს ამოცანის პირობის შედარებით კომპაქტური ან შედარებით ერთგვაროვანი ჩანაწერი, ხელსაყრელი შემდგომი მსჯელობების ჩასატარებლად ამასთან როგორც წესი, ამოსავალი ამოცანა რაიმე სპეციალური განტოლებების (კვადრატული, ბიკვადრატული, შექცევადი და ა შ) ამოხსნაზე ან ერთ ან რამდენიმე ცვლადზე დამოკიდებული გამოსახულების (გამოსახულებების) იგივურ გარდაქმნაზე დაიყვანება, რომელთა ამოხსნისა და გარდაქმნის ხერხები კარგადაა ცნობილი ამომხსნელისათვის

ყოველივე აღნიშნულის ილუსტრირება მოვახდინოთ ამოცანათა მაგალითებზე პირველ რიგში განვიხილოთ ამოცანები, რომელთა ამოხსნის იდეა მოიცავს ჩასმებს რომლებსაც ცვლადების რიცხვის შემცირებამდე მივყავართ

ა მ ო ც ა ნ ა რამდენ ზუსტ კვადრატს შეიცავს 2^a+4^b სახის რიცხვების სიმრავლე, სადაც a და b ნატურალური რიცხვებია?

ა მ ო ხ ს ნ ა შემოვიღოთ აღნიშვნა $a=2b+3$ გვაქვს

$$2^{2b+3}+4^b=2^{2b}\left(2^3+1\right)=2^{2b}\ 9=\left(2^b\ 3\right)^2$$

აქედან შეიძლება დავასკვნათ, რომ რიცხვთა მოცემული სიმრავლე უსასრულოდ ბევრ ზუსტ კვადრატს შეიცავს

ა მ ო ც ა ნ ა დავამტკიცოთ რომ ნულისაგან განსხვავებული ნებისმიერი ნამდვილი x და y-სათვის ჭეშმარიტია უტოლობა

$$3\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)-8\left(\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}\right)+10\geq 0$$

ა მ ო ხ ს ნ ა თუ აღვნიშნავთ $\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}$ გამოსახულებას u ცვლადით, მაშინ

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=u^2-2$$

და მოცემული უტოლობა მიიღებს სახეს $3u^2-8u+4\geq 0$, რომელიც ჭეშმარიტია ყველგან, გარდა $\frac{2}{3}<u<2$ შუალედისა მაგრამ მეორეს მხრივ $u=\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}\geq 2$ რაც ამოსავალი უტოლობის ჭეშმარიტებაზე მიგვითითებს

ახლა განვიხილოთ ცვლადების შეცვლის ხერხის მეორე სახე სახელდობრ ჩასმები რომლებიც ცვლადების რიცხვს ინარჩუნებენ

წინასაგან განსხვავებით, ჩასმების ეს სახე განპირობებულია შედარებით კონკრეტული ხასიათის მიზნებით, რომლებიც თან სდევს ამომხსნელს ამა თუ იმ ამოცანის ამოხსნის ძიების პროცესში უფრო ხშირად ასეთებად გვევლინება ირაციონალობისაგან განთავისუთლება მრავალწევრიდან გარკვეული ხარისხის მქონე წევრის გამორიცხვა უარყოფითი კოეფიციენტებისაგან განთავისუფლება და სხვა ცვლადების შეცვლის ამ სახის ხერხის არჩევის მოტივს წარმოადგენს ამოცანის იმ ფორმით დასმის შესაძლებლობა, რომელიც საკმაოდ ნაცნობია ამომხსნელისათვის მოვიყვანოთ მაგალითები

ა მ ო ც ა ნ ა ამოვხსნათ განტოლება $\frac{x^2+x-5}{x}+\frac{3x}{x^2+x-5}+4=0$

$y=\frac{x^2+x-5}{x}$ ჩასმის შემოღებით მოცემული განტოლება კვადრატული გახდება y ცვლადის მიმართ

ა მ ო ც ა ნ ა ამოვხსნათ განტოლება $(7-x^2)^4+(9-x^2)^4=16$

ამოსავალი გატოლება $y=8-x^2$ აღნიშვნის შემოღებით $(y+1)^4+(y-1)^4=16$ სახის განტოლებაზე დადის, რომელიც სათანადო გარდაქმნების შედეგად, თავის მხრივ $y^4+6y^2-7=0$ სახეს ღებულობს

ა მ ო ც ა ნ ა ამოვხსნათ განტოლება $x^3-6x^2+13x-10=0$

$y=x-2$ დამხმარე უცნობის შემოღება საშუალებას გვაძლევს მოცემული კუბური გატოლებიდან გამოვრიცხოთ ცვლადის მეორე ხარისხის შემცველი წევრი

და, ბოლოს, განსახილველი ხერხის მესამე სახის - **ჩასმების, რომლებიც ცვლადების რიცხვს ზრდიან** - განმასხვავებელ განსაკუთრებულობას წარმოადგენს ის რომ მისი არჩევანი ნაკარნახევია ამოცანის ამოსავალი პირობების შედარებით ხილვადი ფორმით წარმოდგენის მიზნიდან გამომდინარე აქედან, როგორც წესი აღნიშნული ხერხი ამოცანის ამოხსნის პროცესს, ტექნიკური თვალსაზრისით მნიშვნელოვნად ართულებს ადრე განხილულ შემთხვევებთან შედარებით

ა მ ო ც ა ნ ა n-ის რომელი ნატურალური მნიშვნელობისათვის წარმოადგენს $\frac{4n+7}{5}$ წილადი მთელ რიცხვს?

ა მ ო ხ ს ნ ა ვთქვათ k ისეთი მთელი რიცხვია რომ რაიმე ნატურალური n-ისათვის წილადი $\frac{4n+7}{5}=k$ თუ $4n+7=5k$ მაშინ $4(n+3)=5(k+1)$ და ამიტომ $n+3$ უნდა იყოფოდეს 5-ზე, რადგან უსგ$(4,5)=1$ აქედან გამომდინარე $n+3=5p$, სადაც $p\in N$ და აქედან $n=5p-3, p\in N$

ა მ ო ც ა ნ ა ამოვხსნათ განტოლება $\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{2x-6}=2$

აქ $u=\sqrt{x+1}$ და $v=\sqrt[3]{2x-6}$ აღნიშვნების შემოღებას მივყავართ

$$\begin{cases} u-v=2 \\ 2u^2-v^3=8 \end{cases}$$

განტოლებათა სისტემამდე, რომლის ამოხსნისა და თავდაპირველ ცვლადთან დაბრუნების შედეგად ვღებულობთ $x_1=-1, x_2=3, x_3=35$

ა მ ო ც ა ნ ა ამოვხსნათ გატოლება $\sqrt[4]{1-x}+\sqrt[4]{15+x}=2$

აქაც $u=\sqrt[4]{1-x}, v=\sqrt[4]{15+x}$ ჩასმები მიგვიყვანს

$$\begin{cases} u+v=2 \\ u^4+v^4=16 \end{cases}$$

სისტემის ამოხსნამდე

ა მ ო ც ა ნ ა ვიპოვოთ $2x+\frac{x-1}{x}-\sqrt{1-\frac{1}{x}}-3\sqrt{x-\frac{1}{x}}=0$ განტოლების დადებითი ამონახსნები

თუ შემოვიღებთ აღნიშვნებს $y=\sqrt{\frac{x-1}{x}}, z=\sqrt{x+1}$, მაშინ მოცემული განტოლება მიიღებს სახეს $y^2-y-3yz+2z^2-2=0$ განვიხილავთ რა მიღებულ განტოლებას როგორც კვადრატულს y ცვლადის მიმართ ადვილად ვიპოვით მის ფესვებს

ცვლადების შეცვლის განხილულ სახეთა თავისებურ შეხამებას წარმოადგენს **ერთგვაროვან განტოლებათა ამოხსნის იდეა**, სადაც დამხმარე უცნობის შემოღების ხერხი ორჯერ გამოიყენება ამასთან პირველ ჩასმას ცვლადების რიცხვის გადიდებამდე, ხოლო მეორეს - მათ შემცირებამდე და საბოლოო გათანასწორებამდე მივყავართ

ა მ ო ც ა ნ ა ამოვხსნათ განტოლება $2(x^2+x+1)^2-7(x-1)^2=13(x^3-1)$

ა მ ო ხ ს ნ ა ვთქვათ, $x^2+x+1=a, x-1=b$, მაშინ მივიღებთ განტოლებას $2a^2-7b^2=13ab$ ან $2a^2-13ab-7b^2=0$

განტოლების ორივე ნაწილის b^2-ზე გაყოფისა ($b\neq 0$ წინააღმდეგ შემთხვევაში $a=0$ ეს კი შეუძლებელია რადგან x^2+x+1 კვადრატული სამწევრი არავითარი x-სათვის ნულს არ უდრის) და $\frac{a}{b}=t$ აღნიშვნის შემოღების შემდეგ ვღებულობთ $t_1=-\frac{1}{2}, t_2=7$ ფესვების მქონე $2t^2-13t-7=0$ კვადრატულ განტოლებას t_1 და t_2-ის მნიშვნელობების აღნიშვნაში ჩასმით და მიღებული განტოლებების შემდგომი ამოხსნით ვღებულობთ $x_1=-1$ $x_2=-0.5$ $x_3=2$ $x_4=4$

დამხმარე უცნობის შემოღების ხერხის ერთ-ერთ ყველაზე გავრცელებული სახეა რიცხვების ან რიცხვითი გამოსახულებების სხვადასხვაგვარი აღნიშვნები გამოთვლითი პროცესის გამარტივების ან ამოსავალი გამოსახულებებისათვის ისეთი

სახის მისაცემად რომელიც უფრო მოსახერხებელი იქნება სასურველი გადაწყვეტილების მისაღებად მსჯელობის ასეთ ხერხს შეიძლება დაერქვას ზოგადი შემთხვევის განხილვა, რამდენადაც შემოღებული აღნიშვნები ამომხსნელს ანთავისუფლებს განსახილველი რიცხვითი გამოსახულების უშუალოდ მიმართვისაგან მანამ, სანამ საბოლოოდ არ იქნება მიღებული ასოითი გამოსახულების გამარტივების შედეგი

ა მ ო ც ა ნ ა გამოთვალეთ $4\frac{2}{183}\ 6\frac{5}{199}-2\frac{181}{183}\ 7\frac{194}{199}-7\frac{5}{199}$

ა მ ო ხ ს ნ ა $\frac{2}{183}=a, \frac{5}{199}=b$ აღნიშვნებით მოცემული გამოსახულება $(4+a)(6+b)-(3-a)(8-b)-7b$ სახეზე მიიყვანება ფრჩხილების გახსნისა და მსგავსი წევრების შეერთების შემდეგ მიიღება $14a$ ამოსავალი გამოსახულების საბოლოო მნიშვნელობაა $\frac{28}{183}$

ა მ ო ც ა ნ ა დავამტკიცოთ, რომ რიცხვი

$$121^3+374^3+26^3-78\ 121\ 374$$

შედგენილია

ბუნებრივია, ამ დებულების დასამტკიცებლად ჩვენ უნდა შევეცადოთ მოცემული გამოსახულების ნამრავლის სახით წარმოდგენას ამისათვის აზრი აქვს რიცხვები 121, 374 26 აღვნიშნოთ შესაბამისად a b c ასოებით რაც მოგვცემს $f(a)$ კუბურ მრავალწევრს a პარამეტრის მიმართ თუ ამ მრავალწევრის წარმოდგენა შეიძლება ნამრავლის სახით, მაშინ მისი ერთ-ერთი თანამამრავლი წრფივი უნდა იყოს (თითოეული a b c პარმეტრის მიმართ) უფრო მეტიც, მოსალოდნელია რომ იგი სიმეტრიული აღმოჩნდეს a b c ცვლადების მიმართ მოცემული გამოსახულების სიმეტრიულობის გამო

ა მ ო ც ა ნ ა მარტივია თუ არა რიცხვი $1+2^{3^{1998}}$?

ა მ ო ხ ს ნ ა რიცხვი 3^{1998} სამის ჯერადია აღვნიშნოთ იგი $3a$-თი და მოცემული რიცხვი ასე ჩავწეროთ

$$2^{3a}+1=\left(2^a\right)^3+1=\left(2^a+1\right)\left(2^{2a}-2^a+1\right)$$

რადგან ამ ნამრავლის თითოეული თანამამრავლი 1-ზე მეტი ნატურალური რიცხვია ამიტომ რიცხვი $2^{3a}+1$- შედგენილია ე ი რიცხვი ასევე $1+2^{3^{1998}}$ შედგენილი იქნება

უნდა შევნიშნოთ, რომ აღნიშნული ხერხის განსაკუთრებულ შემთხვევას წარმოადგენს რიცხვითი პარამეტრების ნაცვლად ასოითი პარამეტრების შემოღება ძიების წარმმართველი ასეთი ევრისტიკული ელემენტების გამოყენებით მნიშვნელოვანი წარმატებები მიიღწევა ისეთ შემთხვევებში, როცა საქმე გვაქვს განტოლებათა და უტოლობათა ამოხსნასთან, მრავალწევრების მამრავლებად დაშლასთან და ა შ

ა მ ო ც ა ნ ა ამოვხსნათ განტოლება

$$y^4 - 2\sqrt{3}y^2 - y + 3 - \sqrt{3} = 0$$

$\sqrt{3} = t$ ჩასმის შემოღებით მოცემული განტოლება კვადრატულად გადაიქცევა t ცვლადის მიმართ $t^2 - (2y^2 + 1)\ t + y^4 - y = 0$

ა მ ო ც ა ნ ა იპოვეთ $x^4 - 12x^2 + 16\sqrt{2}x - 12 = 0$ განტოლების ყველა ამონახსნების ჯამი

ა მ ო ხ ს ნ ა თუ შემოვიღებთ $\sqrt{2} = a$ პარამეტრს მაშინ ამოსავალი განტოლება მიიღებს სახეს $x^4 - 6a^2x^2 + 8a^3x - 3a^4 = 0$ ან $(x-a)^2\ (x^2 + 2ax - 3a^2) = 0$ უკვე ადვილია იმის ჩვენება რომ მოცემული განტოლების ამონახსნებია $\sqrt{2}$ და $-3\sqrt{2}$ და ცხადია ჯამი იქნება $-2\sqrt{2}$

ცვლადის შეცვლის ხერხის პირდაპირ ილუსტრაციას წარმოადგენს ე წ ჩასმები დამატებითი პირობებით ასეთი სახის „პირობით დავალებებს" მიეკუთვნებიან ზოგიერთი სახის ამოცანები გამოსახულებათა მნიშვნელობის გამოთვლაზე იგივეობათა და უტოლობათა დამტკიცებაზე და სხვა მათი ამოხსნის მოსალოდნელი სირთულეები წარმატებული ჩასმის მიგნებაზეა დამოკიდებული თუმცა როგორც წესი ასეთი ამოცანებისათვის შეიძლება მოიძებნოს ამოხსნის სხვა გზებიც, რომელთა ევრისტიკული მდგენელები სრულიად განსხვავებული შეიძლება აღმოჩნდნენ

ა მ ო ც ა ნ ა ვიპოვოთ $\dfrac{x+y}{x-y}$ წილადის მნიშვნელობა, თუ $x^2 + y^2 = 6xy$ და $x > y > 0$

ა მ ო ხ ს ნ ა ამ ამოცანის ამოხსნის შესაძლებელი რამდენიმე ვარიანტის მითითება შეიძლება

ხ ე რ ხ ი 1 რადგან $x > y > 0$ ამიტომ $x + y > 0$ და $x - y > 0$ პირობიდან $x^2 + y^2 = 6xy$ ვღებულობთ $(x+y)^2 = 8xy$ ან $x + y = 2\sqrt{2xy}$, $(x-y)^2 = 4xy$ ან $x - y = 2\sqrt{xy}$ შევასრულებთ რა ჩასმებს, მივიღებთ $\dfrac{x+y}{x-y} = \sqrt{2}$

ხ ე რ ხ ი 1 რადგან $x>y>0$ ამიტომ $x+y>0$ და $x-y>0$ პირობიდან $x^2+y^2=6xy$ ვღებულობთ $(x+y)^2=8xy$ ან $x+y=2\sqrt{2xy}$ $(x-y)^2=4xy$ ან $x-y=2\sqrt{xy}$ შევასრულებთ რა ჩასმებს, მივიღებთ $\frac{x+y}{x-y}=\sqrt{2}$

ხ ე რ ხ ი 2 იმის გათვალისწინებით რომ $x>y>0$ $x^2+y^2=6xy$ ტოლობიდან x ცვლადი გამოვსახოთ y-ით და მივიღებთ $x=3y+2y\sqrt{2}$ ამ ჩასმის შესრულების შედეგად მივიღებთ მოცემული წილადის მნიშვნელობას, რომელიც $\sqrt{2}$-ის ტოლია

ხ ე რ ხ ი 3 რადგან $x>y>0$ ამიტომ $\frac{x+y}{x-y}>0$ ავიყვანოთ ეს წილადი კვადრატში გვაქვს $\frac{x^2+y^2+2xy}{x^2+y^2-2xy}$ მოცემულობის თანახმად $x^2+y^2=6xy$ ამიტომ წილადის კვადრატი იქნება 2-ის ტოლი ხოლო თვით ამოსავალი წილადის მნიშვნელობა - $\sqrt{2}$

მრავალი ალგებრული შინაარსის ამოცანის, მაგალითად დიოფანტეს განტოლებების, პარამეტრზე დამოკიდებული განტოლებების, განტოლებათა სისტემების ამოსახსნელად ფუნქციის გამოსაკვლევად, მისი უმცირესი და უდიდესი მნიშვნელობების მოსაძებნად და ა შ სარგებლობენ ევრისტიკული ხერხით რომელიც რაიმე ცვლადის (ცვლადების) მეორე სხვა ცვლადით გამოსახვაში მდგომარეობს

ამ ჩასმის არსი იმაში გამოიხატება, რომ განსახილველ განტოლებაში ერთ-ერთი უცნობი განიხილება როგორც პარამეტრი და შემდგომი მსჯელობა სხვა უცნობის (ან უცნობების ერთობლიობის) ან პარამეტრის მიმართ წარმოებს

ა მ ო ც ა ნ ა ამოვხსნათ განტოლება

$$a^2-2(x^2-5x-1)a+x^4-10x^3+22x^2+12x=0$$

ა მ ო ხ ს ნ ა ჩავთვალოთ x პარამეტრად და მოცემული განტოლება ამოვხსნათ როგორც კვადრატული a-ს მიმართ მივიღებთ, რომ $a=x^2-6x$ ან $a=x^2-4x-2$ ყველაფერი ეს საშუალებას გვაძლევს მოცემული ამოცანის პირობა შევცვალოთ სხვა, მისი ტოლფასი პირობით „ x-ის რა მნიშვნელობისთვისაა ჭეშმარიტი $a=x^2-6x$ და $a=x^2-4x-2$ ტოლობებიდან ერთ-ერთი მაინც?" მოცემული ამოცანა, ამგვარად ფორმულირებული, უკვე ადვილი ამოსახსნელია

ამ ამოცანის ამოსახსნელად ფაქტიურად ჩვენ გამოვიყენეთ პარადიგმის პრინციპი (იხ სამეცნიერო შრომების კრებული, აღორძინების ფონდი , ინტელექტი

1998 წ №2, გვ 77), რომელიც საფუძვლად უდევს მრავალ ევრისტიკულ ხერხს ჩვენ სხვა სახით ჩამოვაყალიბეთ ამოცანა, შემდეგ კი ამ ამოცანისათვის გადავედით გამოსახვის სხვა ხერხზე რომელიც მთელის ნაწილებად დაყოფას ამოცანის ქვეამოცანათა ერთობლიობაზე დაყვანას ანუ რედუქციას უკავშირდება

მათემატიკის და ფიზიკის მრავალი ამოცანის გადასაწყვეტად საჭირო ხდება ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლისა და მასთან დაკავშირებული საკითხების ექსტრემუმისა თუ უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობების გამოთვლა ზემოჩამოთვლილი ყველა ამოცანა თავის შინაარსით სტანდარტულია და საშუალო სკოლის კურსიდან კარგადაა ცნობილი მათი გადაჭრის ალგორითმები რომლებიც ფუნქციის წარმოებულის ცნებას ემყარება

ზოგჯერ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლისა თუ ექსტრემუმის პოვნა შესაძლებელია წარმოებულის გამოყენების გარეშე, ე წ ელემენტარული ხერხებით თუმცა, ისინი ხშირად მოსწავლეთაგან მიხვედრის უნარის გამომჟღავნებას და გონების გარკვეულწილად დაძაბვას მოითხოვს

ჩვენ განვიხილავთ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლის მოძებნის ერთ არასტანდარტულ ხერხს, რომელიც შემდეგში მდგომარეობს $y=f(x)$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლის მოსაძებნად საჭიროა ვიპოვოთ a-ს ყველა მნიშვნელობა რომლებისთვისაც $f(x)=a$ განტოლებას ერთი მაინც ნამდვილი ფესვი გააჩნია

საილუსტრაციოდ განვიხილოთ რამდენიმე ამოცანა

ა მ ო ც ა ნ ა ვიპოვოთ $y=\dfrac{3x}{4x^2-x+1}$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე

ა მ ო ხ ს ნ ა ვთქვათ a პარამერტრია ამოვხსნათ

$$\frac{3x}{4x^2-x+1}=a$$

განტოლება და გამოვიკვლიოთ იგი ნამდვილი ფესვების არსებობაზე a პარამეტრის მიმართ რადგან $4x^2-x+1\neq 0$ ნებისმიერი ნამდვილი x-სათვის, ამიტომ ვღებულობთ $4ax^2-(a+3)x+a=0$ კვადრატულ განტოლებას, რომელსაც ერთი მაინც ნამდვილი ფესვი ექნება მაშინ, როცა მისი დისკრიმინანტი

$$D=(a+3)^2-16a^2\geq 0$$

ამ უტოლობის გარდაქმნით ვღებულობთ

$$\left(a+\frac{3}{5}\right)(a-1)\leq 0$$

უტოლობას, რომლის ამონახსნებია $-\frac{3}{5} \le a \le 1$ შუალედში მოთავსებული რიცხვები მაგრამ $a = y$ და ამიტომ $-\frac{3}{5} \le y \le 1$ ე ი მოცემული ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლეა $\left[-\frac{3}{5}; 1\right]$ შუალედი

ა მ ო ც ა ნ ა განვსაზღვროთ $y = \dfrac{x^2 - 10x + 7}{2x^2 - 1}$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე და ვიპოვოთ x ცვლადის ის მნიშვნელობები რომლებისთვისაც მოცემული ფუნქცია ღებულობს ექმტრემალურ მნიშვნელობებს

ა მ ო ხ ს ნ ა განვიხილოთ $\dfrac{x^2 - 10x + 7}{2x^2 - 1} = a$ (1) განტოლება და გამოვიკვლიოთ იგი ნამდვილი ფესვების არსებობაზე a პარამეტრის მიმართ შესაბამისი გარდაქმნების შედეგად ვღებულობთ x-ის მიმართ კვადრატულ $(2a-1)x^2 + 10x - (a+7) = 0$ განტოლებას, რომელსაც ერთი მაინც ნამდვილი ფესვი ექნება მაშინ, როცა მისი დისკრიმინანტი $D = 25 + (2a-1)(a+7) \ge 0$ (2) და $2x^2 - 1 \ne 0$ მე-(2) უტოლობის გარდაქმნით ვღებულობთ

$$\left(a + 4\frac{1}{2}\right)(a+2) \ge 0$$

უტოლობას, რომლის ამონახსენია $a = y \in \left(-\infty; -4\frac{1}{2}\right] \cup [-2; +\infty)$

ახლა დგება მოცემული ფუნქციის ექსტრემუმის წერტილების მოძებნის საკითხი ამისათვის (1) განტოლებაში ჩავსვათ a-ს უკიდურესი მნიშვნელობები - $a_1 = -4\frac{1}{2}$ და $a_2 = -2$ გვაქვს

ა) $\begin{cases} \dfrac{x^2 - 10x + 7}{2x^2 - 1} = -\dfrac{9}{2}, \\ 2x^2 - 1 \ne 0; \end{cases}$

$\Downarrow$

$\begin{cases} 4x^2 - 4x + 1 = 0, \\ x^2 \ne \dfrac{1}{2}, \end{cases}$

$\Downarrow$

$x_1 = \dfrac{1}{2}.$

ბ) $\begin{cases} \dfrac{x^2 - 10x + 7}{2x^2 - 1} = -2, \\ 2x^2 - 1 \ne 0; \end{cases}$

$\Downarrow$

$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 = 0, \\ x^2 \ne \dfrac{1}{2}; \end{cases}$

$\Downarrow$

$x_2 = 1.$

ავარად მოცემული ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლეს განსაზღვრავს $y \le -4\frac{1}{2}$ და $y \ge -2$ უტოლობები, ხოლო ექსტრემუმის წერტილებს - $x = \frac{1}{2}$ და $x = 1$ რიცხვები

ფიზიკიდან ცნობილია რომ ორი სხეულის ამოცანა როდესაც მათ შორის ურთიერთქმედების პოტენციალი უცნობია ამოუხსნადია სამი და მეტი სხეულის ამოცანა ზოგად შემთხვევაში არ ამოიხსნება მაშინაც კი, როცა მათ შორის ურთიერთქმედების პოტენციალი ცნობილია ზოგად შემთხვევაში ორი სხეულის დრეკადი დაჯახების ამოცანაც ამოუხსნადია, ვინაიდან ენერგიისა და იმპულსის შენახვის კანონები ასეთი პროცესის აღწერისათვის ოთხ ალგებრულ განტოლებას იძლევა, როცა საძიებელ უცნობთა რიცხვი (სხეულთა სიჩქარეების კომპონენტები დაჯახების შემდეგ) ექვსის ტოლია

მიუხედავად ყოველივე აღნიშნულისა ზოგიერთ შემთხვევაში შესაძლებელია ორი და მეტი სხეულის ამოცანის ამოხსნა მაგალითისათვის მოვიყვანოთ სამი სხეულის დაჯახების ამოცანა

ა მ ო ც ა ნ ა $V_1 = 1$ სიჩქარით მოძრავი $m_1 = 2$ მასის მქონე ბურთულა ეჯახება $m_2 = x$ მასის უძრავ ბურთულას, რომელიც თავის მხრივ ეჯახება ასევე უძრავ $m_3 = 4$ მასის ბურთულას როგორი უნდა იყოს მეორე ბურთულის მასა რომ მესამე ბურთულამ შეიძინოს მაქსიმალური სიჩქარე, თუ დაჯახებები დრეკადი და ცენტრალურია?

ა მ ო ხ ს ნ ა მეორე ბურთულა შეიძენს $V_2 = \dfrac{2m_1v_1}{m_1 + m_2} = \dfrac{4}{2 + x}$ სიჩქარეს, ხოლო მესამე - $y = V_3 = \dfrac{2m_2v_2}{m_2 + m_3} = \dfrac{8x}{(x+2)(x+4)}$ სიჩქარეს უნდა გამოვარკვიოთ $m_2 = x$ მასის რა მნიშვნელობებისათვის ექნება V_3-ს მაქსიმალური მნიშვნელობა

მეორე ბურთულის საძიებელი მასის საპოვნელად გამოვთვალოთ

$$y = \frac{8x}{(x+2)(x+4)}$$

ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე და მოვძებნოთ x ცვლადის ის მნიშვნელობები რომლებისთვისაც ეს ფუნქცია ღებულობს ექსტრემალურ მნიშვნელობებს y ჩავთვალოთ პარამეტრად და x-ის მიმართ ამოვხსნათ

$$\frac{8x}{(x+2)(x+4)} - y = 0$$

განტოლება როცა $x \neq -2$; -4-საგან გვაქვს $yx^2+(6y-8)x+8y=0$

მიღებული კვადრატულ განტოლებას ნამდვილი ამონახსნები მაშინ ექნება როცა $D=(3y-4)^2-8y^2 \geq 0$ ანუ როცა $\left(y-(12-8\sqrt{2})\right)\left(y-(12+8\sqrt{2})\right)\geq 0$ ამ უკანასკნელი უტოლობიდან გამომდინარე, განსახილველი ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლეს განსაზღვრავს $y \leq 12-8\sqrt{2}$ და $y \geq 12+8\sqrt{2}$ უტოლობები x-ის იმ მნიშვნელობების საპოვნელად რომლებისთვისაც მოცემული ფუნქცია ღებულობს უკიდურეს მნიშვნელობებს, $y=12-8\sqrt{2}$ და $y=12+8\sqrt{2}$ ჩავსვათ მოცემულ ფუნქციაში და მივიღებთ

ა) $$\begin{cases} \dfrac{8x}{(x+2)(x+4)}=12-8\sqrt{2}, \\ x \neq -2, \\ x \neq -4; \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \left(3-2\sqrt{2}\right)x^2+4\left(4-3\sqrt{2}\right)x+24-16\sqrt{2}=0, \\ x \neq -2, \\ x \neq -4; \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$x=2\sqrt{2}.$$

ბ) $$\begin{cases} \dfrac{8x}{(x+2)(x+4)}=12+8\sqrt{2}, \\ x \neq -2, \\ x \neq -4; \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \left(3+2\sqrt{2}\right)x^2+4\left(4+3\sqrt{2}\right)x+24+16\sqrt{2}=0, \\ x \neq -2, \\ x \neq -4; \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$x=-2\sqrt{2}.$$

მიღებული $x=2\sqrt{2}$ და $x=-2\sqrt{2}$ მნიშვნელობებიდან მეორე ამოცანის პირობისათვის მიუღებელია ამიტომ საბოლოოდ შეიძლება დავასკვნათ რომ მესამე ბურთულა შეიძენს მაქსიმალურ სიჩქარეს, როცა მეორე ბურთულის მასა იქნება $m_2=2\sqrt{2}$

ზემოთ განხილულ თავის შინაარსით სტანდარტულ ამოცანებში ჩვენ გამოვიყენეთ ამოხსნის არასტანდარტული ხერხი რომელიც ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლის ტრადიციული ხერხით მოძებნის ამოცანის სხვანაირი ფორმით ჩამოყალიბებით, მასთან დაკავშირებულ სხვა ამოცანებზე გადასვლით მიიღება მაგრამ, ამოცანის ერთი სახიდან მეორე სახეზე ასეთი გადასვლა დამოკიდებულია არამარტო იმაზე, საერთოდ შესაძლებელია თუ არა ამოცანის პირობის სხვადასხვანაირად წარმოდგენა, არამედ ამოცანის ამოხსნის მაძიებლის ცოდნასა და წარსულში მის მიერ მსგავსი ამოცანების ამოხსნის შედეგად მიღებულ

გამოცდილებაზეც ამიტომ ამგვარი საძიებო მოღვაწეობა განსაკუთრებულ მომზადებას მოითხოვს როგორც მასწავლებლის, ისე მოსწავლეების მხრიდან

ვფიქრობთ უდავოა იმის კონსტატაცია რომ რაც მეტი რაოდენობის ხერხების გამოყენებას ვასწავლით მოსწავლეებს კონკრეტული ამოცანების ამოხსნის მაგალითებზე მით უფრო კარგად დაეუფლებიან ისინი ამოცანათა ამოხსნის ძიების ჩვევებს, რაც დიდად შეუწყობს ხელს მათი შემოქმედებითი აზროვნების განვითარებასა და სრულყოფას

ა მ ო ც ა ნ ა იპოვეთ $\frac{(3b-a)(2a+5b)(3a-4b)}{(a+2b)(4a-b)(7a-2b)}$ წილადის მნიშვნელობა თუ $2a^2+2b^2=5ab$, $b>a>0$

ა მ ო ხ ს ნ ა პირობის თანახმად $2b^2-5ab+2a^2=0$ ჩავთვლით რა a-ს პარამეტრად და ამოვხსნით მას, როგორც კვადრატულს b-ს მიმართ მივიღებთ $b_1=2a, b_2=0{,}5a$ მაგრამ, თუ მხედველობაში მივიღებთ იმას, რომ $b>a>0$ გვექნება $b=2a$ b-ს ამ მნიშვნელობის შეტანა წილადის მრიცხველსა და მნიშვნელში გვაძლევს მის საბოლოო მნიშვნელობას (-10)-ს

ხშირ შემთხვევაში მიზანშეწონილია არა თვით ცვლადის, არამედ მისი ხარისხის ან თვით მთელი გამოსახულების გამოსახვა სხვა ცვლადით მაგალითად იმისათვის რომ ვიპოვოთ $2x^2y^2+y^2-6x^2-12=0$ განტოლების მთელი ამონახსნები ხელსაყრელია $2x^2$ გამოვსახოთ y^2-ით

საძიებო ამოცანების ფუნქციონირების საწყისად რაიმე ერთი ცვლადის მეორე სხვა ცვლადით გამოსახვის ევრისტიკის დახმარებით, შეიძლება განვიხილოთ თემის- „წრფივ განტოლებათა სისტემები“ შესწავლის საკითხი (VII კლასი) მართლაც უმარტივესი ორცვლადიანი განტოლებების და წრფივ განტოლებათა სისტემების ამოსახსნელად ჩასმის ხერხის გაცნობის დროს მოსწავლეები ღებულობენ თუმც არასრულ მაგრამ მაინც საკმარის წარმოდგენას ამ ევრისტიკის ოპერაციული შემადგენლობისა და ამოხსნის ძიების პროცესში მათი კონკრეტული გამოვლინებების შესახებ

აღნიშნული მიმართულება უფრო საინტერესო განვითარებას VII-IX კლასების ალგებრის კურსში ღებულობს, სადაც წილად-რაციონალურ გამოსახულებებზე იგივურ გარდაქმნათა შესრულების ხარჯზე მოსწავლეები მდიდარ შესაძლებლობებს ღებულობენ ამ ხერხის სტრუქტურაში შემავალი ძირითადი ოპერაციების განსახორციელებლად ამ პერიოდისათვის უკვე შეიძლება მოსწავლეებს შევთავაზოთ ამოცანები განუსაზღვრელ განტოლებათა ამოხსნაზე (ორ და სამ ცვლადიანი მაგრამ

არა უმეტეს მესამე ხარისხისა) პარამეტრის შემცველი ამოცანები ამოცანები ფუნქციის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობების პოვნაზე და ა შ

მოკლედ შევეხოთ განუსაზღვრელი განტოლებების ამოხსნის ხერხთა სწავლების საკითხს

განუსაზღვრელ განტოლებებში ჩვენ ვგულისხმობთ ერთზე მეტი ცვლადის შემცველ განტოლებებს ჩვეულებრივ, განუსაზღვრელ განტოლებათა ამოხსნას მთელ რიცხვებში ეძებენ ასეთი სახის განტოლებათა ამოხსნა მოსწავლეებში ხელს უწყობს და ანვითარებს მოსაზრების დაკვირვების, ყურადღების, მახსოვრობის, ფანტაზიის ლოგიკური აზროვნების ანალიზის, სინთეზის, შეპირისპირებისა და განზოგადების უნარის ჩამოყალიბებას აქედან გამომდინარე აუცილებლად მიგვაჩნია მოსწავლეებს გავაცნოთ ასეთი განტოლებების ამოხსნის ზოგიერთი ევრისტიკული ხერხი, რომლებიც პარადიგმის პრინციპს ემყარება

1 ნამრავლად გარდაქმნა

ამოცანა ამოვხსნათ $xy-2x+3y=16$ განტოლება

ამოხსნა იგივი გარდაქმნების მეშვეობით მოცემული განტოლება ასე წარმოდგება

$$x(y-2)+3y-6=10,$$

$$(x+3)(y-2)=10$$

როგორც ვნახეთ განსახილველი განტოლება სხვა სახით წარმოგვიდგა (სხვა სახით -ეს უკვე პარადიგმის პრინციპია) და ჩვენი ამოცანის ახლადფორმულირება ასე შეიძლება ,ამოვხსნათ $(x+3)(y-2)=10$ განტოლება"

ბოლო განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ რიცხვები $(x+3)$ და $(y-2)$ არის 10-ის გამყოფები მაგრამ რიცხვ 10-ს აქვს რვა მთელი გამყოფი ± 1 ± 2, ± 5 ± 10 აქედან გამომდინარე ვღებულობთ განტოლებათა რვა სისტემას

$$\begin{cases} x+3=1 \\ y-2=10 \end{cases} \quad \begin{cases} x+3=-1 \\ y-2=-10 \end{cases} \quad \begin{cases} x+3=5 \\ y-2=2 \end{cases} \quad \begin{cases} x+3=-5 \\ y-2=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3=2 \\ y-2=5 \end{cases} \quad \begin{cases} x+3=-2 \\ y-2=-5 \end{cases} \quad \begin{cases} x+3=10 \\ y-2=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x+3=-10 \\ y-2=-1 \end{cases}$$

ადვილი მისახვედრია, რომ მოცემულ განტოლებას აკმაყოფილებს მთელი რიცხვების რვა წყვილი (-2 12), (-4 -8) (-1 7) (-5 -3) (2 4), (-8 0) (7 3) (-13 1)

ამოცანა ამოვხსნათ $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{p}$ განტოლება სადაც p მარტივია

ა მ ო ხ ს ნ ა შევნიშნოთ, რომ $x \neq 0$ $y \neq 0$ $p \neq 0$ გვაქვს

$$xy = px + py$$

$$(x-p)(y-p) - p^2$$

რადგან p-მარტივია, ამიტომ p^2-ს ექვსი გამყოფი ექნება ± 1 $\pm p$, $\pm p^2$ აქედან გამომდინარე განსახილველ განტოლებას მთელ რიცხვთა შემდეგი ხუთი წყვილი აკმაყოფილებს $(p+1 \quad p+p^2)$ $(p-1 \quad p-p^2)$ $(2p \quad 2p)$ $(p+p^2 \quad p+1)$ $(p-p^2 \quad p-1)$

2 ს ი ნ ჯ ვ ი ს მ ე თ ო დ ი

ა მ ო ც ა ნ ა ამოვხსნათ მთელ რიცხვებში $x+y=xy$ განტოლება

ა მ ო ხ ს ნ ა გარდავქმნათ მოცემული განტოლება, x გამოვსახოთ y-ის საშუალებით მივიღებთ $x = 1 - \frac{1}{1-y}$

ამოცანის ფორმულირება უკვე სხვანაირად შეიძლება (სხვანაირად -ესეც პარადიგმის პრინციპია) იპოვეთ $x = 1 - \frac{1}{1-y}$ განტოლების ამონახსნები მთელ რიცხვებში" სათანადო არართული მსჯელობის შემდეგ ვღებულობთ პასუხს $(x_1 = 0, y_1 = 0), (x_2 = 2, y_2 = 2)$

ა მ ო ც ა ნ ა ამოვხსნათ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$ განტოლება ნატურალურ რიცხვებში

ა მ ო ხ ს ნ ა თავიდანვე დავუშვათ, რომ $x \leq y \leq z$ განვიხილოთ შემდეგი შემთხვევები

ა) $x = 1$ განტოლებას არა აქვს ამონახსენი რადგან $\frac{1}{y} + \frac{1}{z} \neq 0$

ბ) $x = 2$ გვაქვს $\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$ $(y-2)(z-2) = 4$ რადგან $0 \leq y-2 \leq z-2$, ამიტომ ვღებულობთ ორ ამონახსენს (2, 3, 6), (2, 4, 4)

გ) $x = 3$; გარდაქმნის შედეგად გვაქვს $\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{2}{3}$

თუ $y = 3$, მაშინ $z = 3$ ამ შემთხვევაში ამონახსნია (3 3 3) სამეული

თუ $y \geq 4$ მაშინ $z \geq 4$ აქედან გამომდინარეობს, რომ

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} \leq \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} < \frac{2}{3}$$

ეს შეუძლებელია

დ) $x \geq 4$, ამასთან $y \geq 4$ და $z \geq 4$ ამ შემთხვევაში

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} \leq \frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}<1$$

ესეც შეუძლებელია

ამრიგად როცა $x \leq y \leq z$, მაშინ მოცემულ განტოლებას სამი ამონახსენი გააჩნია (2 3, 6) (2, 4 4), (3, 3, 3) თუკი თავიდანვე დაშვების პირობას მოვხსნით კიდევ მივიღებთ შვიდ ამონახსენს (4, 2, 4), (4, 4, 2), (2, 6 3) (3, 2 6) (3 6 2), (6, 2 3) (6 3 2)

ა მ ო ც ა ნ ა ვიპოვოთ ნატურალურ რიცხვთა წყვილები რომელთაგან თითოეულისა და ერთის ჯამი შესაბამისად იყოფა მეორე-მეორე რიცხვებზე

ა მ ო ხ ს ნ ა დავუშვათ, რომ $x \leq y$ ამოცანის პირობიდან გამომდინარეობს რომ $x+1$ და $y+1$ შესაბამისად იყოფა y-ზე და x-ზე ამიტომ ნამრავლი $(x+1)(y+1)=xy+x+y+1$ გაიყოფა xy-ზე თავის მხრივ, აქედან გამოდის, რომ $x+y+1$ იყოფა xy-ზე, ანუ

$$x+y+1=pxy, \ (p \in N)$$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{xy}=p$$

რადგან $x \geq 1$ და $y \geq 1$, გვაქვს

$$0<\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{xy} \leq 1+1+1=3$$

ამიტომ, p-ს შეუძლია 1, 2, 3 მნიშვნელობიდან ერთ-ერთის მიღება

ა) როცა $p=3$ ვღებულობთ

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{xy}=3$$

განტოლებას რომლის ამოხსნა წინა მაგალითის ამოხსნის ანალოგიურია და განსახილველ შემთხვევაში მას წყვილი (1, 1) წარმოადგენს

ბ) როცა $p=2$, გვაქვს $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{xy}=2$ სახის განტოლება რომელსაც ამონახსნები არ გააჩნია

გ) როცა $p=1$, მაშინ $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{xy}=1$ რომელსაც აკმაყოფილებს რიცხვთა წყვილი-(2, 3)

ამგვარად საძიებელ რიცხვთა წყვილებია (1, 1), (2, 3) და (3 2)

3 დამტკიცება საწინააღმდეგოს დაშვებით

ამოცანა დავამტკიცოთ რომ $x^3-2y^3-4z^3=0$ განტოლებას (0 0 0) სამეულის გარდა სხვა ამონახსენი არ გააჩნია

ხერხი I

დამტკიცება განვიხილოთ შემდეგი შემთხვევები

ა) $x\neq 0$, $y\neq 0$, $z\neq 0$ დავუშვათ d არის x y და z რიცხვების უდიდესი საერთო გამყოფი ამასთან $x=dx_1$ $y=dy_1$ $z=dz_1$ და x_1 y_1 და z_1- ურთიერთმარტივია მოცემულ განტოლებაში x y და z ცვლადების მნიშვნელობების ჩასმით ვღებულობთ

$$x_1^3-2y_1^3-4z_1^3=0 \qquad (1)$$

რადგან $2y_1^3$ და $4z_1^3$ ლუწი რიცხვებია, ამიტომ (1) განტოლებიდან გამომდინარეობს x_1^3 ლუწობა და აქედან x_1-ის ლუწობა ე ი $x_1=2x_2$ x_1-ის მნიშვნელობის (1) განტოლებაში ჩასმით და შემდგომი შეკვეცით ვღებულობთ

$$4x_2^3-y_1^3-2z_1^3=0 \qquad (2)$$

ანალოგიური მსჯელობით ვაჩვენებთ რომ y_1 ლუწია ანუ $y_1=2y_2$ მისი (2) განტოლებაში ჩასმით მივიღებთ

$$2x_2^3-4y_2^3-z_1^3=0$$

ანალოგიურად ვაჩვენებთ z_1-ის ლუწობას, ე ი იმას, რომ $z_1=2z_2$ და საბოლოოდ მივიღებთ

$$x_2^3-2y_2^3-4z_2^3=0$$

ამგვარად აღმოჩნდა რომ x_1, y_1 და z_1 რიცხვებს საერთო გამყოფად რიცხვი 2 აქვთ ეს კი წინააღმდეგობაშია დაშვებასთან, რომ x_1, y_1 და z_1 ურთიერთმარტივი რიცხვებია

ბ) x y და z რიცხვებიდან ერთ-ერთი ნულის ტოლია მგალითად თუ $x=0$ მაშინ ვღებულობთ $y^3+2z^3=0$ განტოლებას

თუკი y ან z რიცხვებს შორის ერთ-ერთი ნულის ტოლია მაშინ მეორეც ნულია ამასთან x y და z ყველა ნულია

თუ y და z ნულები არ არიან, მაშინ ა) პუნქტში შესრულებული მსჯელობების ანალოგიის საფუძველზე მივალთ წინააღმდეგობამდე

საბოლოოდ შეიძლება დავასკვნათ, რომ მოცემულ განტოლებას აქვს მხოლოდ ერთი ამონახსენი-(0, 0, 0)

ხ ე რ ხ ი II

დ ა მ ტ კ ი ც ე ბ ა პირველი ამოცანის (1) განტოლებიდან (იხ ხერხი I) ვღებულობთ $x_1 = 2x_2$, $y_1 = 2y_2$, $z_1 = 2z_2$ რადგან $x = 2x_1$ $y = 2y_1$ $z = 2z_1$, ამიტომ $x = 4x_2$ $y = 4y_2$, $z = 4z_2$ და შესაბამისად ვღებულობთ

$$x_2^3 - 2y_2^3 - 4z_2^3 = 0$$

განტოლებას

მსგავსი მსჯელობების საფუძველზე, ბოლოს და ბოლოს მივიღებთ $x_{n-1} = 2x_n$ $y_{n-1} = 2y_n$ $z_{n-1} = 2z_n$, ე ი $x = 2^n x_n$ $y = 2^n y_n$ $z = 2^n z_n$ და შესაბამისად მივდივართ

$$x_n^3 - 2y_n^3 - 4z_n^3 = 0$$

განტოლებამდე

საბოლოოდ გამოდის, რომ x y და z იყოფა რიცხვ 2-ის ყველა ნატურალურ ხარისხზე 2 2^2 2^3 2^n მაგრამ ყოველივე ამას მხოლოდ მაშინ აქვს ადგილი როცა x y და z ერთდროულად უდრის ნულს ამრიგად მოცემულ განტოლებას მხოლოდ ერთი (0, 0, 0) ამონახსენი აქვს

ა მ ო ც ა ნ ა დავამტკიცოთ, რომ

$$x^5 + 3x^4y - 5x^3y^2 - 15x^2y^3 + 4xy^4 + 12y^5 = 33$$

განტოლებას მთელ რიცხვებში ამონახსენი არ გააჩნია

დ ა მ ტ კ ი ც ე ბ ა შევასრულოთ მოცემული განტოლების მარცხენა ნაწილის გარდაქმნა და გვექნება

$$x^5 + 3x^4y - 5x^3y^2 - 5x^2y^3 + 4xy^4 + 12y^5 = x^4(x+3y) - 5x^2y^2(x+3y) + 4y^4(x+3y) =$$
$$(x+3y)(x^4 - 5x^2y^2 + 4y^4) = (x+3y)(x^2-y^2)(x^2-4y^2) = (x+3y)(x+y)(x-y)(x+2y)(x-2y)$$

დავუშვათ რომ მოცემულ განტოლებას აკმაყოფილებს მთელ რიცხვთა რაიმე (x_0, y_0) წყვილი ცხადია რომ $y_0 \neq 0$, რადგან $x_0^5 \neq 33$ თუ $y_0 \neq 0$ მაშინ $x_0 + 3y_0$ $x_0 + y_0$ $x_0 - y_0$ $x_0 + 2y_0$ $x_0 - 2y_0$ წყვილ-წყვილად განსხვავებული რიცხვებია ამიტომ აუცილებელია რიცხვი 33 წარმოდგეს ხუთი წყვილ-წყვილად განსხვავებული მთელი მამრავლის ნამრავლის სახით ეს შეუძლებელია, რადგან 33 შეიძლება წარმოდგეს მაქსიმუმ ოთხი წყვილ-წყვილად განსხვავებული მთელი თანამამრავლის ნამრავლად $33 = (-1)\cdot 1\cdot(-3)\cdot 11 = (-1)\cdot 1\cdot 3(-11)$

აქედან გამომდინარეობს რომ განსახილველ განტოლებას მთელ რიცხვებში ამონახსენი არ გააჩნია

4 ერთადერთობის მეთოდი

ა მ ო ც ა ნ ა ამოვხსნათ $(x_1^2+1)(x_2^2+2^2)\quad(x_n^n+n^2)=2^n\ n'\,x_1\ \ x_2\ \ \ x_n$ (სადაც $n\in N$) განტოლება ნატურალურ რიცხვებში

ა მ ო ხ ს ნ ა კოშის უტოლობის გამოყენებით ვღებულობთ

$$x_1^2+1\ge 2x_1 \qquad (1)$$
$$x_2^2+2^2\ge 2\ \ 2x_2 \qquad (2)$$

$$x_n^2+n^2\ge 2nx_n \qquad (n)$$

ზემოთ აღნიშნული უტოლობები ტოლობებად გადაიქცევიან შესაბამისად მაშინ როცა $x_1=1\quad x_2=2\quad\ x_n=n$ ამ უტოლობების წევრობრივი გადამრავლებით ვღებულობთ

$$(x_1^2+1)(x_2^2+2^2)\quad(x_n^n+n^2)\ge 2^n\ n'\,x_1\ \ x_2\ \ \ x_n$$

საიდანაც $x_1=1\quad x_2=2\quad\ x_n=n$

ამგვარად მოცემულ განტოლებას აქვს ერთი ამონახსენი $(1\ 2\quad n)$

5 კერძო შემთხვევიდან ზოგადზე გადასვლა

ა მ ო ც ა ნ ა ამოვხსნათ $\underbrace{\sqrt{x+\sqrt{x+\quad\sqrt{x}}}}_{\text{ფესვის 2004 ნიშანი}}=y$ განტოლება

ა მ ო ხ ს ნ ა შევნიშნავთ რომ (0, 0)-განტოლების ამონახსენია თუ განტოლების მარცხენა ნაწილში ფესვის ერთი ნიშანია, მაშინ განტოლებას $\sqrt{x}=y$ ან $x=y^2\quad(x\ge 0)$ სახე აქვს და მისი ამონახსენია $(t^2\ t)$, სადაც $t\in Z_0$

თუ განტოლების მარცხენა ნაწილში ფესვის ორი ნიშანია მაშინ ვღებულობთ განტოლებას

$$\sqrt{x+\sqrt{x}}-y, \qquad (1)$$
$$x+\sqrt{x}=y^2 \qquad (2)$$
$$\sqrt{x}=y^2-x$$

ეს ნიშნავს, რომ $\sqrt{x}$-ნატურალური რიცხვია $\sqrt{x}=t\quad(t\in N)$ ჩავსვათ $x=t^2$ (2) განტოლებაში და მივიღებთ $t\ (t+1)=y^2$ მაგრამ $t^2<t(t+1)<(t+1)^2$

აქედან გამომდინარეობს, რომ $t^2<y^2<(t+1)^2$ ეს შეუძლებელია ამგვარად (1) განტოლებას აქვს ერთი ამონახსენი-(0, 0)

თუ განტოლების მარცხენა ნაწილში ფესვის სამი ნიშანია, მაშინ ვღებულობთ

$$\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}=y \qquad (3)$$

$$\sqrt{x+\sqrt{x}}=y^2-x$$

$$\sqrt{x+\sqrt{x}}=y_1$$

სადაც $y_1=y^2-x$

$\sqrt{x+\sqrt{x}}=y_1$ განტოლებას, (1) განტოლების ანალოგიურად, ერთი ამონახსენი აქვს-(0 0)

თუ ანალოგიურ მსჯელობებს გავაგრძელებთ, საბოლოოდ მივალთ იმ დასკვნამდე, რომ მოცემულ განტოლებას მხოლოდ ერთი-(0, 0) ამონახსენი გააჩნია

შევნიშნავთ, რომ განუსაზღვრელ განტოლებათა ამოხსნის ჩვენს მიერ ზემოთ მოყვანილი მაგალითების უდიდესი ნაწილით სარგებლობა მიზანშეწონილად მხოლოდ მათემატიკის წრისა და ფაკულტატურ მეცადინეობებზე მიგვაჩნია

VIII კლასში, უმარტივესი ტრიგონომეტრიული ფუნქციების შესწავლისას ფართოდ გამოიყენება პარადიგმის პრინციპზე დაფუძნებული ხერხი სადაც გამოყენებულია სინუსის კოსინუსის და სხვა ფუნქციების პარადიგმები

ამოცანის პირობის სხვადასხვა ფორმით წარმოდგენა (პარადიგმა) შეიძლება მოხდეს როგორც განზოგადების ასევე კონკრეტიზების მიმართულებით

საილუსტრაციოდ მოვიყვანოთ მაგალითი განზოგადების მიმართულებაზე

ა მ ო ც ა ნ ა ერთისგან განსხვავებული რიცხვებისაგან სამი ოპერაციის დახმარებით შევადგინოთ გამოსახულება, რომლის მნიშვნელობა 1-ის ტოლია

ა მ ო ხ ს ნ ა

I **ხ ე რ ხ ი** ვახდენთ შემოთავაზებულ ოპერაციათა რაოდენობის აბსტრაგირებას და ვწერთ გამრავლების ოპერაციით ნაწარმოებ ნებისმიერ გამოსახულებას, რომლის მნიშვნელობა 1-ის ტოლია $3\ \frac{1}{3}$ აქედან უკვე თავისუფლად შეგვიძლია ჩვენთვის სასურველ მიზნამდე მისვლა სახელდობრ

$$1=3\ \frac{1}{3}=2\ \ 1{,}5\ \ \frac{1}{3}=6\ \ \frac{1}{3}\ \ 2{,}5\ \ \frac{1}{5}$$

II **ხ ე რ ხ ი** ვთქვათ, ავიღეთ ნამრავლის ნებისმიერი მნიშვნელობა მაშინ შეგვიძლია განვიხილოთ ნებისმიერი ოთხი რიცხვის ნამრავლი, მაგალითად $7\ (-3)\ 2\ 5$, რომელიც -210-ის ტოლია აქედან ადვილად მიიღწევა საჭირო პირობის მიღება ნებისმიერი მამრავლის (-210)-ზე გაყოფით

$$7\ (-3)\ 2\ \left(\frac{5}{-210}\right)=7\ (-3)\ 2\ \left(-\frac{1}{42}\right)$$

კონკრეტიზება გამოიხატება მოცემული სიმრავლიდან ისეთ სიმრავლეზე გადასვლაში რომელიც განსახილველ სიმრავლეში შედის იგი წარმოგვიდგება როგორც აზრობრივი მოქმედება, რომლის დროსაც ცალმხრივად ფიქსირდება შესასწავლი ობიექტის ესა თუ ის მხარე, სხვა მხარეებთან კავშირის გარეშე კონკრეტიზაცია შეიძლება წარმოგვიდგეს, როგორც თვალსაჩინო ილუსტრაცია რაიმე აბსტრაქტული მდგომარეობის მტკიცებისა კონკრეტულ პირობებში

ვაჩვენოთ, როგორ ხდება ,პარადიგმის' პრინციპზე დაფუძნებული ხერხის რეალიზება კონკრეტიზაციის მიმართულებით

ა მ ო ც ა ნ ა ამოვხსნათ განტოლებათა სისტემა

$$\begin{cases}(x+y-1)^3+x=66\\(x+y-1)^3-y=61\end{cases}$$

აღნიშნული ამოცანის ამოხსნის ძიებისას შესაძლებელია პირობის სხვადასხვანაირი ფორმულირება

ა) ფრჩხილების გახსნა შესაბამისი გამოსახულების კუბში აყვანის გზით;

ბ) ნებისმიერი ცვლადის (x-ს ან y-ს) განსაზღვრა ერთი რომელიმე განტოლებიდან და მისი მეორე განტოლებაში ჩასმა და ა შ

ვისაც არა აქვს გამომუშავებული ჩვევა ყოველი ამოცანის პირობის გულდასმით შესწავლისა უშუალოდ დაიწყებს ორივე განტოლებაში შემავალი გამოსახულების კუბში ახარისხებას და ამით საქმეს გაირთულებს ვისაც უკვე გამომუშავებული აქვს ასეთი ჩვევა, შეამჩნევს რომ ორივე განტოლებაში შედის ერთიდაიგივე გამოსახულება $(x+y-1)^3$ და შეეცდება მის გამორიცხვას ყველაზე რაციონალური ამოხსნა იმ შემთხვევაში მიიღება, როცა მოსწავლეები შეეცდებიან ალგებრული შეკრების ხერხით სარგებლობას $(x+y-1)^3$ გამოსახულების მიმართ გაამრავლებენ რა მოცემული განტოლებებიდან ნებისმიერს მაგალითად მეორეს (-1)-ზე და შეკრებენ პირველთან საბოლოოდ მიიღება $x+y=5$ ამის შემდგომ უკვე ადვილია ამოხსნის შემდგომი გზის მიგნება

$$\begin{cases}(5-1)^3+x=66,\\(5-1)^3-y=61,\end{cases}$$

$$\begin{cases}64+x=66,\\64-y=61\end{cases}$$

მიღებული სიტემა სტანდარტულია იგი მარტივად ამოიხსნება მოსწავლეთათვის ცნობილი ნებისმიერი ხერხის მეშვეობით

აღნიშნული მაგალითის განხილვისას კონკრეტიზაცია გვევლინება როგორც განტოლებათა სისტემის ამოხსნის ცნობილი ხერხის დამატება კონკრეტულ პირობებში მისი დახმარებით ცვლადებს შორის მყარდება მარტივი კავშირი რომლის დახმარებითაც საბოლოო პასუხამდე მივდივართ

შეიძლება დაბეჯითებით ითქვას, რომ მათემატიკურ გამოსახულებათა ფორმების ვარირება (ნაირგვარი სახეცვლა) ემსახურება მათი კავშირების მწყობრ მათემატიკურ მსჯელობათა ჯაჭვში ჩაბმას უნარი იმისა, ერთი და იგივე ობიექტი დაინახო სხვადასხვა ფორმით, ხშირად მოულოდნელ ასპექტში სხვადასხვა სიტუაციაში ჩართული, არის დივერგენტული, მოქნილი აზროვნების ნიშანთვისება ფსიქოლოგები ამტკიცებენ, რომ უნარში დაინახო საგნები სხვადასხვა ასპექტში ვლინდება ადამიანის ფსიქიკის ფუნდამენტური თვისება, იმდენად ღრმა რომ უმეტეს შემთხვევაში მისი გამოვლინება შეუცნობადი რჩება ს რუბინშტეინი მიუთითებდა,რომ ადამიანის აზროვნების პროცესი აქტიურ, შემოქმედებით ხასიათს ატარებს, რომელიც ვლინდება მასში, რომ ადამიანს უნარი შესწევს ახლებურად დაინახოს ახლებურად წარმოიდგინოს პრობლემა განიხილოს ის სხვადასხვა თვალსაზრისით, შეადაროს ის უკვე ცნობილ ცოდნას [57]

ამოცანათა ამოხსნის პრაქტიკა გვიჩვენებს, რომ ამოცანის სხვადასხვანაირად წარმოდგენა (პარადიგმა), ცვლის მის პირობას საშუალებას იძლევა მათ ამოსახსნელად გამოვიყენოთ ძიების ზოგადი ხერხები, გვეხმარება არამარტო მათემატიკური, არამედ ამოცანათა ფართო წრის ამოსახსნელად ამ ხერხა მნიშვნელოვან ადგილს უთმობს დ პოიაც რომელიც აღნიშნავს რომ ამოხსნის ორგანიზებისას ზოგჯერ შესაძლებელი ხდება მნიშვნელოვანი წარმატების მიღწევა ყოველგვარი ახალი მასალის დამატების გარეშე არსებული ელემენტების მხოლოდ მდებარეობის შეცვლის, ახალ დისპოზიციაში მათ შორის არსებულ ურთიერდამოკიდებულებათა შესწავლის, მათი გადაადგილების ან გადაჯგუფების გზით"[5 გვ 251-252]

უნდა აღინიშნოს რომ ცალკეული მითითებების (ევრისტიკების) გამოყენების სირთულე დამოკიდებულია შესასწავლი მასალის შინაარსზე და აგრეთვე მოსწავლეთა ცოდნისა და უნარის დონეზე

როგორც უკვე აღვნიშნეთ, ჩვენს მიერ აღწერილი ევრისტიკული ხერხები შეიძლება გამოვიყენოთ როგორც ცალ-ცალკე, ასევე ერთობლივად ვაჩვენოთ როგორ მუშაობს ეს ხერხები შემდეგ დავალებათა შესრულებისას

ა მ ო ც ა ნ ა ამოვხსნათ განტოლება $\frac{x^{`}}{4}+\frac{9}{x^2}=\frac{13}{2}\left(\frac{x}{2}-\frac{3}{x}\right)$

ა მ ო ხ ს ნ ა თუ განტოლების ყველა წევრს ერთ მხარეს გადავიტანთ და გავაერთმნიშვნელიანებთ, მივიღებთ განტოლებას რომელშიაც ცვლადი შედის ერთდროულად მეოთხე, მესამე და პირველ ხარისხში ასეთი განტოლების ამოხსნა მოსწავლეებმა არ იციან მაშასადამე, უნდა მივმართოთ რომელიმე ცნობილ ევრისტიკულ ხერხს

ამ შემთხვევაში ვცადოთ „ნაწილებით-მთელი"-ის პრინციპზე დაფუძნებული ევრისტიკული ხერხის გამოყენება

1 განვიხილოთ განტოლების მარცხენა ნაწილი, რომელიც მარჯვენა ნაწილში შემავალი გამოსახულებების ($\frac{x}{2}$ და $-\frac{3}{x}$) კვადრატების ჯამს წარმოადგენს (№1 ევრისტიკა)

$$\frac{x^2}{4}+\frac{9}{x^2}=\left(\frac{x}{2}\right)^2+\left(-\frac{3}{x}\right)^{,}$$

2 მარცხენა ნაწილი შევავსოთ სრულ კვადრატამდე, რისთვისაც განტოლების ორივე ნაწილს დავუმატოთ (-3) და მივიღებთ განტოლებას

$$\left(\frac{x}{2}-\frac{3}{x}\right)^2=\frac{13}{2}\left(\frac{x}{2}-\frac{3}{x}\right)-3 \qquad \text{(№3 ევრისტიკა)}$$

ახლა უკვე შესაძლებელია გამოვიყენოთ პარადიგმის პრინციპზე დაფუძნებული ევრისტიკული ხერხი

3 შემოვიღოთ ახალი ცვლადი $y=\frac{x}{2}-\frac{3}{x}$ (№1 ევრისტიკა)

4 შევცვალოთ პირობა შედეგით (№2 ევრისტიკა)

$$y^2=\frac{13}{2}y-3$$

მიღებული განტოლების ამოხსნის შედეგად, ჩვენ ვიპოვით ახალი ცვლადის y_1 და y_2 მნიშვნელობებს მიღებული შუალედური შედეგის $y=\frac{x}{2}-\frac{3}{x}$ აღნიშვნაში ჩასმისა და სათანადო გარდაქმნების მეშვეობით მოსწავლეებისათვის ძნელი არ იქნება ამოსავალი განტოლების ამონახსნების პოვნა

დავალება „იპოვეთ მიღებული კვადრატული განტოლებების ფესვები მოსწავლეებს შეიძლება მივცეთ სახლში შესასრულებლად ამისათვის მათ მოუწევს ორი კვადრატული განტოლების ამოხსნა, რომელთა ამოხსნის ალგორითმი მათთვის კარგადაა ცნობილი

ამოცანის ამოხსნის ბოლო ეტაპზე აუცილებელია მოსწავლეები მივაჩვიოთ თავის თავს დაუსვან კითხვები შეიძლება შედეგის შემოწმება?, შეიძლება ამოხსნის მსვლელობის შემოწმება?, შეიძლებოდა იგივე შედეგი სხვა გზით მიგვეღო? შეიძლება მიღებული შედეგი ან ამოხსნის მეთოდი სხვა ამოცანის ამოსახსნელად გამოვიყენოთ? [2, გვ 203]

ეჭვს არ იწვევს ის ფაქტი რომ ძიების ზოგადი ხერხების შემადგენელი რეკომენდაციები ვერ უზრუნველყოფენ ნებისმიერი მათემატიკური ამოცანის ამოხსნას, მაგრამ მათი როლი ,იმაში მდგომარეობს რომ ისინი ხელს უწყობენ ამოცანის ამოხსნის ძიებაში მსჯელობათა სტრუქტურის ჩამოყალიბებას იძლევიან ამოხსნის ძიების სწორ ორიენტირებს ზრდიან ამოცანის წარმატებით გადაწყვეტის ალბათობას და ამცირებენ ამოხსნის ძიებაზე დახარჯულ დროს [36 გვ 184]

მოსწავლეთათვის არასტანდარტული ამოცანების ამოსახსნელი ევრისტიკული ხერხების გამოყენების სწავლების მეთოდიკა ამოცანის პირობის გააზრების, ამოხსნის გეგმის განხორციელებისა და ნაპოვნი ამოხსნის შესწავლის ეტაპებზე (I, II და IV ეტაპები) პრაქტიკულად არ განსხვავდება სტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკისაგან ამგვარი მუშაობის ორგანიზაციის მეთოდიკა მრავალ ნაშრომსა და მეთოდიკურ გამოკვლევაშია აღწერილი [6 23 37 52 53 2,78 84 85 და სხვ] წინამდებარე პარაგრაფში გადმოცემული არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების მეთოდიკა ჯერ კიდევ დასამუშავებელია

§2 პარადიგმისა და ნაწილების მიხედვით მთელის აღდგენის პრინციპებზე დაფუძნებული ხერხების სწავლების მეთოდიკა საგაკვეთილო პროცესში

წინა პარაგრაფში ჩვენ აღვწერეთ ,პარადიგმისა" და ,ნაწილების მიხედვით მთელის აღდგენის' პრინციპზე დაფუძნებული ამოცანათა ამოხსნის ძიების ორი ზოგადი ხერხი, რომელთა არსი VII, VIII და IX კლასის ალგებრის კურსის კონკრეტულ მაგალითებზე ავხსენით ამ პარაგრაფში ჩვენ გადმოვცემთ ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის VII-IX კლასების ალგებრის კურსის ამოცანათა ამოხსნის ძიების ხერხების სწავლების მეთოდიკას საგაკვეთილო პროცესში

ვიხელმძღვანელეთ რა პირველ თავში გადმოცემული დებულებებით ჩვენ შევიმუშავეთ ალგებრული ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხების სწავლების მეთოდიკის ძირითადი პრინციპები

1 ევრისტიკული ხერხების ფორმირების პროცესი უნდა ხორციელდებოდეს პროგრამული მასალის შესწავლასთან ერთად, რამაც ხელი უნდა შეუწყოს მის უფრო ხარისხოვან ათვისებას;

2 თითოეული ხერხის სწავლება უნდა ხდებოდეს შემდეგი მიმდევრობით

ა) რიგი გაკვეთილების მანძილზე უნდა იხსნებოდეს, ერთი და იგივე ევრისტიკული ხერხით სტანდარტულზე დაყვანადი მცირე არასტანდარტულობის ხარისხის მქონე ამოცანები;

ბ) მასწავლებლის მიერ დასმული მიმყვანი კითხვების საშუალებით უნდა გამოიყოს ევრისტიკები, რომელთაგან თითოეულის ფორმულირება წარმოებს ერთი და იგივე მოკლე სიტყვიერი ფორმით;

გ) ევრისტიკული ხერხის ფორმულირება ხორციელდება სამახსოვრო-ორიენტირის სახით,

დ) ხერხის დამუშავება სხვადასხვა კონკრეტულ მაგალითებზე ხდება და დასაწყისში მას, როგორც სამახსოვრო-ორიენტირს, ყველა მოსწავლე მიმართავს ხოლო შემდეგ, გართულებულ სიტუაციებში, მისი საშუალებით მხოლოდ სუსტი მოსწავლეები სარგებლობენ

3 ხერხების სწავლებისას უნდა გავითვალისწინოთ

ა) მოსწავლეთა გონებრივი ქმედიანობის გრძნობითი და აზროვნებითი მხარეების ურთიერთკავშირის უზრუნველყოფა

ბ) მოსწავლეთა დამოუკიდებლობის სხვადასხვა ხარისხის გამოყენება

გ) ამოცანათა ამოხსნის ძიების ხერხების ჩამოყალიბების პროცესში მოსწავლეთა ინდივიდიალური განსხვავება

4 მოსწავლეების მიერ ევრისტიკული ხერხების არსის შემადგენელი რეკომენდაციების დამახსოვრება ამ ხერხების ათვისების პროცესში ხორციელდება

5 ამოცანათა ამოხსნის ძიების ხერხების სწავლებისას, მასწავლებელმა მუდმივად უნდა სრულყოს მოსწავლეთათვის მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა გამოიყენოს თეორიისა და პრაქტიკის უკანასკნელი მიღწევები

მოსწავლეებში არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების ფორმირების პროცესს შემდეგი მოთხოვნები უნდა წავუყენოთ

1 მოსწავლეებს თავს არ უნდა მოვახვიოთ ამოცანის ამოხსნის ძიების ის ხერხები რომლებსაც მასწავლებელი ფლობს; თუ შერჩეული გზა არასწორია ამაში მოსწავლე უნდა დარწმუნდეს

2 მიმახვედრებელი კითხვები ზოგადი ხასიათის მატარებელნი და ამოცანის ამოხსნის სხვადასხვა მიდგომებზე ორიენტირებული უნდა იყვნენ რაც თავის მხრივ მოსწავლეთა ინდივიდუალურობას უზრუნველყოფს

3 აუცილებელია მოსწავლეები მივაჩვიოთ მიღებული შედეგების შემოწმებასა და მათ ლოგიკურ დასაბუთებას

4 ნუ დავუშლით შედეგების „გამოცნობას' რადგან ის ხელს უწყობს არასტანდარტული ამოცანის ამოხსნის ძიებას

5 მოსწავლეებს ვასწავლოთ თავიანთი ნამოქმედარის გაანალიზება, ამოცანის სხვადასხვა ხერხებისათვის შეფასებების მიცემა, მათი რაციონალურობისა და ესთეტიკურობის თვალსაზრისიდან გამომდინარე

ახლა შევჩერდებით საამოცანო მასალის შინაარსის იმ საკითხებზე, რომელთა მეშვეობით შემოთავაზებული მეთოდიკა ეფექტური შეიძლება გახდეს

პირველ რიგში, განსახილველი არასტანდარტული ამოცანები უნდა პასუხობდნენ ამოცანათა შერჩევის ძირითად მოთხოვნებს სახელდობრ

1) შეესაბამებოდნენ ალგებრის კურსისა და მონათესავე დისციპლინების მოთხოვნებს

2) ჰქონდეთ განსაზღვრული ზოგადსაგანმანათლებლო და პრაქტიკული ღირებულებები;

3) უზრუნველყონ მათემატიკის პროგრამით გათვალისწინებული მასალის ათვისება სახელმწიფო საგანმანათლებლო სტანდარტით მოთხოვნილ დონეზე

4) გაითვალისწინოს მოსწავლეთა მომზადების დონე და ინდივიდუალური თავისებურებები

ამას გარდა, მოსწავლეების მიერ საგაკვეთილო პროცესში ამოსახსნელი არასტანდარტული ალგებრული ამოცანები უნდა აკმაყოფილებდნენ შემდეგ სპეციფიკურ მოთხოვნებს

1) უზრუნველყოს ევრისტიკული ხერხების მიზანმიმართული ფორმირება

2) ამოცანათა ამოხსნის თანმიმდევრულობა განპირობებული უნდა იყოს ამოცანების არასტანდარტულობის დონით;

3) უზრუნველყოს თანდათანობითი გადასვლა რეპროდუქციული ქმედიანობიდან შემოქმედებითზე

4) განავითაროს მოსწავლეთა შემოქმედებითი აზროვნება განსაკუთრებით მისი ისეთი თვისებები, როგორებიცაა მოქნილობა, მიხვედრილობა კრიტიკულობა რაციონალურობა და სხვ

უნდა აღინიშნოს, რომ სასკოლო სახელმძღვანელოებში მოცემული უმრავლესი არასტანდარტული ამოცანის ამოხსნის შესაძლო გზებსა და ხერხებს მოსწავლეს შესასწავლი პარაგრაფების თემატიკა კარნახობს ამასთან დაკავშირებით აუცილებლობად მიგვაჩნია კომბინირებული სავარჯიშოების სისტემებში ჩავრთოთ ისეთი ამოცანებიც რომელთა ამოხსნის ხერხები თვით მოსწავლეებმა უნდა მოიძიონ ეს დიდად შეუწყობს ხელს პროგრამული მასალის მყარად ათვისებას და ახალი პოზიციებიდან მის შეგნებულ გააზრებას

ექსპერიმენტულ კლასებში ამოცანათა ამოხსნის ძიების სწავლების ორგანიზაციის მიზნით გამოყენებული გვქონდა სასკოლო მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის დისერტაციაში მოცემული რეკომენდაციების ანალოგიური რეკომენდაციები და ამოცანები, რომლებიც ჩვენს მიერ გამოქვეყნებულ შრომებშია მოცემული [86, 89 91 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103]

ამოცანათა ამოხსნის ევრისტიკული ხერხების მიზანმიმართულმა სისტემატურმა ფორმირებამ გამოიწვია გაკვეთილზე მუშაობის ფორმებისა და მეთოდების ზოგიერთი ცვლილების შემოღების აუცილებლობა

ექსპერიმენტის მაკონსტანტირებელი ეტაპის ნამუშევრების ანალიზმა (რომლის შინაარსი და შედეგები მე-2 თავის მე-3 პარაგრაფშია მოცემული), გაკვეთილებზე დასწრებამ და მასწავლებლებთან გასაუბრებამ აჩვენა მოსწავლეებთან დიფერენცირებული მუშაობის მოწყობის აუცილებლობა აქედან გამომდინარე საკონტროლო და ექსპერიმენტულ კლასებში ჩვენ გამოვყავით მოსწავლეთა ოთხ-ოთხი ჯგუფი და ამის გათვალისწინებით ავაგეთ ამოცანათა ამოხსნის სწავლების მეთოდიკა

პირველ ჯგუფს მივაკუთვნეთ მოსწავლეები რომლებმაც წარმატებით გაართვა თავი ყველა დავალებას ამ ჯგუფის მოსწავლეები გამოირჩეოდა მაღალი განსწავლულობით, მათემატიკის შესწავლისადმი დადებითი განწყობით და თვითორგანიზების მაღალი ხარისხით მათ ახასიათებდა სწავლებისადმი შეგნებული დამოკიდებულება, ცოდნის, უნარისა და ჩვევების ღრმად და მყარად დაუფლება მაღალი განსწავლულობა როგორც სწავლის უნარი გონებრივი განვითარების მაღალი დონით ხასიათდება ამ ჯგუფის მოსწავლეები ძირითადად ფრიადოსნებია მათში ამოცანების ამოხსნისადმი ინტერესის აღმძვრელ წამყვან მოტივად მოქმედების ახალი წესების დაუფლება და ცოდნის შეძენის სურვილი გვევლინება სანამ შეუდგებოდნენ ნებისმიერი ამოცანის ამოხსნას, ისინი ცდილობენ მისი პირობის გაანალიზებას, მოცემულობის განცალკევებას მოთხოვნისაგან, ამოხსნის ამა თუ იმ ხერხის არჩევის არგუმენტირებას

მოსწავლეთა მეორე ჯგუფს ჩვენ მივაკუთვნეთ ისინი, რომლებმაც თავი გაართვა პირველ ორ დავალებას და განსაზღვრული სახის მცდელობა გამოავლინა მესამე ამოცანის ამოსახსნელად როგორც წესი, ეს ის მოსწავლეებია რომლებიც შედარებით ნაკლები განსწავლულობის კვალობაზე სწავლებაში წარმატებას აღწევენ ისინი ცალკეული სააზროვნო ოპერაციების არასაკმარისი განვითარების კომპენსირებას თავისი ბეჯითობით ორგანიზებულობით და სწავლების რაციონალური ხერხების გამოყენებისაკენ სწრაფვით ახერხებენ ასეთი მოსწავლეები როგორც წესი, ხშირ შემთხვევაში ოთხებზე და ცალკეულ შემთხვევებში ოთხებზე და ხუთებზე სწავლობენ

მესამე ჯგუფი-ეს ის მოსწავლეებია, რომლებმაც წარმატებით შეასრულა პირველი დავალება და გარკვეული სახის მცდელობები გამოავლინა მეორე და მეოთხე დავალების შესასრულებლად ამ ჯგუფის მოსწავლეები ძირითადად საშუალო მოსწრებისანი არიან ამ ჯგუფში შემავალი მოსწავლეები არასტანდარტული ამოცანების ამოსახსნელად ცოდნის მხოლოდ ნაწილს „იმეტებენ და ამიტომ ხშირად ვერ ახერხებან აქტუალიზებული ცოდნის შეპირისპირებას ამოცანის მოთხოვნებთან

მეოთხე ჯგუფს მიეკუთვნება ის მოსწავლეები რომლებმაც ვერ შეძლო დავალების შესრულება ან შეძლო მხოლოდ პირველი დავალების შესრულება (ხარვეზებით და შეცდომებით), ე ი ისინი რომლებსაც დამოუკიდებლად შეუძლიათ ამოცანის პირობასა და მოთხოვნას შორის კავშირის დამყარება მხოლოდ იმ შემთხვევაში თუ ისინი ამ კავშირს კარგად აცნობიერებენ შემდგომმა დაკვირებებმა გვიჩვენა რომ ამ ჯგუფის მოსწავლეები ამოხსნის ძიებას იწყებენ იმ შემთხვევებშიც კი როცა მათ ჯერ კიდევ არ აქვთ გააზრებული თუ რა არის მოცემული და რა საძიებელი ასეთ შემთხვევაში არასტანდარტული ამოცანის ამოხსნის ძიება შემთხვევითი სინჯებისა და შეცდომების დაშვების სახით მიმდინარეობს ამოხსნის ძიებაზე აქ განსაკუთრებულ გავლენას ახდენს როგორც მოცემულობებისა და საძიებლების გამოსახვის ფორმა, ასევე ადრე ამოხსნილი ამოცანების ხასიათი ესენია სწავლის ინტერესის არმქონე მცირე განსწავლულობისა და დაბალი თვითორგანიზების მქონე მოსწავლეები ისინი სისტემატიურად ჩამორჩებიან სწავლაში, ბევრი მათგანი ალგებრაშიც მოიკოჭლებს და მასწავლებლის მუდმივ დახმარებას საჭიროებს

მთავარი სიძნელეები, რომლებსაც ჩვენ წავაწყდით არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის საწყის ეტაპზე, მდგომარეობდა იმაში, რომ მესამე და მეოთხე ჯგუფის მოსწავლეებმა საერთოდ არ იცოდნენ ამოცანის პირობის ანალიზირება და

პროგრამული მასალის სუსტად ცოდნის გამო, ვერ შეძლეს აუცილებელი მათემატიკური ცოდნის მიზანმიმართული აქტუალიზირება

ხვდებიან რა ნებისმიერ მათემატიკურ ამოცანას, ისინი ჩქარობენ მისი ამოხსნის დაწყებას ამასთან ამოხსნის დროს ამოდიან არა შემოთავაზებული ამოცანის შინაარსიდან, არამედ მისი ცალკეული ელემენტებიდან გამომდინარე ვერ ხსნიან იმას თუ რატომ ასრულებენ ამა თუ იმ მოქმედებას ასე და არა სხვანაირად

ამოცანათა ამოხსნის სწავლების ასეთი მდგომარეობის მიზეზების ანალიზი და აღმოფხვრის გზები მრავალი მკვლევარის შრომებშია ასახული ამიტომ წინამდებარე ნაშრომში ჩვენ არ შევჩერდებით ზემოთ აღნიშნულ საკითხებზე მაგრამ შევნიშნავთ რომ ექსპერიმენტის მსვლელობისას ძალზე სასარგებლო აღმოჩნდა ჩვენს მიერ წინა პარაგრაფში აღწერილი ცოდნის აქტუალიზაციის ევრისტიკული სქემა ექსპერიმენტის დაწყებისას აღნიშნული სქემა გამოკრული იყო ექსპერიმენტული კლასების სამუშაო სტენდებზე და მათემატიკის კაბინეტში მოსწავლეები მუდმივად მიმართავდნენ ამ სქემას და დროთა განმავლობაში მან სრულად გადაინაცვლა მათ მახსოვრობაში ამის შემდეგ მრავალი მათგანი ცდილობდა დამოუკიდებლად გამოეყენებინა შეთვისებული სქემა ამოცანათა ამოსახსნელად მასწავლებლები განსაკუთრებულ ყურადღებას უთმობდნენ შემდეგ მომენტებს

ა) ამოცანის პირობისა და მოთხოვნის მკვეთრ დანაწევრებას, რაც სხვადასხვა გზებით მიიღწეოდა,

ბ) ამოცანის პირობის სრულ გამოყენებას,

გ) განსაზღვრებებისა და თეორემების ცოდნას როგორც ამოცანის პირობაში მოცემული ცნებების გამომხატველ დამახასიათებელ ნიშან-თვისებებს

დ) დაგროვილი გამოცდილებისადმი მიმართვას, ანალოგიის გამოყენებას ამოცანების ამოსახსნელად და ა შ

დასაწყისში აუცილებელი ინფორმაციის შესაგროვებლად საჭირო კითხვების მნიშვნელოვან ნაწილს მასწავლებელი სვამდა შემდეგ თანდათანობით ამის გაკეთება თვით მოსწავლეებმა დაიწყო ამასთან მხარდაჭერასა და წახალისებას იმსახურებდა მოსწავლეთა ყოველგვარი ინიციატივა, რომელიც განსაზღვრული კანონზომიერების განხილვას შეეხებოდა ამ დროს წამოყენებული დებულებების დასაბუთების მოთხოვნით

კონკრეტული მაგალითების მეშვეობით ჩვენ მუდმივად მოვითხოვდით სისტემატური კონტროლის დაწესების აუცილებლობას ამოცანის ამოსახსნელად განხორციელებული მცდელობების გონივრულობაზე შუალედური შედეგების

დასახულ მიზანთა მუდმივ თანაფარდობაზე ვაჩვენოთ ეს შემდეგი ამოცანის მაგალითზე

ა მ ო ც ა ნ ა არის თუ არა შემდეგ მრავალწევრებს შორის

$$\begin{array}{cccc} -2a-1 & 2a-1 & -a+1 & a+1 \\ -2a-1 & 2a-2 & -a+2 & a+2 \\ -2a-3 & 2a-3 & -a+3 & a+3 \\ -2a-4 & 2a-4 & -a+4 & a+4 \end{array}$$

ორი ისეთი მრავალწევრი, რომელთა ჯამი არის $a-3$?

დასმულ კითხვაზე პასუხის გაცემა შეიძლება მაშინ თუ წყვილ-წყვილად შევკრიბავთ ყველა ორწევრებს სვეტებსა და სტრიქონებში ე ი გამოვიყენებთ დიზიუნქციის სისრულეს ამისათვის აუცილებელია 120 სხვადასხვა ჯამის განხილვა რაც მოქმედების სწორად შესრულების შემთხვევაშიც კი სასწავლო დროის გაუმართლებელ ხარჯვას გამოიწვევს პირობის დეტალური შესწავლის შედეგად შეიძლება იმის შემჩნევა, რომ ერთსა და იმავე სვეტში მოთავსებული a-ს შემცველი ერთწევრების ჯამი არ შეიძლება a-ს ტოლი იყოს გამოდის რომ საძიებელი მრავალწევრები სხვადასხვა სვეტებშია განლაგებული ეს უკვე მნიშვნელოვნად ამცირებს ამოხსნის ძიების არეს შემდეგ ვამჩნევთ, რომ $-2a$ $2a$ $-a$ a ოთხ ერწევრს შორის მხოლოდ შუა ორის ჯამი გვაძლევს a-ს აქედან გამომდინარეობს რომ საძიებელი მრავალწევრები იმყოფებიან მეორე და მეოთხე სვეტებში ამ სვეტებიდან ერთში მოთავსებული ორწევრის თავისუფალი წევრი უარყოფითია ხოლო მეორეში მოთავსებული ორწევრების თავისუფალი წევრი-დადებითი ამასთან პირველის მოდული 3-ზე მეტი უნდა იყოს ასეთია მხოლოდ $2a-4$ ორწევრი და მაშინ მეორე ორწევრი $-a+1$ იქნება ამგვარად, გამოვიყენეთ რა მიზანმიმართული გადარჩევის მეთოდი პრაქტიკულად 6 მოქმედება შევასრულეთ (წყვილ-წყვილად შევკრიბეთ $-2a$ $2a$ $-a$ a), მივიღეთ სასურველი პასუხი

როგორც გამოცდილებამ გვიჩვენა ამოცანის პირობის გაანალიზების უნარის ფორმირებისათვის სპეციალურად გაწეულმა მუშაობამ, ხელი შეუწყო ამოცანათა ამოხსნის წარმატებულ ძიებას კლასის ყველა მოსწავლესთან ერთად

საკონტროლო კლასებში მუშაობა მიმდინარეობდა შექმნილი სისტემის მიხედვით ექსპერიმეტულ კლასებში კი მასწავლებლები იყენებდნენ მეთოდიკურ რეკომენდაციებს, რომლებშიაც კონკრეტულ მაგალითებზეა ახსნილი ამოცანათა ამოხსნის ძიების ორი ზოგადი ხერხის არსი (რომლებიც დაფუძნებულია ‚პარადიგმისა‘ და „ნაწილების მიხედვით მთელის აღდგენის“ პრინციპებზე) და

კლასების მიხედვით მოცემულია არასტანდარტული ამოცანების სისტემა ცალკეული თემის შესაბამისად

შევჩერდეთ ექსპერიმენტულ კლასებში ალგებრული ამოცანების ამოხსნის ძიების ზოგადი ხერხების სწავლების მეთოდიკის ორგანიზაციის ზოგიერთ საკითხზე

პირველ რიგში შევნიშნავთ, რომ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ორგანიზაციამ მოითხოვა სასწავლო დროის დამატებითი ხარჯები დროის რეზერვი ნაწილობრივ მოიძებნა სახელმძღვანელოს სავარჯიშოების გონივრულად შერჩევისა და სწავლების ტექნიკურ საშუალებათა რაციონალური გამოყენების ხარჯზე (ჩვენს ექსპერიმენტში ძირითადად კოდოსკოპი და მიკროკალკულატორი გამოიყენებოდა)

ჩვენ რამდენადმე შევცვალეთ მოსწავლეთა ცოდნის შეფასების კრიტერიუმები შეფასების ნიშანი იზრდებოდა აქტიური მსჯელობისაკენ სწრაფვისათვის, ამოხსნის ძიების მიზანმიმართული წარმართვისათვის, ზოგადი ხერხების შეგნებულად გამოყენებისათვის, მიხვედრის გამოთქმისათვის, საზრიანობის გამოვლენისათვის და სხვ

ყოველი გაკვეთილი იწყებოდა იმის ნათელი წარმოდგენით, თუ რა არის მისი საბოლოო მიზანი, რას დებს ამ საბოლოო მიზანში მასწავლებელი, რა უკეთ დაეხმარება მას ამ მიზნის მიღწევაში, რა საშუალებებით და ხერხებით იმოქმედებს იგი

„მასწავლებლისათვის ყოველი გაკვეთილის მიზნის, მისი საბოლოო შედეგის წინასწარი გააზრება ფაქტობრივად გადამწყვეტი ხდება, რადგან თავად მიზანი როგორც რაიმეს გარდაქმნისათვის გამიზნული მოქმედება სასწავლო პროცესის სინამდვილეში საგანგებო ფუნქციას იძენს" [104, გვ 310]

გაკვეთილისათვის მზადებისას მკაცრად იგეგმებოდა თუ გაკვეთილის რომელ ეტაპზე და რომელი ამოცანებით მოხდებოდა ხერხების ფორმირება მხედველობაში მიიღებოდა მოსწავლეებისადმი ინდივიდუალური მიდგომის განხორციელების აუცილებლობა ირჩეოდა გაკვეთილის შედარებით ეფექტური ორგანიზაციული ფორმები ევრისტიკული ხერხების ათვისებისათვის აუცილებელი სასწავლო მასალის შესარჩევად გავაანალიზეთ VII-IX კლასების ალგებრის კურსი (თეორიული და პრაქტიკული ნაწილი) საამოცანო მასალის მიხედვით შევადგინეთ იმ ხერხების რუკა, რომლებიც მათ ამოსახსნელად გამოიყენება ასევე შევადგინეთ ევრისტიკული ხერხების ფორმირების პერსპექტიული სქემაც

პირველ ხანებში, როცა მოსწავლეები ჯერ კიდევ არ იცნობენ ალგებრული ამოცანების ამოხსნის ძიების არცერთ ხერხს მათთვის არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ერთადერთ საშუალებად რჩება მიხვედრა და ინტუიცია

რომლებიც მეშვიდეკლასელებს ძალზე სუსტად აქვთ განვითარებული დ პოია წერდა ,მე მივმართავ ყველას, ვინც სწავლობს მათემატიკას, ელემენტარულს თუ უმაღლესს და დაინტერესებულია მისი დაუფლებით, ვეუბნები რა თქმა უნდა, უნდა ვისწავლოთ დამტკიცება მაგრამ ასევე უნდა ვისწავლოთ მიხვედრაც [2 გვ 10] მიგვაჩნია, რომ ამ მიზნით, ალგებრის კურსის შესწავლის დასაწყისში სისტემატურად უნდა ჩაირთოს მასწავლებლის დასახმარებლად არსებული მეთოდიკური სახელმძღვანელოს მიერ რეკომენდირებული საკმარისად მცირე მოცულობის პირობის მქონე ზეპირი სავარჯიშოები და ამოცანები, რომლებიც უნდა ხსნიდნენ სხვადასხვა ცხოვრებისეული სიტუაციის არსს ასეთი ამოცანები უნდა ექვემდებარებოდნენ „წამიერ' ამოხსნას მოსწავლის მიერ გამოვლენილი მოსაზრებულობის საფუძველზე მოსაზრებულობაზე ამოცანების დასმა და ამოხსნა მოსწავლეებისაგან მოითხოვს მათემატიკური აზროვნებისათვის დამახასიათებელი გონებრივი საქმიანობის ხერხების გამოყენებას იგი ხელს უწყობს მრავალი მაგალითად, დაკვირვებულობის, კანონზომიერებათა დადგენისა და სხვა უნარის განვითარებასა და ფორმირებას აქედან გამომდინარე მიზანშეწონილად მივიჩნევთ ასეთი ამოცანების ფრაგმენტულ ჩართვას საგაკვეთილოდ გამიზნული მასალების შინაარსში

სასწავლო საქმიანობის თეორიაში, სასწავლო პრობლემის დასმის მეთოდი ახლოს დგას სასწავლო ამოცანის დასმის საკითხთან მას მნიშვნელოვანი უპირატესობა აქვს იმიტომ, რომ „მოსწავლეებს ხელადვე უქმნის ძლიერ მოტივაციას

ამიტომაც ნებისმიერი ნათლად და მისაწვდომად დასმული პრობლემა მაშინვე ,ანთებს მათ ისინი მზად არიან გადალახონ ნებისმიერი სიძნელე ოღონდაც დაინახონ და გაიგონ მათ წინაშე არსებული საიდუმლო [105, გვ 274]

VII-IX კლასების ალგებრის კურსის ზეპირ სავარჯიშოებში ჩვენ ჩავრთეთ კომბინატორული და ლოგიკური შინაარსის ამოცანები რომლებიც არ მოითხოვენ სპეციალური თეორიის ცოდნას პირველად მიეცათ რა საქმე მოსწავლეებს ასეთ ამოცანებთან, ისინი შედარებით დიდხანს ფიქრობდნენ ცდილობდნენ გონებაში გადაეფურცლათ ყველა ის ინფორმაცია, რომელიც თუნდაც შორეულად იქნებოდა დაკავშირებული მათთვის საინტერესო თემასთან იმ იმედით, რომ ბედნიერი მიხვედრა უკარნახებდათ მათ ამოცანის ამოხსნისათვის საჭირო გზას დროთა განმავლობაში მოსწავლეები თანდათანობით ეჩვევიან ყურადღებით მოეკიდონ ამოცანის პირობაში „დაგებულ" ყოველგვარ სიტყვიერ მახეებს არაცხადი დაშვებების დანახვას, როგორი დაუჯერებელი და უცნაურიც არ უნდა იყოს ისინი თანმიმდევრულ მკაცრ მსჯელობას; ამოცანის ამოხსნის შესაძლო გზებსა და

მიდგომებს შორის უფრო რაციონალურის შერჩევას სწორედ ამიტომ არის ზეპირი გასართობი ამოცანების ამოხსნა ნოყიერი მოსამზადებელი სავარჯიშო მასალა არასტანდარტული ამოცანების ამოსახსნელად

კონკრეტული ზეპირი ამოცანების ამოხსნის მაგალითებზე მოვახდინოთ მასწავლებლის მიერ ჩატარებული სამუშაოს ილუსტრირება

ა მ ო ც ა ნ ა წარმოიდგინეთ რომ თქვენ ავტობუსის მძღოლი ხართ ავტობუსში 28 ადგილია, რომლებიც დაკავებული აქვთ 16 მამაკაცსა და 12 ქალს მათ გარდა ამ ავტობუსით ფეხზე მდგომი 6 მამაკაცი მგზავრობს რამდენი წლისაა ავტობუსის მძღოლი?

ა მ ო ც ა ნ ა ორი მგზავრი ერთდროულად გაემართა მდინარისაკენ ნაპირთან ერთადგილიანი ნავი იდგა მაგრამ მიუხედავად ამისა ორივე მგზავრმა მოახერხა მდინარის გადაცურვა ამ ნავით როგორ?

აქ ძალზე მნიშვნელოვანია იმის გაცნობიერება, თუ რა არის ამოცანის ამოხსნის გასაღები ამ ამოცანების მაგალითზე სწრაფად და ეფექტურად შეიძლება იმის ჩვენება, თუ რა მნიშვნელობა აქვს ამომხსნელისათვის ამოცანის პირობის საგულდაგულო ანალიზს და მასში არსებითი დეტალის გამოყოფის უნარს საკმარისია მოსწავლემ ყურადღების კონცენტრირება მოახდინოს სიტყვებზე „თქვენ ავტობუსის მძღოლი ხართ", რომ დასმულ კითხვაზე პასუხი იმწამსვე ნათელი გახდება, ე ი ის, რომ ავტობუსის მძღოლის წლოვანება იმდენივეა რამდენიც ამოცანის ამომხსნელის ყველა სხვა დანარჩენი მოცემულობები ამოცანის ამოხსნისათვის არაარსებითია ისინი მხოლოდ ამომხსნელის ყურადღების სხვა რამეზე გადატანას იწვევენ

მეორე ამოცანაში მთავარია მისაზრო, რომ ერთდროულად მდინარის ნაპირებთან სხვადასხვა მხარეებიდანაც შეიძლება მოხვდე და მდინარის გადალახვა ძალზე ადვილი აღმოჩნდება აქ მოცემულობა არასრულია, სპეციალურადაა დაფარული სიტყვიერი ფორმულირებით

ა მ ო ც ა ნ ა წინა კვირაში მე გამოვრთე სინათლე და ლოგინამდე მივაღწიე მანამ, ვიდრე ოთახი სიბნელეში ჩაიძირებოდა ჩამრთველიდან ჩემს საწოლამდე მანძილი 5 მეტრია როგორ მოვახერხე ეს?

ა მ ო ც ა ნ ა რამდენი თვეა წელიწადში 30 დღის შემცველი?

ასეთი ამოცანები იმ მოსწავლეებს ეხმარება სტერეოტიპული აზროვნების დაძლევაში, რომლებიც თვლის, რომ ლოგინში დაწოლა და დაძინება მხოლოდ ღამით შეიძლება, რომ თვე რომელიც 31 დღეს შეიცავს, ამავე დროს 30 დღის შემცველიცაა

ა მ ო ც ა ნ ა მანდილოსანმა ტაქსი გააჩერა და მძღოლს სახლში წაყვანა სთხოვა გზაში იგი გაუთავებლად ლაყბობდა და მძღოლი გაშმაგებამდე მიიყვანა მოთმინებადაკარგულმა მძღოლმა უთხრა რომ იგი ყრუა მისი სმენითი აპარატი არ მუშაობს მანდილოსანი მიჩუმდა, მაგრამ როცა იგი ტაქსიდან გადმოვიდა, მიხვდა რომ მძღოლი ყრუ არ იყო როგორ მიხვდა ის, რომ მას მძღოლმა ტყუილი უთხრა?

სიტუაცია რომლებსაც მოსწავლეები ამ ამოცანაში აწყდებიან, ტიპიურია იგი არაერთგზის წამოიჭრება ყოველდღიურ ცხოვრებაშიც და მეცნიერებაშიც ის რაც ერთი შეხედვით ფაქტების ქაოსურ გროვად ან ლოგიკურად დაუკავშირებელ ქცევათა ჯაჭვად, გულდასმით გაანალიზების შემდეგ შეიძლება სხვა შუქით წარმოდგეს და ნათელი და გასაგები გახდეს მეცნიერების ისტორიაში განსაზღვრული მიმდევრობის მქონე შემთხვევებისა და მოვლენების გულმოდგინე და ყოველმხრივ ანალიზს არაერთხელ მივუყვანივართ მნიშვნელოვან აღმოჩენებამდე

მიღებული პასუხები მთელ კლასთან ერთად განიხილება ხდება მიღებული შედეგების შედარება და განზოგადება მუშაობის გამოცდილებამ გვიჩვენა რომ ალგებრის თითოეულ გაკვეთილზე ზეპირი სავარჯიშოების სისტემაში ასეთი ამოცანების ჩართვა მოსწავლეებს აჩვევს პირობის ყურადღებით გაანალიზებას ამოცანის მოცემულ და საძიებელ ელემენტებს შორის არსებული დამოკიდებულებების სწორად დადგენას იგი გარკვეულწილად უწყობს ხელს მოსწავლეთა საზრიანობის, მიხვედრის უნარისა და აზროვნების მოქნილობის განვითარებას

მოსწავლეებს თანდათანობით უვითარდებათ ორიგინალური ,არაწრფივი აზროვნება, საკმარისად სწრაფად იწყებენ ისინი ახალი არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ათვისებას და სულ უფრო მეტი და მეტი რაოდენობის მოსწავლეები ებმება ასეთი სახის სამუშაოებში ყოველივე ეს მნიშვნელოვნად ეხმარება მოსწავლეებს არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის უნარის თანდათანობით გამომუშავებაში ზეპირი არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნა მოსწავლეთა დიდ ინტერესსა და აქტივობას იწვევს, რადგან ისინი არ მოითხოვენ თუნდაც პროგრამული მასალის ცოდნას თუ მაგალითად სწავლის დასაწყისის პირველ გაკვეთილებზე კლასში მხოლოდ 1-3 მოსწავლეს შეეძლო ამოცანის ამოხსნა უკვე სასწავლო წლის ბოლოს თითქმის 40% გვთავაზობდა თავისი ზოგჯერ ძალიან ორიგინალურ, ამოხსნის პასუხებს და ცდილობდნენ მათ არგუმენტირებას ასეთი მუშაობის ორგანიზაციისათვის დამახასიათებელია, რომ აქ ხშირად აქტიურობას იჩენენ ის მოსწავლეები, რომლებსაც ალგებრაში საშუალო მოსწრება აქვთ მაგრამ

ზემოხსენებული ამოცანების ამოხსნის საქმეში წარმატება მათში, მათემატიკის შესწავლისადმი დიდ ინტერესს აღძრავს

უდავოა რომ ასეთი გარეგანი თავშესაქცევლობისა და უჩვეულო ფაბულის მქონე ამოცანები მოსწავლეებს დიდხანს ვერ დააინტერესებს ამიტომ წარმოიშობა ისეთი ამოცანების ამოხსნის აუცილებლობა, რომლებიც მათი ამოხსნის ხერხში ჩადებულ ე წ „შინაგან' თავშესაქცევლობას შეიცავენ ამით ისინი ამოცანის ამოხსნის მსვლელობისას ახდენენ მოსაზრებულობის შესაძლებლობების გამოვლენას ამა თუ იმ მათემატიკური ფაქტის ფართოდ და ღრმად შესასწავლად [57 გვ 34]

ყოველივე ზემოაღნიშნულის გამო ჩვენ თანდათანობით დავიწყეთ არართული არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების ჩართვა გაკვეთილის სხვადასხვა ეტაპებზე, რისთვისაც მუშაობის სხვადასხვა ფორმებით და მეთოდებით ვსარგებლობდით არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ხერხების ჩვენება და ათვისება სასკოლო სწავლების პრაქტიკაში საკმაოდ მარტივ მაგალითებზე შეიძლება

როგორც ზემოთ იყო ნაჩვენები, ნებისმიერი ხერხი გულისხმობს განსაზღვრული მიმდევრობის მოქმედებათა შესრულებას ანუ ამ მოქმედებათა შესრულების უნარის ფლობას არასტანდარტული ამოცანის ამოხსნის შედგომაში ჩვენ ვგულისხმობთ რომ მოსწავლეები ნათლად აცნობიერებენ იმას თუ რა არის მოცემული და რა არის საძიებელი ამოცანაში, ფლობენ პროგრამულ თეორიულ მასალას მკაფიოდ განასხვავებენ ამოცანაში შემავალ ყველა ტერმინსა და სიმბოლოს და მზადყოფნას გამოთქვამენ შემოთავაზებული ამოცანის ამოსახსნელად ხერხების გამოყენების სწავლებაზე ორიენტირებული პირველ ჯერზე შეთავაზებული ამოცანები როგორც წესი არართული იყო იმის გამო რომ მოსწავლეთა ყურადღება არ შეგვესუსტებინა ამ ეტაპზე ათვისებას ქვემდებარე ძირითადი პროგრამული მასალის შესწავლისადმი ამას გარდა, არართული არასტანდარტული ამოცანები დიდი წარმატებით იხსნება და მოსწავლეთა უმრავლესობის მხრიდან ჯეროვან ინტერესს იწვევს მაგალითად რაც შეიძლება სწრაფად აჩვენებთ ჭეშმარიტია თუ არა ტოლობა

$$1023^2 + 64^2 = 1025^2$$

აქ საკმარისია შესაკრები 1023^2 გადავიტანოთ მარჯვენა ნაწილში რომ იგი ორი გამოსახულების კვადრატების სხვაობად გარდაიქმნება

როგორც წესი, ამოცანებს ვთავაზობთ გაკვეთილის საწყის ან ბოლო ეტაპებზე შესასწავლი თემის და დასახული მიზნის თავისებურებებიდან გამომდინარე მაგალითად როცა ვატარებდით შესწავლილი მასალის განმტკიცების გაკვეთილს მაშინ ზეპირ არასტანდარტულ ამოცანებს ვიხილავდით გაკვეთილის ბოლო ეტაპზე

ამოცანათა დასმის სიმარტივე, მათი ამოხსნის მეთოდის ყველა მოსწავლისათვის მისაწვდომობა ხელს უწყობდა დაღლილობის მოხსნასა და მუშაობის გამოცოცხლებას რასაც განსაკუთრებული მნიშვნელობა აქვს გაკვეთილის ბოლო წუთებში ახალი მასალის ახსნის გაკვეთილებზე ზეპირი სავარჯიშოები მოსწავლეებს ეძლეოდათ გაკვეთილის დასაწყისში ისინი იმგვარად შეირჩეოდა რომ განვლილი მასალის გაკვეთილის მასალასთან დაკავშირებით შესაძლებელი ყოფილიყო ახალი თემის შემოტანა, კლასის ყველა მოსწავლის აქტიურ მუშაობაში ჩართვა და მათი განწყობა ახალი მასალის აღსაქმელად

დავალებათა სირთულე თანდათანობით იზრდებოდა სახელმწიფო საგანმანათლებლო სტანდარტით განსაზღვრულ დონემდე [1] არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნის საუკეთესო სტიმულს მოსწავლეთა დაინტერესება წარმოადგენს

ვიდრე მოსწავლეები ამგვარი სამუშაოს შესრულებას შეუდგებოდნენ ჩვენ მათ შევთავაზეთ მოსალოდნელი შედეგის ან შესაძლებელი პასუხის რაიმე ნაწილის გამოცნობა ან წინასწარმეტყველება ამას კლასის ბევრი მოსწავლის აქტიური განწყობა მოყვა ხშირად გაისმოდა სწორი ან სიმართლის მსგავსი ვარაუდები და მასწავლებელს ისღა დარჩა გონივრულად მიეყვანა მოსწავლეები ამოცანის ამოხსნის დასრულებამდე და ეჩვენებინა მისი მშვენიერება და სილამაზე

იყო არაიშვიათი შემთხვევები, როცა მოსწავლეები გებულობდნენ ამოცანის პირობას, შეეძლოთ პასუხის მისაღებად საჭირო ყველა მოქმედების შესრულება მაგრამ ამოცანის ამოხსნას მაინც ვერ ახერხებდნენ ასეთ შემთხვევაში მასწავლებლები არ ცდილობდნენ სწრაფად შეეტყობინებინათ მოსწავლეებისათვის მზა ამოხსნა და ამოცანის ამოხსნის ძიების ეტაპზე მოსწავლეთა სააზროვნო ქმედიანობის აქტივიზებისათვის იყენებდნენ დიდაქტიკურ ხერხს, რომელსაც მეთოდიკურ ლიტერატურაში კარნახების სისტემას უწოდებენ კარნახების სისტემა შედგებოდა ამოცანის ანალიზის საკვანძო რგოლებზე მიმთითებელი დამხმარე კითხვებისა და ამოცანებისაგან, რომლებიც შეიძლება გამოყენებული იქნას როგორც შემდგომი ანალიზის საშუალება კარნახების მოცემული სისტემა მოსწავლის აზროვნების შემცვლელად კი არ გამოიყენება, არამედ იგი მას აძლევს საჭირო მიმართულებას და ამით მოსწავლეებს აგულიანებს დამოუკიდებელი სააზროვნო ქმედიანობის წარმართვისაკენ

არასტანდარტული ამოცანების ამომხსნელ მოქმედებათა საორიენტაციო საფუძველს მოცემული ამოცანის ამოსახსნელად აუცილებლად საჭირო

მოსწავლეებისათვის კარგად ცნობილი, თეორიული დებულებები და ფორმულები წარმოადგენს

ყოველი არასტანდარტული ამოცანა თავის შინაარსით ქმნის პრობლემურ სიტუაციას ამ სიტუაციის გადაწყვეტაში წარმატების მიღწევა დამოკიდებულია მასწავლებლის მიერ გამოყენებული სწავლების მეთოდების არჩევაზე ჩვენ პრაქტიკაში გვქონდა პრობლემური გადმოცემა, ნაწილობრივ საძიებო მეთოდი კვლევითი მეთოდი და ზოგიერთი სხვა მეთოდი

მოსწავლეებისათვის ძიების ზოგადი ხერხების სწავლების საწყის ეტაპზე არასტანდარტულ ამოცანებს მოსწავლეები ხსნიდნენ მასწავლებლის მიერ დასმული მიმახვედრებელი (მიმყვანი) კითხვების დახმარებით მას შემდეგ, როცა ამოცანა ამოიხსნებოდა, დაწვრილებით წარმოებდა მისი ამოხსნის მსვლელობის განხილვა, მითითებათა გამოკვეთა, რომლებმაც გადამწყვეტი როლი ითამაშა ამოცანის ამოხსნაში მასწავლებლის ხელმძღვანელობით დგებოდა იმ მითითებათა ცხრილი რომლებიც საერთო ხასიათის მატარებელი იყო ამის შემდეგ მოსწავლეების მხრიდან შედგენილი სამახსოვროს დახმარებით, მოითხოვებოდა თითოეული ნაბიჯის სიტყვიერი ფორმულირება ხერხის დაუფლების შემდეგ სამახსოვროს გამოყენების აუცილებლობა გამოირიცხება მას როგორც წესი, უბრუნდებიან მხოლოდ სუსტი მომზადების მქონე მოსწავლეები წარმოშობილი სიძნელების ან მცდარი ამოხსნების გაანალიზების შემთხვევაში

მოსწავლეებში თანდათანობით გამოჩნდა ამოცანიდან მიღებული პირველი შთაბეჭდილების სუბიექტურობისა და ცალმხრივობის დაძლევისადმი მისწრაფება მისი დაფარული მხარეების გამომჟღავნების სურვილი

უნდა აღინიშნოს, რომ მოსწავლეთა ინდივიდუალური თავისებურებებიდან გამომდინარე ცალკეულ მითითებათა წარმატებით შესრულების ხარისხი სხვადასხვა მოსწავლეებს შორის სხვადასხვაა მესამე და მეოთხე ჯგუფის მოსწავლეებისათვის საგანგებოდ ძნელი აღმოჩნდა ამოცანის გაანალიზებით გამოყოფილი პირობის ყველა მახასიათებლის გონებაში დაჭერა, ამისათვის ძალზე მოსახერხებელი აღმოჩნდა ინფორმაციის დაფიქსირების ისეთი ფორმა, როგორიცაა გრაფი გრაფის განსაზღვრება და განსაკუთრებულობები პირველ თავშია მოცემული ამასთან ერთად მოსწავლეებს პასუხი უნდა გაეცათ შემდეგ კითხვებზე

1) რაში მდგომარეობს მოთხოვნა?

2) რა თვისებები ახასიათებს საბოლოო შედეგს?

3) მოცემულობისა და სასურველი შედეგის რომელი მახასიათებლების შესახებ შეიძლება გამოვთქვათ ვარაუდი?

4) როგორ არის დამოკიდებული ამოცანის ამოხსნის პასუხი შერჩეულ მახასიათებლებზე?

ამოცანის ამოხსნის ძიების პრობლემური გადმოცემისას ვცდილობდით მოსწავლეებისათვის გვეჩვენებინა აზრის დიალექტიკური მოძრაობა, გაგვეხადა ისინი ძიების თანამონაწილეებად რაც მოითხოვდა მოსწავლეთა დამოუკიდებელი გონებრივი ქმედიანობის აქტივობას

არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების საწარმოებლად საჭირო მსჯელობების ნიმუშის ჩვენებისას მასწავლებლები, რა თქმა უნდა, კარგად აცნობიერებენ იმას რომ ასეთი მუშაობა მათემატიკისადმი ინტერესს აძლიერებს მაგრამ სრულად არ უწყობს ხელს ამოცანის ამოხსნის გზების დამოუკიდებელ ძიებას ამიტომ მოსწავლეები, მასწავლებლის უშუალო ხელმძღვანელობით მუდმივად აგროვებენ ევრისტიკებს (როგორც ამოცანათა ამოხსნის გარკვეულ ორიენტირებს), რომლებიდანაც მოგვიანებით ძიების ზოგადი ხერხი ჩამოყალიბდა

ექსპერიმეტული მუშაობის მსვლელობაში ნაწილობრივ საძიებო მეთოდის გამოყენებისას, მასწავლებლები მოსწავლეებს უშუალო მონაწილეობას აღებინებდნენ ძიების გეგმის შედგენაში, მოქმედების დამოუკიდებლად შერჩევასა და მეტიც, ახალი მოქმედების მოძიებაში ამ დროს მოსწავლეები გამოთქვამდნენ ჰიპოთეზებს, ახორციელებდნენ დამოუკიდებელ განზოგადებებს აყალიბებდნენ დასკვნებს და ახდენდნენ მათ შემოწმებას მოცემული მეთოდით სარგებლობის შემთხვევაში მოსწავლეთა დამოუკიდებლობის დონე უფრო მაღალია, ვიდრე პრობლემური გადმოცემის დროს, რადგან მარტო დამოუკიდებელი გონებრივი ქმედიანობის აქტივიზაცია საკმარისი არ არის ამოცანის წარმატებით ამოხსნისათვის, აქ საჭიროა მიხვედრისა და ინტუიციის საფუძველზე განხორციელებული დამოუკიდებელი ამოხსნა ჩვეულებრივ, ნაწილობრივ საძიებო მეთოდის რეალიზება ხდებოდა ევრისტიკული საუბრის ფორმით რაშიც უნდა ვიგულისხმოთ სისტემა ურთიერთდაკავშირებული საკითხებისა რომელთაგან თითოეული არის პრობლემის გადასაწყვეტად გადადგმული ნაბიჯი და რომელთა უმრავლესობა მოსწავლეებისაგან მოითხოვს არა მარტო თავიანთი ცოდნის რეპროდუქციას, არამედ მცირე ძიების განხორციელებასაც

კვლევითი მეთოდი, რომლის მეშვეობითაც მოსწავლეები მასწავლებლის ხელმძღვანელობით დამოუკიდებლად ასრულებდნენ საძიებო ქმედიანობის ყველა ეტაპს, იშვიათად გამოიყენებოდა ამ მეთოდით ძირითადად ექსპერიმენტის დასკვნით ეტაპზე ვისარგებლეთ რაც დაკავშირებული იყო ამ მიზნით საჭირო მრავალი მოსწავლის არასაკმარის გონებრივ განვითარებასთან და გაკვეთილზე აუცილებელი

დროის არსებობასთან ასეთი მუშაობა წარმოებდა იმ სკოლების შედარებით ნიჭიერ მოსწავლეებთან, რომლებშიაც მათემატიკური წრეები ან ფაკულტატური მეცადინეობები იყო ორგანიზებული

ხერხების შემოტანის სხვადასხვა გზების ანალიზმა გვიჩვენა რომ ხერხების ათვისება ყველაზე ეფექტურად ხორციელდება ევრისტიკული საუბრისა და ამ ხერხების დამოუკიდებლად გამოყენების შესახებ მასწავლებლის მიერ გაკეთებული მკაფიო და თანმიმდევრული ახსნა-განმარტებების საფუძველზე

ამოცანათა ამოხსნის ძიების სწავლების მიზნით გაწეული მუშაობის ეფექტიანობის ასამაღლებლად ჩვენ გამოვიყენეთ მუშაობის შემდეგი ფორმები ინდივიდუალური, ჯგუფური და ფრონტალური

ერთი ასაკის მოსწავლეების მიერ ცოდნის, უნარისა და ჩვევების ათვისება როგორც ეს ფსიქოლოგებისა და პედაგოგების [76 77, 61 და სხვ] მრავალრიცხოვან შრომებშია დადგენილი, ბავშვთა მნიშვნელოვანი ინდივიდუალური განსხვავების გამო არათანაბრად მიმდინარეობს აქედან გამომდინარე, აღებული კლასის მოსწავლეთა ცოდნის დონე და მათი შემეცნებითი შესაძლებლობების დონე ერთნაირი არ არის ამიტომ ამოცანათა ამოხსნის სწავლების პროცესში თითოეული მოსწავლის განვითარებისა და შესაძლებლობების მაქსიმალურად გამოყენებისათვის აუცილებელია ინდივიდუალური მიდგომა არ შეიძლება გათანაბრებულობის შემოღება, საჭიროა დავალებათა ინდივიდიალიზება

ყოველივე ზემოთქმული თანაბარწილად ეხება არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების პროცესს ამასთან დაკავშირებით ექსპერიმენტული კლასების მასწავლებლები, თითოეული მოსწავლის ინდივიდუალური შესაძლებლობების გარკვევის შემდეგ, ცდილობდნენ შეერჩიათ შესაძლისი არასტანდარტული ამოცანები, რომლებიც მოსწავლეებისაგან სრულფასოვანი განმავითარებელი სწავლების უზრუნველსაყოფად მკაცრად განსაზღვრულ შემოქმედებით დამოუკიდებლობას მოითხოვდნენ ამგვარი მუშაობის გასაშლელად ნაყოფიერი აღმოჩნდა ის დრო, რომელსაც მასწავლებლები უთმობდა საკონტროლო და დამოუკიდებელი სამუშაოების ანალიზს ამ მიზნით შემოწმებული კლასების მასწავლებელთა უმრავლესობას, გაკვეთილის განსაზღვრულ ეტაპზე, დაფასთან გამოყავდა მაღალი მოსწრების მქონე მოსწავლეები დანარჩენთათვის გაუგებარი საკითხების ასახსნელად ექსპერიმენტული კლასების იმ მოსწავლეებს, რომლებმაც დავალებას თავი წარმატებით გაართვა, დამატებით აძლევდნენ არასტანდარტულ ამოცანებს მათი ამოხსნის შემოწმება, უფრო ხშირად, იმავე გაკვეთილზე ხდებოდა ყველა მოსწავლე ხედავდა, თუ როგორ მუშაობდა ამოცანათა ამოხსნის ძიების ესა

თუ ის ზოგადი ხერხი რაც რა თქმა უნდა, ჯეროვან როლს თამაშობდა მათში ამოცანათა ამოხსნის უნარის ჩამოსაყალიბებლად

VII-IX კლასების ალგებრის კურსის დიდაქტიკურ მასალებში მოცემული საკონტროლო სამუშაოების სავალდებულო დავალებათა გულდასმით გაანალიზების საფუძველზე მივედით იმ დასკვნამდე რომ მათი შინაარსი გართულებულია რაც პედაგოგიკურად გაუმართლებელია და მიგვიყვანს მოსწავლეთა მნიშვნელოვანი ნაწილის სწავლისადმი ინტერესის დაკარგვამდე ამის გამო ექსპერიმენტულ კლასებში ჩვენ შევცვალეთ საკონტროლო სამუშაოების ცალკეული დავალებები იმ სავარჯიშოებით (არასტანდარტული ამოცანებით), რომლებიც სირთულის თვალსაზრისიდან გამომდინარე არ აღემატებოდნენ სახელმწიფო საგანმანათლებლო სტანდარტით რეკომენდირებულ მოსწავლეთა მათემატიკური მომზადების სავალდებულო დონეს ექსპერიმენტმა ასეთი მუშაობის მიზანშეწონილობა სავსებით დაადასტურა

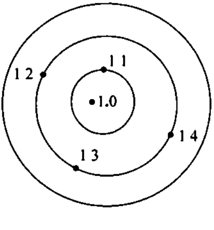
არასტანდარტული ამოცანების შესარჩევად მეთოდიკური თვალსაზრისით მიზანშეწონილია ძიების გამოყენებული ხერხების ზოგადობის ნიშნის შესაბამისად ამოცანების ციკლებად გაერთიანება ამასთან ციკლის შიგნით ამოცანები უნდა განთავსდეს მათი სირთულის თანდათანობით ზრდის მიხედვით

განვიხილოთ ამოცანათა ციკლის მაგალითი მთელი რიცხვის კვადრატის 4-ზე გაყოფადობაზე

ა მ ო ც ა ნ ა 1 *(საბაზისო)* დავამტკიცოთ რომ თუ მთელი რიცხვი არ არის 4-ის ჯერადი, მაშინ მისი კვადრატი 4-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევს ერთს

ა მ ო ც ა ნ ა 1 1 (კომპონენტი) დავამტკიცოთ, რომ სხვაობა 4-ის არაჯერადი მთელი რიცხვის კვადრატსა და ერთს შორის 4-ის ჯერადია

ა მ ო ც ა ნ ა 1 2 (კომპონენტი) დავამტკიცოთ, რომ ნებისმიერი მთელი რიცხვის კვადრატი ან იყოფა 4-ზე ან 4-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევს ერთს



ნახ 6

ა მ ო ც ა ნ ა 1 3 (კომპონენტი) დავატკიცოთ, რომ მთელი რიცხვის კვადრატის 4-ზე გაყოფისას ნაშთში არ შეიძლება მივიღოთ 2 ან 3

ა მ ო ც ა ნ ა 1 4 (კომპონენტი) დავამტკიცოთ, რომ მთელი რიცხვის კვადრატი გადიდებული 1-ით ან 2-ით, 4-ზე არ იყოფა

ამოცანათა ციკლის განხილული მაგალითი ე წ ,პლანეტარული მოდელით შეიძლება დავასურათოთ (ნახ 6)

ყოველი ციკლი შეიცავს საბაზისო (ძირითად) ამოცანას და ამოცანა-კომპონენტებს საბაზისო ამოცანა არის ციკლის ამოსავალი ამოცანა, რომელსაც ამოხსნის ალგორითმის უმცირესი სირთულე აქვს ამოცანა-კომპონენტები არიან ურთიერთგანმავითარებელი და ურთიერთშემავსებელი საბაზისო ამოცანის ჩათვლით

ამოცანათა ციკლი ამოცანა-კომპონენტების მინიმალურ რაოდენობას უნდა შეიცავდეს რომლებიც საჭიროა მოცემული ტიპის მომდევნო ამოცანების ამოსახსნელად პლანეტარული მოდელის ბირთვში მოთავსებულია საბაზისო ამოცანა ხოლო მის ორბიტებზე განლაგებულია ამოცანა-კომპონენტები, რომლებიც ავითარებენ საბაზისო ამოცანას ციკლის მოდელის ცალკეულად აღებულ ორბიტაზე ლაგდება ამოხსნის ალგორითმის ერთნაირი სირთულის მქონე ამოცანა-კომპონენტები ციკლის სტრუქტურული მოდელის სხვადასხვა ორბიტებზე განლაგებულ ამოცანა-კომპონენტებს, ამოხსნის ალგორითმის განსხვავებული სირთულე აქვთ ამასთან ციკლის შიგნით ამოცანები (ბირთვიდან დაწყებული) დალაგებულია მათი სირთულის თანდათანობითი ზრდის მიხედვით

ციკლის დასაწყისში მოთავსებულ ამოცანებს ყოველდღიურ საგაკვეთილო პროცესში ვიყენებდით ხოლო იმ ამოცანებს რომელთა გამოყენება გაკვეთილებზე ვერ მოვახერხეთ ან ციკლის სირთულის უფრო მაღალ საფეხურზე იდგა კლასგარეშე და ფაკულტატურ მეცადინეობებზე ვიხილავდით

უნდა აღინიშნოს, რომ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების ინდივიდუალურ ფორმებს შორის ყველაზე შედეგიანი აღმოჩნდა სხვადასხვა ვაღით (ამოცანის სირთულის და მოსწავლის შესაძლებლობის გათვალისწინებით) მიცემული საშინაო დავალება დამატებითი ამოცანის ამოხსნის პროცესის ასახსნელად მოსწავლეს მოეთხოვებოდა ამოცანის პირობის მის მიერ შესრულებული ანალიზის რეპროდუქცია არსებითი კავშირების დამყარების აუცილებლობის დასაბუთება ცოდნის აქტუალიზაციის ჩვენება და სხვ თუკი ამოცანა ვერავინ ვერ ამოხსნა, მაშინ მისი ამოხსნის კოლექტიური განხილვა გაკვეთილზე ხდებოდა, ამასთან ერთად დგინდებოდა მოსწავლეთა მიერ გონებრივი ქმედიანობისას დაშვებული შეცდომები მთელ კლასთან ფრონტალური მუშაობის დროს ფართოდ გამოიყენებოდა მოსწავლეთა ინდივიდუალური შესაძლებლობები მაგალითად მასწავლებლები მოსწავლეებს გამოკითხავდნენ განზოგადების საფეხურების შესახებ

(მათი შესაძლებლობების მიხედვით), არჩევდნენ სხვისი აზრის მოსმენას თავის აზრთან მის შედარებას მასში შინაარსობრივი ხასიათის შეცდომების პოვნას და ა შ

გაკვეთილზე მუშაობის ჩამოთვლილი ფორმებიდან თითოეულის ორგანიზაცია ეჭვგარეშეა ხელს შეუწყობს მოსწავლეებისათვის ამოცანათა ამოხსნის ძიების ზოგადი და სპეციალური ხერხების წარმატებით სწავლებას მაგრამ ჩვენ მივისწრაფვოდით გვეპოვა ფრონტალური, ჯგუფური და ინდივიდუალური მუშაობის ფორმების ოპტიმალური შერწყმის გზები გაკვეთილზე

ასე მაგალითად თემის „ორცვლადიანი განტოლება“ სწავლებისას მოსწავლეებს შევთავაზეთ ეპოვათ შემდეგ განტოლებათა ამონახსნები

1) $x^2+y^2=0$, 2) $(x-1)^2+(y-2)^2=0$,

3) $x^2+6x+(y-4)^2+9=0$, 4) $y^2-4xy-4x+4+5x^2=0$

მოცემული განტოლებების ამოხსნაში კლასის ყველა მოსწავლემ მიიღო მონაწილეობა განსაკუთრებული აქტივობა გამომჟღავნდა 1) 2) შემთხვევებში რადგან აქ საჭიროა ორი არაუარყოფითი შესაკრების ჯამის ნულთან ტოლობის პირობის გამოყენება მე-3) განტოლების ამოსახსნელად საჭიროა ევრისტიკული ხერხის გამოყენება ამისათვის შედარებით ძლიერი მოსწავლეები აჯგუფებენ პირველ მეორე და მეოთხე შესაკრებებს და მათ ორწევრის კვადრატის სახით წარმოადგენენ შედეგად მიიღება მე-2) განტოლების ანალოგიური განტოლება რომლის ამოხსნა უკვე კლასის ყველა მოსწავლეს შეუძლია რაც შეეხება მე-4) განტოლებას მისი ამოხსნის გზის მიგნებას კლასის მხოლოდ 5-6 მოსწავლე ახერხებს აქ შესაკრები $5x^2$ უნდა წარმოდგეს $4x^2$-სა და x^2-ის ჯამის სახით, პერსპექტივაში ორი სამწევრის დანახვით რომლებიც ორწევრების კვადრატებს წარმოადგენენ შემდეგ სამუშაოში ისევ ერთვება მთელი კლასი

თემის „წრფივ განტოლებათა სისტემები“ შესწავლისას სისტემის შეკრების ხერხით ამოხსნის სწავლების პირველსავე გაკვეთილზე შეიძლება მოსწავლეებისათვის $x^2-y^2=93$ ტიპის განტოლების მთელ რიცხვებში ამოხსნის შეთავაზება მოსწავლეები განტოლების მარცხენა ნაწილში ხედავენ ორი გამოსახულების კვადრატების სხვაობას ამიტომ ინტუიციურად გამოთქვამენ ვარაუდს მათი $(x-y)(x+y)$ ნამრავლის სახით წარმოდგენის შესახებ თუ მხედველობაში მივიღებთ იმას, რომ x და y მთელი უნდა იყოს, საქმე გვექნება ორი მთელი რიცხვის ნამრავლთან რომელიც 93-ის ტოლია მაშასადამე, მოსწავლეებს უჩნდება აუცილებლობა 93 წარმოადგინონ მთელი რიცხვების შესაძლო ნამრავლების სახით ასეთებია წყვილები 93 და 1 1 და 93, -93 და -1, -1 და -93 3 და 31, 31 და 3 -3

და -31 -31 და -3 ამგვარად ამოსავალი ამოცანის ახლადფორმულირება ასეთნაირად შეიძლება ამოხსენით განტოლებათა შემდეგი სისტემები

1) $\begin{cases} x - y = 93, \\ x + y = 1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = 93 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x - y = -93 \\ x + y = -1 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x - y = -1 \\ x + y = -93 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 31 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x - y = 31 \\ x + y = 3 \end{cases}$ 7) $\begin{cases} x - y = -3 \\ x + y = -31 \end{cases}$ 8) $\begin{cases} x - y = -31 \\ x + y = -3 \end{cases}$

მოცემული სისტემების ამოხსნის საკითხის ორგანიზება სხვადასხვა გზით შეიძლება ასე მაგალითად, ერთ-ერთ ექსპერიმენტულ კლასში სამუშაო ორგანიზებული იყო ექვს ვარიანტად, თითოეული მოსწავლე ხსნიდა ერთ სისტემას ხოლო მე-7) და მე-8) სისტემას ხსნიდა ის მოსწავლეები, რომლებიც სწრაფად ართმევდნენ თავს სავალდებულო დავალებას სხვა ექსპერიმენტულ კლასში დავალებას სამ ვარიანტად ასრულებდნენ თითოეული მოსწავლე ხსნიდა ორ-ორ სისტემას, დანარჩენი ორი სისტემის ამოხსნაზე ორი მოსწავლე მუშაობდა დაფასთან ამან საშუალება მოგვცა კიდევ ერთხელ გაგვეანალიზებინა ამოხსნის მსვლელობა, მისი გაფორმება და ა შ

არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნისათვის გაწეული მუშაობის ინდივიდუალური და ფრონტალური ფორმების სწორი შეხამება მათი დადებითი მხარეების მაქსიმალურად გამოყენების საშუალებას იძლევა და მნიშვნელოვნად უწყობს ხელს შესასწავლი მასალის უკეთესად ათვისებას რაშიც ჩვენს მიერ ჩატარებულმა სასწავლო ექსპერიმენტმა დაგვარწმუნა

მოსწავლეთათვის არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლებისათვის გაწეულმა მუშაობამ დიდი ეფექტი მოგვცა იმ ექსპერიმენტულ კლასებში სადაც მასწავლებლებმა მოსწავლეთა მიზანმიმართული კლასგარეშე ქმედიანობის ორგანიზაცია შეძლეს კლასგარეშე მუშაობა იყო კლასში ორგანიზებული მუშაობის ორგანული გაგრძელება, რაც მნიშვნელოვნად აფართოებდა მოსწავლეთა მათემატიკურ თვალსაწიერს, ამაღლებდა მათემატიკისადმი ინტერესს ხელს უწყობდა ევრისტიკული ხერხების უფრო მკვიდრად დაუფლებას

§3 პედაგოგიური ექსპერიმენტი

არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების მეთოდიკამ ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის VII-IX კლასების ალგებრის კურსში, რომელიც ჩვენს მიერ ჩამოყალიბებული იყო I-II თავებში როგორც ზოგადად ისე კონკრეტული მაგალითების განხილვის საფუძველზე, ექსპერიმენტული შემოწმება გაიარა შვიდი წლის (1996-2003 წლებში) განმავლობაში ქუთაისის ანდრია რაზმაძის სახელობის ფიზიკა-მათემატიკურ გიმნაზიაში, წყალტუბოს რაიონის სოფელ ქვიტირის საშუალო სკოლაში, ქუთაისის ი ოცხელის სახელობის გიმნაზიაში, ვანის რაიონის სოფელ ზეინდრის საშუალო სკოლაში, თერჯოლის რაიონის სოფელ რუფოთის საშუალო სკოლაში

პედაგოგიური ექსპერიმენტის ჩატარებამდე, ჩვენს მიერ შესწავლილი იქნა აღნიშნული სკოლების მოსწავლეთა ალგებრის საკონტროლო წერების და დამოუკიდებელი სამუშაოების ნაშრომები, რომლებიც დისერტაციაში განხილული საკითხების სწავლებას ეხებოდა

ანალიზმა ცხადყო, რომ მოსწავლეთა უმრავლესობას უჭირს ისეთი არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნა, რომლებიც სპეციალური ხერხების გამოყენებით გაცილებით ადვილია ვიდრე ტრადიციული ხერხებით

დაკვირვებამ აჩვენა, რომ ერთი მხრივ საკითხები რომლებიც მოითხოვენ არსტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნას სპეციალური ხერხების გამოყენებით გადაწყვეტას, განიხილება ძალზე მცირე რაოდენობით მეორეს მხრივ თუ განიხილება, არ ხდება გამოყენებული მეთოდისა თუ ხერხის სრულფასოვანი მეცნიერული ახსნა

ექსპერიმენტული გამოკვლევა ჩატარდა ორ ეტაპად სწავლების სამ ფორმაზე

I ეტაპი-მოსამზადებელი ექქსპერიმენტი-რომელიც ტარდებოდა გაკვეთილებზე, მათემატიკის ფაკულტატურ მეცადინეობებზე და მათემატიკის საგნობრივი წრის მეცადინეობებზე

II ეტაპი-სასწავლო ექსპერიმენტი რომელიც ტარდებოდა გაკვეთილებზე, მათემატიკის ფაკულტატურ მეცადინეობებზე და მათემატიკის საგნობრივი წრის მეცადინეობებზე

მოსამზადებელი ექსპერიმენტის მიზანს წარმოადგენდა მოსწავლეთა საერთო მათემატიკური ცოდნის დონის შემოწმება განსაკუთრებულ დაინტერესებას ვიჩენდით ალგებრის ცოდნით და თუ რამდენად ფლობდნენ მოსწავლეები არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნის მეთოდებსა და ხერხებს

მოსამზადებელი ექსპერიმენტი მიმდინარეობდა სამი წლის (1996-1999 წლები) განმავლობაში და მასში მონაწილეობა მიიღო ქუთაისის ანდრია რაზმაძის

სახელობის ფიზიკა-მათემატიკური გიმნაზიის, წყალტუბოს რაიონის სოფელ ქვიტირის საშუალო სკოლის ქუთაისის ი ოცხელის სახელობის გიმნაზის ვანის რაიონის სოფელ ზეინდრის საშუალო სკოლის თერჯოლის რაიონის სოფელ რუფოთის საშუალო სკოლის 456 მოსწავლემ

მოსწავლეებთან მუშაობის ძირითადი ფორმა იყო გაკვეთილებზე ფაკულტატურ მეცადინეობებზე, მათემატიკის საგნობრივი წრის მეცადინეობებზე არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების შემცველი თეორიული და პრაქტიკული ხასიათის საკითხების განხილვა ამ ეტაპზე განისაზღვრა განსახილავი თემების ნუსხა და მათი სწავლების მეთოდიკა

მოსწავლეებს ეძლეოდათ ალგებრის კურსიდან არსტანდარტული ამოცანების შემცველი თეორიული და პრაქტიკული ამოცანები [2 3 4 13 15 27 28 29 37 44 46 53 65 85 96 97 98 99 100 101 102] სახელმძღვანელოებიდან და ჟურნალებიდან, აგრეთვე ჩვენს მიერ შედგენილი ამოცანები

განსაკუთრებული სიძნელე წარმოშვა ისეთმა ამოცანებმა, რომელთა გადაჭრა შესაძლებელია მხოლოდ სპეციალური ხერხების გამოყენებით ხოლო ტრადიციული მეთოდებით ან არ შეიძლება ან ძალზე რთულია

მოვიყვანოთ რამდენიმე მაგალითი

1 ამოვხსნათ განტოლება

$$x^2+10x+25+y^2=0$$

2 დავამტკიცოთ რომ

$$P(x)=x^{35}+x^{34}+\quad+x+1$$

მრავალწევრი იყოფა

$$Q(x)=x^{11}+x^{10}+\quad+x+1$$

მრავალწევრზე

3 ამოვხსნათ განტოლება

$$x^2+y^2+6y-8x+25=0$$

4 ავაგოთ $y=\dfrac{2x+1}{x}$ ფუნქციის გრაფიკი

5 დავშალოთ მამრავლებად a^2+4a+3 მრავლწევრი

6 დავამტკიცოთ რომ ნებისმიერი x და y-სათვის

$$\left(x^2+x^2y-2x^3\right)\left(8x-4y-4\right)\leq 0$$

მოსამზადებელმა ექსპერიმენტმა საშუალება მოგვცა გაგვეკეთებინა შემდეგი დასკვნები

1 არსტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნას საშუალო სკოლაში მათემატიკის სწავლების დროს ჯეროვანი ყურადღება არ ექცევა;

2 ზემოთ აღნიშნულის გამო მოსწავლეთა უმრავლესობა ვერ ფლობს არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის იმ მეთოდებსა და ხერხებს რომელთა გამოყენება ბევრ კონკრეტულ სიტუაციაში ძალზე კარგ შედეგს იძლევა

3 მოსწავლეთა ის მცირე ნაწილი, რომელებმაც იციან არსტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების გზები, მარტივად ახერხებენ განსახილავი თეორიული საკითხის თუ კონკრეტული ამოცანის გადაჭრას

4 არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხების მიზანმიმართული სწავლების უპირატესობის დასადგენად საჭირო გახდა სასწავლო ექსპერიმენტის ჩატარება

სასწავლო ექსპერიმენტის მოსამზადებლად საჭირო გახდა პასუხი გაგვეცა ძირითად კითხვებზე

ა) არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნის რეალიზებისაოვის რომელი მეთოდების და ხერხების სწავლებაა აუცილებელი?

ბ) სწავლების პროცესში არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების შემცველი რომელი თეორიული და პრაქტიკული ამოცანების განხილვაა მიზანშეწონილი?

გ) როგორ გავაკეთოთ ეს?

პირველ კითხვაზე პასუხის გაცემის მიზნით გავაანალიზეთ არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების შემცველი მეთოდიკური ლიტერატურა შევარჩიეთ ჩვენთვის მისაღები არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების გამოყენებით ამოხსნადი ამოცანათა სისტემები დავსახეთ პრაქტიკული მუშაობის გეგმა

მეორე კითხვაზე ასე ვუპასუხეთ შევარჩიეთ თეორიული საკითხები, რომელთა განხილვა მიზანშეწონილად ჩავთვალეთ შერჩეული მეთოდებიდან გამოვყავით ორი ძირითადი მეთოდი

1 ,ნაწილებით მიხედვით მთელის აღდგენის' პრინციპზე დაფუძნებული

2 ,პარადიგმის' პრინციპზე დაფუძნებული

აღნიშნული საკითხები ექსპერიმენტის პროცესში განიხილებოდა გაკვეთილებზე, ფაკულტატურ მეცადინეობებზე, მათემატიკის საგნობრივი წრის მეცადინეობებზე

მესამე კითხვის პასუხს წარმოადგენს ჩვენს მიერ დისერტაციის I-II თავებში შემოთავაზებული მეთოდიკა

აღნიშნული მეთოდიკა შემოწმებას გადიოდა გაკვეთილებზე ფაკულტატურ მეცადინეობებზე, მათემატიკის საგნობრივი წრის მეცადინეობებზე რამდენჯერმე მოგვიხდა სწავლების მეთოდიკისა და დასმული ამოცანების კორექტირება მათი დახვეწის მიზნით რის საფუძველზეც სწავლების პროცესი შემუშავებული მეთოდიკით წარიმართა შევნიშნავთ, რომ არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების ყველა თეორიული საკითხისა და პრაქტიკული ამოცანის ამოხსნა რა

თქმა უნდა არ ხერხდებოდა, მაგრამ აღნიშნული მეთოდები გამოიყენებოდა მთელი სასწავლო წლის მანძილზე ერთ გაკვეთილზე, მათემატიკის საგნობრივ წრეზე ან ფაკულტატურ მეცადინეობაზე განიხილებოდა არაუმეტეს ერთი საკითხისა, ხოლო მოსწავლეებს საშინაო დავალების სახით ეძლეოდათ ანალოგიური ამოცანა რომლის ამოხსნა შეიძლებოდა იმავე მეთოდით

სასწავლო ექსპერიმენტის დროს ვისარგებლეთ ყველა იმ ამოცანით რომელიც განხილულია დისერტაციაში, მათგან ზოგიერთი მათგანი განვიხილეთ გაკვეთილზე მათემატიკის საგნობრივ წრეზე, ფაკულტატურ მეცადინეობაზე დანარჩენი მოსწავლეებს მივეცით დამოუკიდებელი მუშაობისათვის გარდა ამისა ვსარგებლობდით სხვადასხვა სახელმძღვანელოებითა და კრებულებით, რომლებიც გამოყენებული იყო მოსამზადებელი ექსპერიმენტის ჩატარების დროს

სასწავლო ექსპერიმენტის ძირითადი მიზანი იყო შემუშავებული მეთოდიკის ეფექტურობის დამტკიცება

სასწავლო ექსპერიმენტი მიმდინარეობდა სამი სასწავლო წლის (2000-2003 წლები) განმავლობაში ქუთაისის ანდრია რაზმაძის სახელობის ფიზიკა-მათემატიკურ გიმნაზიაში, წყალტუბოს რაიონის სოფელ ქვიტირის საშუალო სკოლაში ქუთაისის ი ოცხელის სახელობის გიმნაზიაში, ვანის რაიონის სოფელ ზეინდრის საშუალო სკოლაში თერჯოლის რაიონის სოფელ რუფოთის საშუალო სკოლაში

ექსპერიმენტის დაწყების ყოველი სასწავლო წლის დასაწყისში ვატარებდით პირველ შემოწმებას ამ შემოწმების დროს მოსწავლეებს უნდა ამოეხსნათ არსტანდარტული ალგებრული ამოცანები, დაახლოებით იმ სახის რაც მოცემული იყო მოსამზადებელი ექსპერიმენტის დროს საშუალოდ ამ დავალებას სრულყოფილად ასრულებდა მოსწავლეთა 38-40% მთელი ორი სასწავლო წლის განმავლობაში მიმდინარეობდა არსტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნის მეთოდებისა და ხერხების სწავლება, ხოლო მომდევნო შემოწმებები ტარდებოდა სემესტრების ბოლოს მოსწავლეთა შედეგები ყოველი მომდევნო შემოწმების დროს სულ უფრო მაღალი იყო მეხუთე შემოწმების დროს დავალებას სრულყოფილად მოსწავლეთა 90 %-მდე ასრულებდა

ზემოთ თქმული ადასტურებს ჩვენს მიერ შემუშავებული მეთოდიკის უპირატესობას

ექსპერიმენტის ჩატარების დროს გარდა ექსპერიმენტში მონაწილე კლასებისა ვაკვირდებოდით საკონტროლოდ შერჩეულ კლასებსაც

საკონტროლო და ექსპერიმენტული კლასების მოსწავლეთა ცოდნის დონე ალგებრაში თითქმის ერთნაირი იყო საშუალო შეფასება შესაბამისად 3 8 და 3 7

ექსპერიმენტული კლასებისათვის სწავლება მიმდინარეობდა ზემოთ აღწერილი მეთოდიკით ხოლო საკონტროლოდ შერჩეულ კლასებზე კი - ტრადიციული ფორმით

შემუშავებული მეთოდიკის ეფექტურობის შემოწმებას ვაწარმოებდით სემესტრული წერებისა და შემაჯამებელ მუშაობაზე მიცემული ამოცანების სახით თითოეულ სასწავლო დავალებაში მიცემული იყო ერთი საკითხი, რომლის გადაწყვეტა მოითხოვდა არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნის სპეციალური ხერხების გამოყენებას ამ ამოცანის გადაწყვეტა შესაძლებელია ტრადიციული ხერხითაც ოღონდ საჭიროა რთული მათემატიკური გარდაქმნების ჩატარება

მოვიყვანოთ არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების შემცველი ამოცანების ამოხსნის სტატისტიკური შეფასება ექსპერიმენტული და საკონტროლო კლასების მიერ ექსპერიმენტის ორი სასწავლო წლის განმავლობაში ცხრილში მოცემულია ხუთი შემოწმების შედეგები პირველი შემოწმება ითვალისწინებდა მოსწავლეთა საერთო დონის დადგენას, ხოლო დანარჩენი ოთხი-უკვე შემუშავებული მეთოდიკის ათვისების შემოწმებას

ექსპერიმენტულ და საკონტროლო კლასებზე სტატისტიკურ შეფასებას ვახდენდით ორი ნიშნით

1 რამდენი მოსწავლე შეეცადა ამოეხსნა არასტანდარტული ალგებრული ამოცანა,

2 ამ მოსწავლეებიდან რამდენმა ამოხსნა ამოცანა სწორად

ექსპერიმენტის შედეგები მოყვანილია პირველ ცხრილში

ცხრილი 1

კლასები		ექსპერიმენტული				საკონტროლო				
ამოცანები		1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
მოსწავლეთა რაოდენობა		240	240	240	240	240	216	216	216	216	216
I	ამოხსნა	213	215	219	220	223	171	174	175	179	181
	ვერ ამოხსნა	27	25	21	20	17	45	42	41	37	35
II	ამოხსნა	190	191	192	195	197	132	134	135	139	140
	ვერ ამოხსნა	23	24	27	25	26	39	40	40	40	41

იმის გამო, რომ თითოეული ამოცანის ამოხსნის შედეგიდან დიდი გადახრა არ არის ამიტომ გადავიდეთ შეფასებათა საშუალოების განხილვაზე

შედეგები მოყვანილია მეორე ცხრილში

ამ ორ ნიშანს შორის განსხვავება გამოვთვალეთ χ^2 კრიტერიუმის საშუალებით [106 გვ 96-106]

კრიტერიუმის სტატისტიკის $T_{კრ}$ მნიშვნელობა $\alpha = 0{,}005$ მონაცემის დონისათვის და $\nu = 1$ თავისუფლების ხარისხისათვის Γ ცხრილიდან [106 გვ 130] ტოლია 3 84 ე ი $T_{კრ}$=3 84

T_0 ნულოვანი ჰიპოთეზა მდგომარეობს იმაში რომ შემოწმებული ნიშნით განსხვავება ექსპერიმენტულ და საკონტროლო ჯგუფის მოსწავლეთა შორის შემთხვევითია

ალტერნატიული T_1 ჰიპოთეზა-არის სტატისტიკური განსხვავება ე ი შემთხვევითი არ არის

ცხრილი 2

კლასები	ექსპერიმენტული	საკონტროლო
მოსწავლეთა რაოდენობა	240	216
ამოხსნა	218	176
ვერ ამოხსნა	22	40
ამოხსნა	193	141
ვერ ამოხსნა	25	35

ჩატარებული ექსპერიმენტის $T_ს$ კრიტერიუმის სტატისტიკური გამოთვლისათვის ვისარგებლეთ ფორმულით

$$T_ს = \frac{N(O_{11}O_{22} - O_{12}O_{21})^2}{n_1 n_2 (O_{11} + O_{21})(O_{12} + O_{22})} \qquad [106,\ გვ\ 96]$$

ამ ფორმულაში შემავალი სიდიდეები აღებულია მე-3 და მე-4 ცხრილებიდან, რომლებიც თავის მხრივ მიღებულია მე-2 ცხრილიდან

ცხრილი 3

I ნიშანი	ექსპერიმენტული	საკონტროლო
ამოხსნა	O_{11}=218	O_{21}=176
ვერ ამოხსნა	O_{12}=22	O_{22}=40
	$O_{11}+O_{12}=n_1$=240	$O_{21}+O_{22}=n_2$=216

სადაც $n_1+n_2=N=456$

ცხრილი 4

I ნიშანი	ექსპერიმენტული	საკონტროლო
ამოხსნა	O'_{11}=193	O'_{21}=141
ვერ ამოხსნა	O'_{12}=25	O'_{22}=35
	$O'_{11}+O'_{12}=n'_1$=218	$O_{21}+O'_{22}=n'_2$=176

სადაც $n'_1+n'_2=N'=394$

მივიღეთ შემდეგი მნიშვნელობები

პირველი ნიშნისათვის $T_{ს}$=8,46,

მეორე ნიშნისათვის $T_{ს}$=5,35,

რადგან ორთავე მნიშვნელობა აღემატება $T_{კრ}$, ამიტომ ორივე ნიშნით გადაწყვეტილების მიღების T_0 ჰიპოთეზა იცვლება ალტერნატიული T_1 ჰიპოთეზით ე ი პირველი და მეორე ნიშნით განსხვავება ექსპერიმენტულ და საკონტროლო ჯგუფებს შორის შემთხვევითი არ არის

ექსპერიმენტული და საკონტროლო კლასების მოსწავლეები თითქმის ერთნაირ სასწავლო პირობებში იმყოფებოდნენ, სხვაობა იყო მხოლოდ არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების სწავლების მეთოდიკაში, ამიტომ მიღებული განსხვავება შეიძლება ავხსნათ მხოლოდ იმით, რომ ეფექტურია ექსპერიმენტულ კლასებში ჩატარებული სწავლების მეთოდიკა

არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების მეთოდიკის ზემოთ მოყვანილი პედაგოგიური ექსპერიმენტი საშუალებას გვაძლევს გავაკეთოთ შემდეგი დასკვნები

1 ალგებრის სწავლების მეთოდიკა, რომლის ზოგადი დახასიათება მოცემულია დისერტაციაში შეიძლება გამოყენებულ იქნას ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის მეორე საფეხურზე, როგორც ალგებრის სწავლების კერძო მეთოდიკა,

2 ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლაში არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების მეთოდებისა და ხერხების სწავლება ხელს უწყობს მოსწავლეებს ზოგადი განათლების მიღებაში, ამაღლებს მათ ინტელექტს,

3 მეთოდიკური თვალსაზრისით მიზანშეწონილია არასტანდარტულ ალგებრულ ამოცანათა სისტემები დავყოთ მსგავსების ნიშნების მიხედვით დაყოფის შემდეგ ამოცანები დავალაგოთ სირთულის მიხედვით

გაკვეთილებზე განვიხილოთ თითოეული ჯგუფის უფრო რთული ამოცანები ხოლო შედარებით მარტივი ამოცანები მოსწავლეებს მივცეთ დამოუკიდებელი მუშაობისათვის

მიუღებლად მიგვაჩნია მოსწავლეთათვის სწავლების პროცესში ძალზედ რთული არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების მიცემა რადგან ისეთი ამოცანები რომელთა ამოხსნაც აღემატება მოსწავლეთა გონებრივ შესაძლებლობებს მათში იწვევს გარკვეული შიშის გრძნობას და საკუთარ შესაძლებლობებში დაეჭვებას

შემუშავებული მეთოდიკა, რომელიც საშუალებას იძლევა ეფექტური გავხადოთ ამოცანათა ამოხსნის ხერხების ქმედითუნარიანობა, მოსწავლეებს განუმტკიცებს საკუთარი თავის რწმენას, ამაღლებს ამოცანების ამოხსნის ინტერესს ამის დასტური იყო ჩატარებული პედაგოგიური ექსპერიმენტი

II თავის დასკვნები

ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის VII-IX კლასების ალგებრის კურსის საძიებო ამოცანათა ამოხსნის ძიების სწავლების ჩატარებულმა ექსპერიმენტმა შემდეგ დასკვნებამდე მიგვიყვანა

1 ალგებრული ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლებაზე ორიენტირებული ჩვენს მიერ შემუშავებული მეთოდიკა, შეიძლება გამოყენებული იქნას არამარტო კლასგარეშე და ფაკულტატურ მეცადინეობებზე, არამედ ამოცანათა შესაბამისი შერჩევის შემდეგ, ყოველდღიურ საგაკვეთილო პროცესში ყველა მოსწავლესთან ერთად

2 ამოცანათა შესარჩევად მეთოდიკური თვალსაზრისით მიზანშეწონილია ძიების გამოყენებული ხერხების ზოგადობის ნიშნის შესაბამისად ამოცანების ციკლებად გაერთიანება ციკლის შიგნით ამოცანები უნდა განთავსდეს მათი სირთულის თანდათანობითი ზრდის მიხედვით ციკლის დასაწყისში მოთავსებული ამოცანები ყოველდღიურ საგაკვეთილო პროცესში გამოიყენება ხოლო ის ამოცანები, რომელთა გამოყენება გაკვეთილებზე ვერ მოხერხდა ან ციკლის სირთულის უფრო მაღალ საფეხურზე დგას-კლასგარეშე და ფაკულტატურ მეცადინეობებზე;

3 კლასის ყველა მოსწავლისათვის ამოცანათა ამოხსნის ძიების სწავლება მიზანშეწონილია, როგორც მათემატიკური მასალის კარგად ასათვისებლად, ისე შემოქმედებითი აზროვნების განსავითარებლად;

4 მოსწავლეთა შემოქმედებითი აზროვნების განვითარება ამოცანათა ამოხსნის ძიების ხერხების სწავლების მეშვეობით არამარტო საკონტროლო სამუშაოებში მათი არასავალდებულო დავალებების სახით ჩართვით დადასტურდა არამედ სასწავლო პროცესში, დამოუკიდებელი სამუშაოების შესრულებისას, ამოცანათა ამოხსნის უნარის დაუფლებით დაინტერესებულ მოსწავლეთა რიცხვის ზრდით

ს ა ბ ო ლ ო ო   დ ა ს კ ვ ნ ე ბ ი

ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის VII-IX კლასების ალგებრის კურსში მოსწავლეთათვის არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხების სწავლების ჩატარებულმა თეორიულმა და ექსპერიმენტულმა გამოკვლევებმა საშუალება მოგვცა დაგვესკვნა შემდეგი

1 ქართული ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის განვითარების თანამედროვე ეტაპზე მათემატიკის მასწავლებელთა წინაშე დგება მოსწავლეთა არა მარტო მეცნიერული ცოდნის სისტემით შეიარაღების, არამედ შემოქმედებითად აზროვნების სწავლების ამოცანაც ამ მიზნის მისაღწევად აუცილებელია მოსწავლეები შევაიარაღოთ გონებრივი ქმედიანობის სპეციალური ხერხების სისტემით მათ შორის ამოცანათა ამოხსნის ძიების ხერხებითაც ასეთი ხერხების ჩამოყალიბების საქმეში წამყვან როლს თამაშობს ამოცანები რომლებიც რაიმე ცნობილი ალგორითმების უშუალო გამოყენებით არ ამოიხსნება ანუ ე წ არასტანდარტული ამოცანები

2 არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების თეორიისა და პრაქტიკის შესწავლამ ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის VII-IX კლასებში აჩვენა

ა) ფსიქოლოგიური გამოკვლევების არსებობა რომლებიც ევრისტიკული ხერხების ფორმირებისათვის საჭირო მუშაობის ორგანიზების საშუალებას იძლევა მათ შორის ყველაზე საიმედოა და სწავლების პრაქტიკაშია მიღებული ი პონომარიოვის ს რუბინშტეინის, ლ ფრიდმანის, დ უზნაძის, შ ნადირაშვილის ი კოტეტიშვილის, ნ იმედაძის და სხვათა ნაშრომები ისინი ქმნიან ჩვენი გამოკვლევის ფსიქოლოგიურ საფუძველს

ბ) მოსწავლეთათვის არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ხერხების სწავლების მეთოდიკის დაუმუშავებლობა

გ) VII-IX კლასების ალგებრის მოქმედ სახელმძღვანელოებში იმ ამოცანების რაოდენობის არასაკმარისობა, რომლებიც ამოხსნის ძიების ხერხების გამოყენებას მოითხოვენ;

დ) მოსწავლეებში ამოცანათა ამოხსნის ხერხების ფორმირების სტიქიური ხასიათი, რაზეც ანკეტირებისა და მოსმენილი გაკვეთილების შედეგების ანალიზი მეტყველებს

3 მოსწავლეთათვის არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების ეფექტური ორგანიზებისათვის აუცილებელია ამოცანის ამოხსნის ძიების ხერხები სპეციალური შესწავლის საგნად ვაქციოთ და მათი ფორმირება ამ მიზნისათვის სპეციალურად შერჩეული ამოცანების მეშვეობით მოვახდინოთ

4 სასწავლო ექსპერიმენტმა აჩვენა არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნის ძიების ,პარადიგმისა' და „ნაწილების მიხედვით მთელის აღდგენის' პრინციპებზე დაფუძნებული ხერხების სწავლების ჩვენს მიერ შემუშავებული მეთოდიკის ეფექტურობა იგი შემდეგში მდგომარეობს

ა) რიგი გაკვეთილების მანძილზე იხსნება, ერთი და იგივე ევრისტიკული ხერხით სტანდარტულზე დაყვანადი, მცირე არასტანდარტულობის ხარისხის მქონე ამოცანები,

ბ) მასწავლებლის მიერ დასმული მიმახვედრებელი კითხვების საშუალებით გამოიყოფა ევრისტიკები, რომელთა ჩამოყალიბება ერთი და იგივე მოკლე სიტყვიერი ფორმით ხდება ;

გ) რიგი ამოცანების ამოხსნა სქემატური გამოსახვის თანხლებით ხორციელდება

დ) დგება შესაბამისი ხერხის ევრისტიკული სქემა, რომელიც სამახსოვრო-ორიენტირის სახით ფორმდება ყველა მოსწავლისათვის და სამუშაო სტენდზე გამოიკვრება ;

ე) ხერხის დამუშავება კონკრეტულ მაგალითებზე ხდება და დასაწყისში მას როგორც სამახსოვრო ორიენტირს ყველა მოსწავლე მიმართავს ხოლო შემდეგ მისი საშუალებით გართულებულ სიტუაციებში მხოლოდ სუსტი მოსწავლეები სარგებლობენ

5 როგორც სასწავლო ისე დამადასტურებელი ექსპერიმენტის მსვლელობამ აჩვენა, რომ შემუშავებული მეთოდიკა არამარტო არასტანდარტული ამოცახების ამოხსნის ძიების დაუფლების საშუალებას იძლევა არამედ ასევე ხელს უწყობს პროგრამული მასალის ხარისხოვან ათვისებასა და ნებისმიერი სტანდარტული ამოცანის ამოხსნისადმი შემოქმედებით მიდგომას

6 შემოთავაზებული მეთოდიკის სასწავლო პრაქტიკაში დანერგვა არ იწვევს სასკოლო მათემატიკის პროგრამისა და მოქმედი სახელმძღვანელოების პრინციპულ გარდაქმნას

7 შემუშავებული მეთოდიკა ორიენტირებულია როგორც ძლიერი, ისე სუსტი მოსწავლეების დასახმარებლად ამიტომ იგი მჭიდროდ უკავშირდება დიფერენცირებულ სწავლებას არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხების დაუფლება მოსწავლეთა შორის ინდივიდუალურ განსხვავებებს არ შლის მაგრამ აიყვანა რა ექსპერიმენტული კლასების ყველა მოსწავლე ცოდნის შედარებით მაღალ საფეხურზე ხშირად ამით ხელი შეუწყო შესამოწმებელი კლასების საშუალო და სუსტი მოსწავლეების (III და IV ჯგუფები) კარგი მოსწრების მქონე მოსწავლეების დონემდე აყვანას ამიტომ მოსწავლეთა ამ ნაწილს უჩნდება თავისი ძალებისადმი

რწმენა გაკვეთილზე შემოქმედებითი მუშაობისა და ცოდნის სისტემატური შევსების სურვილი

8 ძიების ხერხების სწავლების მეთოდიკის ეფექტური გამოყენება გულისხმობს პრობლემური სწავლების მეთოდებით სარგებლობას, რომლებიც მოსწავლეთა შემეცნებითი საქმიანობის აქტივიზაციის კარგ საშუალებას წარმოადგენს

9 დისერტაციაში შემუშავებულია არასტანდარტული ამოცანების შერჩევის რეკომენდაციები როგორც საკლასო, ისე კლასგარეშე მუშაობისათვის ამან საშუალება მოგვცა აგვეგო ამოცანების სისტემა, რომლებიც მოსწავლეებისათვის ამოცანათა ამოხსნის ევრისტიკული ხერხების სწავლების რეკომენდირებული მეთოდიკის შედეგიანობას უზრუნველყოფს ჩვენს მიერ ექსპერიმენტულადაა დასაბუთებული შერჩეული არასტანდარტული ამოცანების მოსწავლეთათვის მისაწვდომობა

10 შემუშავებული მეთოდიკის რამდენიმე წლის აპრობაციამ შესაძლებლობა მოგვცა დაგვედგინა მისი გამოყენების პირობები მათი მიკუთვნება VII-IX კლასების ალგებრის კურსის თემების მიხედვით ამოცანათა სპეციალური შერჩევა სწავლების ინდივიდიალიზაცია დროის რეზერვის გამოძებნა; მოსწავლეთა შემოწმების სისტემისა და ცოდნის შეფასების შეცვლა არა მარტო რაოდენობრივი მაჩვენებლების, არამედ მოსწავლეთა განსწავლულობის, სწავლისა და მათემატიკური განვითარების დონის გათვალისწინებით

11 გამოკვლევის შედეგები

ა) ადასტურებს ჰიპოთეზას მოსწავლეებისათვის არასტანდარტული ალგებრული ამოცანების ამოხსნის სწავლების შესაძლებლობის შესახებ ჩვეულებრივი საგაკვეთილო საქმიანობის ორგანიზაციის პირობებში,

ბ) აჩვენებს, რომ ამოცანათა ამოხსნის ძიების ხერხების დაუფლება ამაღლებს პროგრამული მასალის ათვისების ხარისხს; ზრდის ემპირიული ცოდნის განზოგადების უნარს და ახალ მასალაში მოსწავლეთა ორიენტირების სისწრაფეს ხელს უწყობს მათემატიკისადმი ინტერესის ზრდას

მიღებული დასკვნებისა და შედეგების უტყუარობა მოწმდებოდა კვლევის შემდეგი მეთოდებით ფსიქოლოგიისა და პედაგოგიკის სფეროების ლიტერატურული წყაროების ანალიზით; გამოსაკვლევი პრობლემის შესახებ არსებული მეცნიერული შრომების, სასწავლო და მეთოდიკური სახელმძღვანელოების პროგრამების ანალიზით; ქ ქუთაისისა და მისი მახლობელი რაიონების მათემატიკის მასწავლებელთა გამოცდილების შესწავლით; საკონტროლო და დამოუკიდებელი სამუშაოების, გაკვეთილების ოქმების, ანკეტირების ანალიზით; პირადი პრაქტიკული გამოცდილებით

ლიტერატურა

1 საქართველოს განათლების სამინისტრო ი გოგებაშვილის სახელობის პედაგოგიურ მეცნიერებათა ეროვნული ინსტიტუტი სახელმწიფო საგანმანათლებლო სტანდარტი მათემატიკაში თბილისი, 1997 -38გვ

2 Пойа Д Как решать задачу / Пер с англ –М Учпедгиз, 1961 –207с

3 Каплан Б , Рузин Н , Столяр А Методы обучения математике Некоторые вопросы теории и практики / Под ред А Столяра –Минск Народная асвета, 1981 –191с

4 Колягин Ю , Оганесян В Учись решать задачи –М Просвещение, 1980 –96с

5 Пойа Д Математическое открытие /Пер с англ –М наука, 1976 –448с

6 მორალიშვილი თ ამოცანათა ამოხსნის ძიების სწავლება საშუალო სკოლაში ,განათლება" თბილისი, 1991 -127გვ

7 Саранцев Г О методике обучения школьников поиску решения математических задач // Преподавание алгебры и геометрии в школе –М , 1982 –с 123-131

8 Туманов С Поиски решения задач –М Просвешение, 1969 –280с

9 Фридман Л и др Как научиться решать задачи Беседы о решении математических задач –М Просвешение, 1979 –160с

10 Розка Ю Формирование приемов аналитико-синтетического поиска решения задач на доказательство в курсе стереометрии IX класса средней школы Автореф дис канд пед наук –М , 1983 –16с

11 Тимощук М Методика формирования умений и навиков учащихся при изучении первих разделов ситематического курса стереометрии Автореф дис канд пед наук –М , 1984 –16с

12 Моралишвили Т Обучение поиску решения задач по алгебре и началам анализа в старших классах средней школы Автореф дис канд пед наук –М , 1987 –16с

13 Балк Г О применении эвристических приемов в школьном преподавании математики // Математика в школе –1969 ; №5 –21-28

14 Бурда М Формирование умений осуществлять поиски геометрических доказательств // Преподавание алгебры и геометрии в школе –М, 1992 –с123-131

15 Поисковие задачи по математике // Под ред Колягина Ю –М, Просвещение, 1979 –126с

16 ქელბაქიანი ვ, მორალიშვილი თ ამოცანათა ამოხსნის ძიების ზოგადი ხერხების სწავლება სასკოლო ალგებრის კურსში საქართველოს რესპუბლიკის განათლების სამინისტროს სამეცნიერო მეთოდური ცენტრი აკ წერეთლის სახელობის ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი მეთოდური წერილების კრებული- ქუთაისი 1991 -გვ 204-217

17 მორალიშვილი თ ამოცანათა ამოხსნის ანალიზურ-სინთეზური ძიების ხერხები პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი",№2(5), თბილისი, 1999 -გვ 200-203

18 მორალიშვილი თ ამოცანათა ამოხსნა განზოგადების ხერხით ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში', №4 თბილისი, 1986 -გვ 39-43

19 მორალიშვილი თ ამოცანათა ამოხსნა ქვეამოცანათა ერთობლიობებზე დაყვანის ხერხით „ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში", №2 თბილისი, 1987 -გვ 20-29

20 მორალიშვილი თ, დანელია რ ანალოგია-ამოცანათა ამოხსნის ძიების ევრისტი- კული ხერხი „ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში", №2, თბილისი, 1989 გვ 26-34

21 მორალიშვილი თ, ქელბაქიანი ვ სასკოლო მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ძიების მიდგომების და ხერხების შესახებ „ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში' №117 თბილისი 2001 -გვ 63-66

22 Эсаулов А Проблемы решения задач в науке и технике –Л Ленингр ун-т, 1979 –199с

23 Гарднер М Есть идея! / Пер с англ –М Мир, 1982 –305с

24 Василевский А Обучение решению задач –Минск Вышейшая школа 1979 –191с

25 Гурова Л Психологический анализ решения задач –Воронеж Воронеж ун-т, 1976 –327с

26 უზნაძე დ შრომები ზოგადი ფსიქოლოგია ტ III-IV გამომც „ალმაშენებელი თბილისი, 1998 -637გვ

27 Колягин Ю Задачи в обучении математике ч I Математические задачи как средство обучения и развития учащихся –М Просвещение –111с, 1977
28 Колягин Ю Задачи в обучении математике ч II Обучение математике через задачи и обучение решению задач –М Просвещение, 1977 –143с
29 Поисковые задачи и упражнения по математике для 6-7 классов средней школы / Под ред Ю Колягина –М НИИ школ, 1974 –68с
30 Пойа Д Математика и правдоподобные рассуждения / Пер с англ –М Наука, 1975 –463с
31 Балк Г О психологическом содержании понятия "задача" –Вопросы психологии, 1970, №6, с 75-85
32 Данилова В Процесс обучения в советской школе –М Учпедгиз, 1960 –299с
33 Матюшкин А Проблемные ситуации в мышлении и обучении –М Педагогика, 1972 –208с
34 Пушкин В Эвристика–наука о творческом мышлении –М Политиздат, 1967 –271с
35 Славская К Детерминация процесса мышления – В кн Исследование мышления в советской психологии – М Наука, 1966, с 175–224
36 Столяр А Педагогика математики – Минск Вышейшая школа, 1974 – 382с
37 Фридман Л, Турецкий Е Как научиться решать задачи Пособие для учащихся -2-е изд, перераб и доп –М Просвешение, 1984 –175с
38 Эсаулов А Психология решения задач –М Высшая школа, 1972 –215с
39 Фридман Л Психолого-педагогические основы обучения математике в школе Учителю математики о пед психологии –М Просвешение, 1983 –160с
40 Саранцев Г Классификация задач в методике преподавания математики – в сб Методика преподавания математики в средней школе – Свердловск Свердлов гос пед ин-т, 1982, с 3-12
41 Метельский Н Психолого-педагогические основы дидактики математики – Минск Вышейшая школа, 1977 –160с

42 Крутецкий Б Психология математических способностей школьников – М Просвешение, 1968 –431с

43 Колягин Ю математические задачи как средство обучения и развития учащихся средней школы – Автореф дис доктора пед наук –М, 1977 –55с

44 Поисковые задачи по математике /4-5 классы/ / под ред. Ю Колягина –М Просвешение, 1979 –95с

45 Сельдюкова С Нестандартные текстовые задачи в обучении младщих школьников математике Автореф дис канд пед наук –М, 1982 –16с

46 Соколова А. Решение нестандартных задач как средство воспитания интереса к математике – В сб Роль и место задач в формировании системы основых знаний – М НИИ школ, 1976, с 51-60

47 Ахулкова Е, Петрова М Формирование интересса учащихся к решению математических задач – В сб Роль и место задач в формировании системы основых знаний – М НИИ школ, 1980, вып 7, с 61-73

48 Колмогоров А, Успенский В К определению алгоритма – Успехи математических наук, 1958, т XIII, вып 4, с 3-28

49 Александров Г Обучение алгоритмам и развитие продуктивной познавательной активности учащихся – В сб Вопросы воспитания познавательной активности и самостаятельности школьников – Казань пед ин-т, 1972, с 64-71

50 Мальцев А Алгоритмы и рекурсивные функции –М Наука, 1965 –392с

51 Александров Е Основы теории эвристических решений – М Сов радио, 1975 –254с

52 Балк М, Балк Г Поиск решения научно-популярная литература –М Дет лит, 1983 –143с

53 Бартенев Ф Нестандартные задачи по алгебре Пособие для учителей –М Просвешение, 1976 –95с

54 Ивлев Б Активизация мыслительной деятельности школьников при решении задач олимпиадного характера –В сб Роль и место задач в обучении математике –М НИИ школ, 1974, вып II, с 124-135
55 Окунев А Развитие у учащихся способности наблюдать и анализироват – Математика в школе, 1982, №5, с 15-17
56 Пономарев Я А. Психология творчества –М , Наука 1976 147с
57 Рубинштейн С О мышлении и путях его исследования –М АН СССР, 1958 –147с
58 Славская К А Мысль в действии –М , Знание 1968 192с
59 Анциферова Л И Роль анализа в познании причинно-следственных отношений –В кн · Процесс мышления и закономерности анализа, синтеза и обобщения –М , Наука 1959 235с
60 Пушкин В Н Оперативное мышление в больших системах –М , Знание 1965 158с
61 Калмыкова З И Продуктивное мышление –М , Педаглгика 1981 234с
62 Есаулов А Ф Психология решения задач в учебно-позновательной деятельности студентов –В кн Активизация познавательной деятельности студентов –Л , 1973, с 5-89
63 Пономарев Я А Фазы творческого процесса –В кн Исследование проблем психологии творчества –М , 1983 сс 27-43
64 Тихомиров О К Структура мыслительной деятельности человека –М , Наука 1969 163с
65 Кулюткин Ю Эвристические методы в структуре решений – М Педагогика, 1970 –231с
66 Фридман Л М Логико-психологический анализ школьных учебных задач –М , Наука 1977 149с
67 Фридман Л М , Турецкий Е Н , Стеценко В Я Как научится решать задачи –М , Наука 1979 152с
68 Решетова З А О путях формирования творческого мышления –Вест Высш школы, 1986, №1, с 16-20
69 Решетова З А , Сомоненко Ю А Системный тип ориентировки в предмете и эвристические возможности учащихс – Вестник МГУ, сер 14, "Психология", 1982, №1, с 20-29

70 Лернер И Я Развитие мышления учащихся в процессе обучения истории –М, Просвещение 1982 123с

71 Орехов А Н Формирование приемов эффективного решения творческих задач –Дисс канд психол наук –М, МГУ, 1985

72 Орехов А Н, Ильясов И И Обучение рациональным приемам решения творческих задач – Вестник вышей школы –М, 1987, №5 с 11-18

73 Леонтьев А Деятельность Сознание Личночты -2-е изд-М Политиздат, 1977 -304 с

74 Богявленский Д Приеми умственной деятельности и их формирование у школьников - Вопросы психологи, 1989, №2, с 25-38

75 Кабанова-Меллер Е Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся –М Просвещение, 1968 –288с

76 Кабанова-Меллер Е Приемы учебной работы и их классификация –Советская педагогика, 1975, №2, с 41-48

77 Кабанова-Меллер Е Приемы учебной работы и овладение ими (в условиях развивающего обучения) – Вопросы психологии, 1980, №4, с 145-150

78 Методика преподавания математики в средней школе Общая методика Учеб пособие для студентов физ-мат фак пед институтов /Оганесян В, Колягин Ю, Луканкин Г, Санинский В –2-е изд, перераб и доп –М Просвещение, 1980 –367с

79 Сойер У Прелюдия к математике / Пер с англ –2-е изд – М Прсвещение, 1972 –192с

80 Большая советская энциклопедия –М Советская энцикловедия, 1972, т 9, 624с, 1975, т 19, 648с, 1978, т 29, 640с

81 Розет И Что такое эвристика – Минск, 1969 –118с

82 Брунер Дж Процесс обучения / Пер с англ О Тихомирова – М АПН РСФСР, 1962 –84с

83 Слепкань З Психолого-педагогические основы обучения математике Методическое пособие – Киев Рад школа, 1983 – 192с

84 ჩაჩანიძე გ ალგებრა და საქართველოს მატიანე ,განათლება' თბილისი 1991 - 239გვ

85 ქელბაქიანი ვ , მორალიშვილი თ , ახვლედიანი ა მათემატიკის ამოცანათა კრებული „განათლება' თბილისი, 1983 -394გვ
86 ადეიშვილი ვ თევდორაძე გ წინააღმდეგობრივ მსჯელობათა განხილვა, როგორც პრობლემური სწავლების განხორციელების საშუალება პროფესორ-მასწავლებელთა III საინსტიტუტთაშორისო სამეცნიერო სესია ქუთაისის ჰუმანიტარულ-ეკონომიკური ინსტიტუტი ქუთაისი 1995 გვ 11-12
87 ქელბაქიანი ვ , ბერძულიშვილი გ , ადეიშვილი ვ ინვერსია და მეორე რიგის წირები საქართველოს პედაგოგიურ მეცნიერებათა აკადემია საერთაშორისო სამეცნიერო პედაგოგიური კონფერენცია თბილისი 1996 გვ 28-31
88 მორალიშვილი თ , ბერძულიშვილი გ , ადეიშვილი ვ ვიეტის განზოგადებული თეორემის გამოყენება გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნისას ქუთაისის ჰუმანიტარულ-ეკონომიკური ინსტიტუტი პროფესორ-მასწავლებელთა საინსტიტუტთაშორისო სამეცნიერო სესია ქუთაისი 1996 გვ 9-10
89 მორალიშვილი თ , ადეიშვილი ვ ევრისტიკისა და ზოგიერთი ევრისტიკული ხერხის სწავლების შესახებ საშუალო სკოლაში ქუთაისის ჰუმანიტარულ-ეკონომიკური ინსტიტუტი პროფესორ-მასწავლებელთა საინსტიტუტთაშორისო სამეცნიერო სესია ქუთაისი 1996 გვ 21-22
90 ქელბაქიანი ვ მორალიშვილი თ , ბერძულიშვილი გ , ადეიშვილი ვ გეომეტრიული მეთოდების გამოყენება ალბათობათა თეორიის ზოგიერთი ამოცანის ამოხსნისას ქუთაისის სამართლისა და ეკონომიკის უნივერსიტეტის სტუდენტთა და პროფესორ მასწავლებელთა სამეცნიერო მეთოდური კონფერენცია ქუთაისი 1998 გვ 8-10
91 ადეიშვილი ვ მორალიშვილი თ , ბერძულიშვილი გ საძიებო ამოცანების როლი მათემატიკის მომავალი მასწავლებლის მომზადებაში ქუთაისის საერო ინსტიტუტ „გელათის" პროფესორ-მასწავლებელთა საინსტიტუტთაშორისო სამეცნიერო სესია ქუთაისი 1997 გვ 17-20
92 ადეიშვილი ვ , ბერძულიშვილი გ ელიფსის ჰიპერბოლის შემოღების ერთი მეთოდის შესახებ ქუთაისის საერო ინსტიტუტ „გელათის პროფესორ-მასწავლებელთა საინსტიტუტთაშორისო სამეცნიერო სესია ქუთაისი 1997 გვ 34-36
93 მორალიშვილი თ , ადეიშვილი ვ სტუდენტებში ევრისტიკული აზროვნების ჩამოყალიბება მათემატიკის სწავლებისას საქართველოს მათემატიკოსთა ყრილობა თბილისი 1997 გვ 40-42

94 მორალიშვილი თ ადეიშვილი ვ ევრისტიკისა და საძიებო ამოცანების სწავლების მეთოდიკის ზოგიერთი საკითხი ცხრაწლიან სკოლაში ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პროფესორ-მასწავლებელთა V სამეცნიერო კონფერენცია ქუთაისი 1998 გვ 145-147
95 ადეიშვილი ვ საშუალო სკოლაში საძიებო ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკისათვის ქუთაისის საერო ინსტიტუტ ,გელათის' პროფესორ-მასწავლებელთა საინსტიტუტთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია ქუთაისი 1998 გვ 39-42
96 ადეიშვილი ვ ევრისტიკისა და ევრისტიკული ხერხების „ნაწილებით მთელი" და პარადიგმის" სწავლების შესახებ ცხრაწლიან სკოლაში // ქუთაისის საერო ინსტიტუტ „გელათი"-ს სამეცნიერო შრომების კრებული მოამბე, №2 ქუთაისი 1997 გვ 105-121
97 მორალიშვილი თ , ქელბაქიანი ვ , ადეიშვილი ვ საძიებო ამოცანების ამოხსნის სწავლება ევრისტიკული ხერხების გამოყენებით საშუალო სკოლის მეორე საფეხურზე // საქართველოს მეცნიერებათა აღორძინების ფონდი, სამეცნიერო შრომების კრებული „ინტელექტი' №2 თბილისი, 1998 გვ 77-82
98 მორალიშვილი თ , ადეიშვილი ვ საძიებო ამოცანების ამოხსნის სწავლების ერთი ხერხის შესახებ //საქართველოს მეცნიერებათა აღორძინების ფონდი სამეცნიერო შრომების კრებული ინტელექტი" №3, თბილისი 1998 გვ 123-128
99 ადეიშვილი ვ ზოგიერთი ევრისტიკული ხერხის სწავლების შესახებ საშუალო სკოლის მეორე საფეხურზე ქუთაისის აკ წერეთლის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პროფესორ-მასწავლებელთა IX სამეცნიერო კონფერენცია ქუთაისი, 2002 გვ 25-27
100 მორალიშვილი თ ადეიშვილი ვ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლის მოძებნის ერთი არასტანდარტული ხერხის შესახებ //ჟურნალი ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში', №119, თბილისი 2003 გვ 17-23
101 ადეიშვილი ვ მორალიშვილი თ სასკოლო მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების მეთოდიკა // საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდი პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი ინტელექტი №1(18), თბილის, 2004 გვ 138-141
102 მორალიშვილი თ ადეიშვილი ვ ერთი სტანდარტული ამოცანის არასტანდარტული ამოხსნის ხერხის სწავლება // საქართველოს მეცნიერებისა

და საზოგადოების განვითარების ფონდი, პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი ,ინტელექტი", №1(18), თბილის, 2004 გვ 100-102

103 ადეიშვილი ვ ევრისტიკული ხერხი ზოგადსაგანმანათლებლო საშუალო სკოლის მეორე საფეხურზე ქუთაისის აკ წერეთლის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკისა და ფიზიკის სწავლების მეთოდიკის აქტუალური პრობლემები, სამეცნიერო-მეთოდური კონფერენცია, ქუთაისი 2004 გვ 16-19

104 ვასაძე ნ პედაგოგიკა გამომც „ცის ნამი" თბილისი, 2000 გვ 408

105 Педагогика педагогические теории, системы, технология Учебное пособие для ст -ов ср пед уч зав / Под ред С Смирнова – 2-е изд испр и доп – М Академия, 1999 – 554с

106 Грабарь М И, Краснянская К А Применение математической статистики в педагогических исследованиях Непараметрические методы М Педагогика 1977 –136с