

ივ.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო
უნივერსიტეტი

სიყმაშვილი ირაკლი

სასრული სისქის, ბრტყელი, პერფორირებული
ეკრანების დიფრაქციული თვისებები

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატის
სამეცნიერო ხარისხის მოსაპოვებლად წარმოდგენილი

დ ი ს ე რ ტ ა ც ი ა .

სპეციალობა 01. 04.03 -რადიოფიზიკა

სამეცნიერო ხელმძღვანელი, ფიზიკა-
მათემატიკურ მეცნიერებათა დოქტორი,
პროფესორი ო.ცაგარეიშვილი

შინაარსი

შესავალი	3
თავი 1. ბრტყელი ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქცია მართკუთხა კვეთის ხვრელების მქონე სასრული სისქის მეტალურ ეკრანზე	10
§ 1.1 ამოცანის დასმა	10
§ 1.2 ამოცანის ფუნქციონალურ და ალგებრულ განტოლებათა სისტემები	16
§ 1.3 რიცხვითი შედეგები და მათი ანალიზი	24
თავი 2. ბრტყელი ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქცია წრიული კვეთის ხვრელების მქონე სასრული სისქის მეტალურ ეკრანზე	46
§ 2.1 ამოცანის დასმა	46
§ 2.2 ამოცანის ფუნქციონალურ და ალგებრულ განტოლებათა სისტემები	51
§ 2.3 რიცხვითი შედეგები და მათი ანალიზი	61
თავი 3. ბრტყელი ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქცია კოაქსიალური კვეთის ხვრელების მქონე სასრული სისქის მეტალურ ეკრანზე	77
§ 3.1 ამოცანის დასმა	77
§ 3.2 ამოცანის ფუნქციონალურ და ალგებრულ განტოლებათა სისტემები	81
§ 3.3 რიცხვითი შედეგები და მათი ანალიზი	89
ზოგადი დასკვნები.....	102
ლიტერატურა.....	104

შესავალი

ელექტრომაგნიტური ტალღების დიფრაქციის თანამედროვე თეორიის მრავალმხრივი განვითარება ძირითადად დაკავშირებულია ახალი სიხშირული დიაპაზონების ათვისებასა და მეცნიერებისა და ტექნიკის გამოყენებითი ამოცანების ამოხსნასთან.

თავისუფალ გარემოში პერიოდულ სტრუქტურებზე ტალღების გაბნევის შესწავლის საკითხი განეკუთვნება დიფრაქციის თეორიის კლასიკურ ამოცანათა რიგს. მათი ამოხსნა დაკავშირებულია საკმაოდ რთულ, მათემატიკურ გარდაქმნებთან და უკვე დიდი ხანია იმყოფება მკვლევართა ყურადღების ცენტრში.

დიფრაქციული მესერები მნიშვნელოვნად განაპირობებენ მეცნიერებისა და ტექნიკის ისეთი დარგების პროგრესს, როგორცაა გამზომი და ამაჩქარებელი ტექნიკა, ანტენებისა და კავშირგაბმულობის ტექნიკა, ელექტრონიკა და მიკროელექტრონიკა [1-8]. სარკული და ლინზური ანტენები, პოლარიზაციის გარდამქმნელები და ფაზის მაბრუნებლები, პოლარიზაციული და სიხშირული ფილტრები, კვანტური და დიფრაქციული გენერატორები, ღია რეზონატორები, მაეკრანირებელი საშუალებები სხვადასხვა ობიექტების დასაცავად - აი იმ ხელსაწყოებისა და მოწყობილობების არასრული ჩამონათვალი, რომლის ძირითად კვანძებს წარმოადგენენ დიფრაქციული მესერები [11-19].

მესერების ეფექტური გამოყენება შეუძლებელია მათი დიფრაქციული თვისებების თეორიული და ექსპერიმენტული გამოკვლევების გარეშე. ეს თვისებები არსებითად დამოკიდებულია მესერის გეომეტრიაზე და პერიოდის (d) ტალღის სიგრძესთან (λ) შეფარდების სიდიდეზე. ჩვეულებრივ გამოყოფენ სიხშირული პარამეტრის $\chi = d/\lambda$ ცვლილების სამ ძირითად არეს: გრძელტალღოვანს ($\chi \ll 1$), მოკლელტალღოვანს ($\chi \gg 1$) და რეზონანსულს ($\chi \approx 1$). პარამეტრის მნიშვნელობა განსაზღვრავს ამოხსნის მეთოდებს და დიფრაქციული მოვლენის ანალიზის საშუალებას.

შედარებით სრულად არის გამოკვლეული გრძელტალღოვანი შემთხვევა. ხშირად ამ არესათვის შესაძლებელი ხდება ისეთი მეთოდების გამოყენება, როდესაც ამოხსნა მიიღება ანალიზური სახით და იგი საკმაოდ მოსახერხებელია შემდგომი აპროქსიმაციებისათვის. ერთ ერთი მათგანია მიახლოებითი სასზღვრო პირობების გამოყენება, რომელიც ზოგად შემთხვევაში ხასიათდება ანიზოტროპული

თვისებებით[20-25]. ამ მიდგომით მიღებული ხშირპერიოდული მესერის თეორია ითვალისწინებს, როგორც ელემენტების ფორმასა და ფარდობით ზომებს, ასევე დიელექტრიკული შევსების საზღვრებსაც.

ვინაიდან ელ.მაგ. ტალღების დიფრაქცია რეალიზებადია თანამედროვე ზემალალ სიხშირული (ზმს) ტექნიკის მრავალრიცხოვან ხელსაწყოებში, ამიტომ შესაბამისი თეორიული გამოკვლევები დღესაც საკმაოდ აქტუალურია.

ყველაზე უფრო საინტერესო და ამასთანავე მოვლენის ანალიზისთვის არსებითად ძნელი არის რეზონანსული არე (როცა აღმგზნები ტალღის სიგრძე თანაზომადია მესერის პერიოდისა). მესერიდან გაბნეული ველის რთული სტრუქტურის ფორმირებაში (მოცემულ დიაპაზონში) მნიშვნელოვან როლს თამაშობენ ამ დროს წარმოქმნილი მაღალი რიგის გავრცელებადი ჰარმონიკები, ამიტომ კომპიუტერული ტექნიკის განვითარებამდე, გამოკვლევები ამ არეში ჩვეულებრივ იფარგლებოდა რომელიმე კერძო ან მიახლოებითი ამოხსნებით [26-34]. მიუხედავად ამისა მკვლევარებმა შექმნეს ის მყარი საძირკველი, რომელსაც ეფუძნება თანამედროვე დიფრაქციის თეორია რეზონანსულ სიხშირეთა არეში. მართლაც, პრაქტიკულად ყველა ფართოდ გამოყენებული რიცხვითი ექსპერიმენტისთვის საჭირო მათემატიკური მოდელის საფუძველში, ნათლად ჩანს 40-60-იან წლებში მიღებული იდეებისა და შედეგების გავლენა. უპირველეს ყოვლისა ეს ეხება ცალკეულ არეთა[12,35-39], პოტენციალთა თეორიის (ინტეგრალური განტოლებები)[5,40-45], ვინერ-ჰოპ-ფოკის მოდიფიცირებულ[46-48], ნაშთთა თეორიის მოდიფიცირებულ[47], ნახევრადშექცევის[12] და რიმან-ჰილბერტის ამოცანის[53] მეთოდებს. ამ მხრივ თავისი მნიშვნელოვანი წვლილი შეიტანეს ქართველმა მეცნიერებმაც. ჩამოყალიბდა და განვითარდა ამოხსნის ისეთი საინტერესო საშუალებები, როგორიცაა ორთოგონალიზაციისა [59-64] და დამხმარე გამომსხიველების (კოლოკაციის) [65-67] მეთოდები.

50-იან წლებში, ერთი კერძო შემთხვევის მაგალითზე, პირველად იქნა თეორიულად გაანალიზებული ზედაპირული და ორმაგი რეზონანსების მოვლენა ამრეკლი მესერებისთვის[49,50]. ამას მოჰყვა შრომები, რომლებშიც ყოველმხრივ იქნა შესწავლილი ისეთი მოვლენები, როგორიცაა: ანომალური გაბნევა „სრიალის“ წერტილის მახლობლად (რელეის ტალღათა სიგრძეზე) [12,51-53], ბრტყელ ტალღათა სრული რეზონანსული გავლა[12,54,55], სრული რეზონანსული

არეკვლა [5,12,56], ტალღათა სრული არასარკული არეკვლა მესერის მიერ [12,56,57] და ა.შ.

განსაკუთრებით უნდა გამოვყოთ ზ.ს. აგრანოვიჩის, ვ.ა. მარჩენკოს და ვ.პ. შესტოპალოვის ნაშრომები [58], რომლებშიც ფაქტობრივად დასახულია პერიოდული მესერების მიერ ტალღის რეზონანსული გაბნევის პრობლემათა ამოხსნის ძირითადი მიმართულებები. ამ ნაშრომთა გამოქვეყნების პერიოდისთვის ნათელი იყო, რომ სიხშირეთა რეზონანსული დიაპაზონისთვის, ამოცანათა ძირითადი ელექტროდინამიკური ანალიზი შემდგომში უსათუოდ განხორციელდებოდა რიცხვითი ექსპერიმენტის საშუალებით. კვლევის ამ გზის არჩევისას, საჭიროა ისე ჩამოყალიბდეს საწყისი სასაზღვრო ამოცანა, რომ გამოთვლითი ტექნიკის ეფექტური გამოყენებით, მივიღოთ სასურველი შედეგი პროგნოზირებადი ცდომილებით დროის რეალურ მასშტაბში.

მილიმეტრული და სუბმილიმეტრული ტალღების დიაპაზონის სწრაფი ათვისება, რადიოლოკაცია, რადიოკავშირი და რადიოსტრონომია სულ უფრო მზარდ მოთხოვნებს უყენებს დიდი აპერტურის მქონე ანტენებს. ასეთ მოთხოვნებს აკმაყოფილებენ ბრტყელი ანტენური მესერები, რომელთა განხილვასაც ეძღვნება ჩვენი სადისერტაციო ნაშრომი.

ბრტყელი პერიოდული ანტენა შედგება იდენტური გამომსხივებლებისაგან, რომლებიც განლაგებული არიან ორმაგად პერიოდული ბადის კვანძებში. „დიდი“ ბრტყელი ანტენური მესერის ცენტრალურ არეში თავმოყრილი ელემენტების ძირითადი მასა თითქმის ერთგვაროვანია და ამიტომ მათი ყოფაქცევის ხასიათი საკმარისად ზუსტად შეიძლება აღვწეროთ უსასრულო მესერის გამომსხივებელთა ყოფაქცევით. ეს უკანასკნელი წარმატებით შეიძლება იქნას ინტერპრეტირებული, როგორც „დიდი“ ბრტყელი მესერის ანალოგი.

თუკი საანტენო მესერის ზომები იზრდება მონოტონურად, მაშინ ცენტრალური ელემენტების მახასიათებლების ცვლილება სულ უფრო უმნიშვნელო ხდება და გარკვეული მომენტიდან შესაძლებელია მათი უგულებელყოფა.

პერფორირებულ ეკრანებზე ბრტყელი ელექტრომაგნიტური ტალღების გაბნევის ამოცანები პირველად დასმული და გადაწყვეტილი იყო [5,68-71] შრომებში. კვლევის მეთოდების უდიდესი რაოდენობა, რომლებიც აქამდე გამოიყენებოდა მათი ანალიზისათვის, არ ითვალისწინებდა ან ეკრანის სისქეს [70,71], ან ელემენტების ურთიერთქმედებას, ან ემყარებოდა ამოხსნის მიახლოებით მეთოდებს. ერთადერთი,

შედარებით სრული სახის ნაშრომია [5], რომელიც განიხილავს ფაზირებული ანტენური მესერების აღგზნების პრობლემებს. ის შეიცავს სხვადასხვა მათემატიკური მეთოდებით ამოცანების ამოხსნის საკითხებს და მათი საშუალებით მიღებული შედეგების ანალიზს. მართალია ამ ნაშრომში განხილულია ტალღამტარული სახის ბრტყელი მესერები, მაგრამ მათ გააჩნიათ ნახევრადუსასრული სიგრძე და არსებითად, დასმული ამოცანა, ეკუთვნის მათი ღია ბოლოდან ტალღების გამოსხივების შესწავლას.

სასრული რაოდენობის მართკუთხა ხვრელების მქონე სქელ ეკრანებზე ელექტრომაგნიტურ ტალღათა გაბნევის ამოცანებით და მათ გადაწყვეტასთან დაკავშირებული საკითხების შესწავლით დაინტერესება, გამოჩნდა მხოლოდ უკანასკნელ ათწლეულში [68-79], მაგრამ უსასრულო რაოდენობის ხვრელებისათვის ასეთი ამოცანა განხილულია მხოლოდ [68]-ში. ამ უკანასკნელში, ჩვენი ნაშრომისაგან განსხვავებით, გამოყენებულია ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდი. ამასთან, მიღებული რიცხვითი შედეგები საშუალებას არ იძლევა სრულად გავაანალიზოთ განსახილველი ობიექტის ფიზიკური თვისებები.

რაც შეეხება წრიული და კოაქსიალური კვეთების მქონე ხვრელებით პერფორირებულ სასრული სისქის ეკრანებს, მათ შესახებ მონაცემები ლიტერატურაში არ არსებობს და იგი ჩვენს მიერ პირველად არის შესწავლილი.

უნდა აღინიშნოს, რომ მოცემული ტიპის ანტენების კონსტრუირება ექსპერიმენტზე დაყრდნობით მოითხოვს, როგორც დიდ ფინანსურ, ასევე დიდ შრომით რესურსებს. აქედან გამომდინარე მნიშვნელოვანია წარმოდგენილი ბრტყელი მესერების გათვლის ისეთი ზუსტი და ეფექტური მეთოდების შემუშავება, რომლებიც სრულად უზრუნველყოფს საჭირო მათემატიკურ და ფიზიკურ ანალიზს.

ნებისმიერი დიფრაქციული ამოცანა შესაძლებელია ჩამოვყალიბოთ მკაცრად, მაგრამ ამოხსნის ერთი, რომელიმე ზოგადი, უნივერსალური მეთოდი დღევანდელი დღისთვის არ არსებობს.

შევჩერდეთ იმ ძირითად მეთოდებზე, რომელთა გამოყენებითაც ხდება ჩვენ სადისერტაციო ნაშრომში დასმული, კონკრეტული, სამგანზომილებიანი, ამოცანების ამოხსნა. ეს არის - ცვლადთა განცალებისა და ცალკეულ არეთა (ველის შეკერვის) მეთოდები [39,80-83]. ცვლადთა განცალების მეთოდი განეკუთვნება მათემატიკური ფიზიკის სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნის კლასიკურ მეთოდთა რიცხვს და ამიტომ მის ძირითად არსს ჩვენ არ შევეხებით.

ველების შეკერვის მეთოდი, ანუ ცალკეულ არეთა მეთოდი, ძირითადად გამოიყენება რთული სტრუქტურის მქონე ობიექტების შემთხვევაში. ამ მეთოდის თანახმად ხდება არსებული სივრცის, შედარებით მარტივ, მომიჯნავე არეებად დაყოფა და თითოეულ მათგანში ამოხსნა იძებნება ცვლადთა განცალგების მეთოდით. ამ დროს ველი თითოეულ ქვეარეში შეიძლება წარმოდგენილ იქნას ორთოგონალური საკუთარი ფუნქციების მწკრივების სახით (ანდა პერიოდული სტრუქტურების დროს სივრცული ჰარმონიკების მწკრივების სახით). შემდგომ ეტაპზე წარმოებს ველის უწყვეტობისა და გლუვობის პირობების დაკმაყოფილება მომიჯნავე არეების საზღვრებზე, რაც ერთადერთობის თეორემის თანახმად იძლევა ამოხსნის ერთადერთობის გარანტიას. ზღვრულ შემთხვევაში, როცა ეკრანის სისქე უსასრულოდ მცირეა, დამატებით საჭირო ხდება მაიქსნერის პირობის შესრულება[47] ხვრელის ბასრ კიდეებზე, რადგან აქ მაქსველის განტოლებები კარგავენ ძალას. ამ სასაზღვრო პირობების რეალიზაციას მივყავართ ფუნქციონალურ განტოლებასთან (ან განტოლებათა სისტემასთან) ველის უცნობი კოეფიციენტებისათვის. მიღებული ფუნქციონალური განტოლებები არსებული, აპრობირებული საშუალებებით (ჩვენს მიერ შერჩეულია მომენტების მეთოდი) დაიყვანება უსასრულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემაზე (ან სისტემებზე), რომელთა ამოხსნა ჩვეულებრივ ხდება მიახლოებით, ეგმ-ზე რედუქციისა ან იტერაციის მეთოდების გამოყენებით.

მეორე გვარის განტოლებებისთვის, რედუქციის მეთოდის გამოყენებისას, მატრიცული ელემენტებისა და თავისუფალი წევრების კვადრატულად კრებადობის პირობა, რედუქციის რიგის ზრდასთან ერთად, უზრუნველყოფს ამონახსნის სულ უფრო ზუსტ მიახლოებას ჭეშმარიტ შედეგთან. იტერაციის მეთოდი კი, რომელიც იძლევა ანალიზურ ამოხსნას, გამოიყენება რეგულარული ანდა სრულად რეგულარული წრფივი ალგებრული განტოლებებისათვის.

სამწუხაროდ პირველი გვარის განტოლებებისათვის შეუძლებელია რაიმე ზოგადი კრიტერიუმების ჩამოყალიბება ამონახსნის არსებობის შესახებ L^2 სივრცეში. ამიტომ რედუქციის მეთოდის გამოყენებისას საჭიროა ეგმ-ზე გამოთვლების დროს გამუდმებით ვაკონტროლოთ ალგორითმის კრებადობა, რაც იწვევს მანქანური დროის დამატებით ხარჯვას. გარდა ამისა, წარმოიშვება სიძნელეები ამოხსნის მრავალსახეობასთან დაკავშირებით. ამ შემთხვევაში საჭირო ხდება დამატებითი პირობების მოთხოვნა, რომლებიც უზრუნველყოფენ ამოხსნის ერთადერთობას (მაგ.

მაიქსნერის პირობა). და ბოლოს, როგორც წესი, პირველი გვარის განტოლებებისთვის იტერაციის მეთოდის გამოყენება შეუძლებელია.

სადისერტაციო ნაშრომის მიზანია ისეთი ბრტყელი, ნახევრადგამჭვირვალე და ამრეკლი ეკრანების დიფრაქციული მახასიათებლების გამოკვლევა, რომელთა ელემენტებსაც წარმოადგენენ სხვადასხვა პროფილის ტალღამტარების მონაკვეთები და ნახევრადლია რეზონატორები.

ამოცანის ჩამოყალიბების კლასიკური ხასიათი განაპირობებს მიღებული შედეგების ერთადერთობასა და ჭეშმარიტებას. ამოცანის დასმის დროს ვიყენებთ მხოლოდ ისეთ მიახლოებებს, რომლებიც ზოგადად არის მიღებული რადიოფიზიკაში. კერძოდ, ვთვლით, რომ მეტალს აქვს უსასრულოდ დიდი (იდეალური) გამტარებლობა, ხოლო დიელექტრიკში კარგვები არ გვაქვს. აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ მოცემული მეთოდით ამოცანის ამოხსნა შესაძლებელია მაშინაც, როდესაც ამ მიახლოებებს ადგილი არ აქვთ. ამ შემთხვევაში საჭიროა გათვალისწინებული იქნას როგორც არსებული კარგვები, ისე წარმოქმნილი ფაზათა სხვაობა დაცემული და არეკვლილი ველის კომპონენტებს შორის.

დისერტაციის ძირითადი შედეგები გამოქვეყნებულია [74-79] ნაშრომებში. ჩატარებულმა გამოკვლევებმა საშუალება მოგვცა ამოცანის მკაცრი დასმით პირველად გამოგვეკვლია ისეთი სტრუქტურები, რომლებიც ადრე არ ყოფილა განხილული. მიგველო მნიშვნელოვანი მოცულობის ორიგინალური ფაქტიური მასალა განხილული სისტემების მიერ ტალღათა გაბნევის პროცესზე, ჩაგვეტარებინა ამ პროცესების ფიზიკური ანალიზი და დაგვედგინა ზოგადი და სპეციფიური კანონზომიერებები.

ნაშრომის სტრუქტურა და მოცულობა. სადისერტაციო ნაშრომი შედგება შესავალის, სამი თავისა და დასკვნითი ნაწილისგან; მას უკავია III გვერდი, მათ შორის გრაფიკული მასალა წარმოდგენილია 32 გვერდზე, ხოლო გამოყენებული ლიტერატურა შეიცავს 85 დასახელებას.

პირველ თავში განიხილება სივრცეში ნებისმიერად ორიენტირებული, ბრტყელი ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის ამოცანა მართკუთხა ფორმის ხვრელებით პერფორირებულ, სასრული სისქის, უსასრულო ზომების მეტალურ ეკრანზე.

ზემოთ აღნიშნული მათემატიკური მეთოდების გამოყენებით ამოცანა დაიყვანება უსასრულო, წრფივ, ალგებრულ განტოლებათა სისტემებზე, რომელთა მატრიცული ელემენტებისა და თავისუფალი წევრების ანალიზის შედეგად, შესაძლებელი ხდება

მათი ამოხსნა რედუქციის მეთოდით. შედგენილია ალგორითმი რიცხვითი ექსპერიმენტის ჩასატარებლად და რეალიზებულია მათი განხორციელება ეგმ-ზე.

წარმოდგენილია მდიდარი რიცხვითი და ვიზუალური შედეგები, რომელთა საფუძველზეც ჩატარებულია რეზონატორებისაგან შედგენილი ამრეკლი და ტალღამტარების მონაკვეთებისაგან შედგენილი ნახევრადგამჭვირვალე მესერების ყოფაქცევის ფიზიკური ანალიზი.

ნაჩვენებია, რომ ბრტყელ ანტენურ მესერებში, მართალია დაიკვირვება ორგანზომილებიანი ამოცანებისათვის დამახასიათებელი მოვლენები (ვუდის ანომალია, ორმაგი რეზონანსი და სხვა), მაგრამ მათგან განსხვავებით, ობიექტის სტრუქტურიდან გამომდინარე, შეინიშნება უფრო რთული და მაღალი რიგის განსაკუთრებულობები.

მეორე თავში განიხილება ბრტყელი მეტალური ეკრანები წრიული კვეთის ხვრელებით. ამოცანის გადაწყვეტის მეთოდიკა ანალოგიურია პირველი თავისა, იმ განსხვავებით რომ ხვრელებში ველის წარმოდგენისას გამოყენებულია წრიული ტალღამტარების ველის საკუთარ ფუნქციებად გაშლა.

შედგენილი პროგრამული ალგორითმის გამოყენებით წარმოდგენილია რიცხვითი მასალა და ჩატარებულია პირველ თავში მიღებულ შედეგებთან შედარებითი ანალიზი. აღმოჩენილია მსგავსი და რადიკალურად განსხვავებული ფიზიკური თვისებები.

მესამე თავში შეისწავლება პერფორირებული ეკრანები კოაქსიალური კვეთის ხვრელებით. ამოცანის გადაწყვეტისათვის არჩეული მეთოდის ადექვატურობაში კიდევ ერთხელ ვრწმუნდებით ზღვრულ შემთხვევაზე გადასვლისას, როცა კოაქსიალის შიგა გამტარის რადიუსი მიისწრაფის ნულისაკენ. ამ დროს მიღებული ანალიზური გამოსახულებები ზუსტად ემთხვევა მეორე თავში განხილული ამოცანის შედეგებს.

რიცხვითი მასალების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ რამდენადაც საკვირველი არ უნდა იყოს, საკვლევ მესერს უფრო მეტი საერთო თვისებები გააჩნია მართკუთხა ხვრელებიან ეკრანთან, ვიდრე წრიულთან.

თავი 1

ბრტყელი ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქცია მართკუთხა კვეთის ხვრელების მქონე სასრული სისქის მეტალურ ეკრანზე

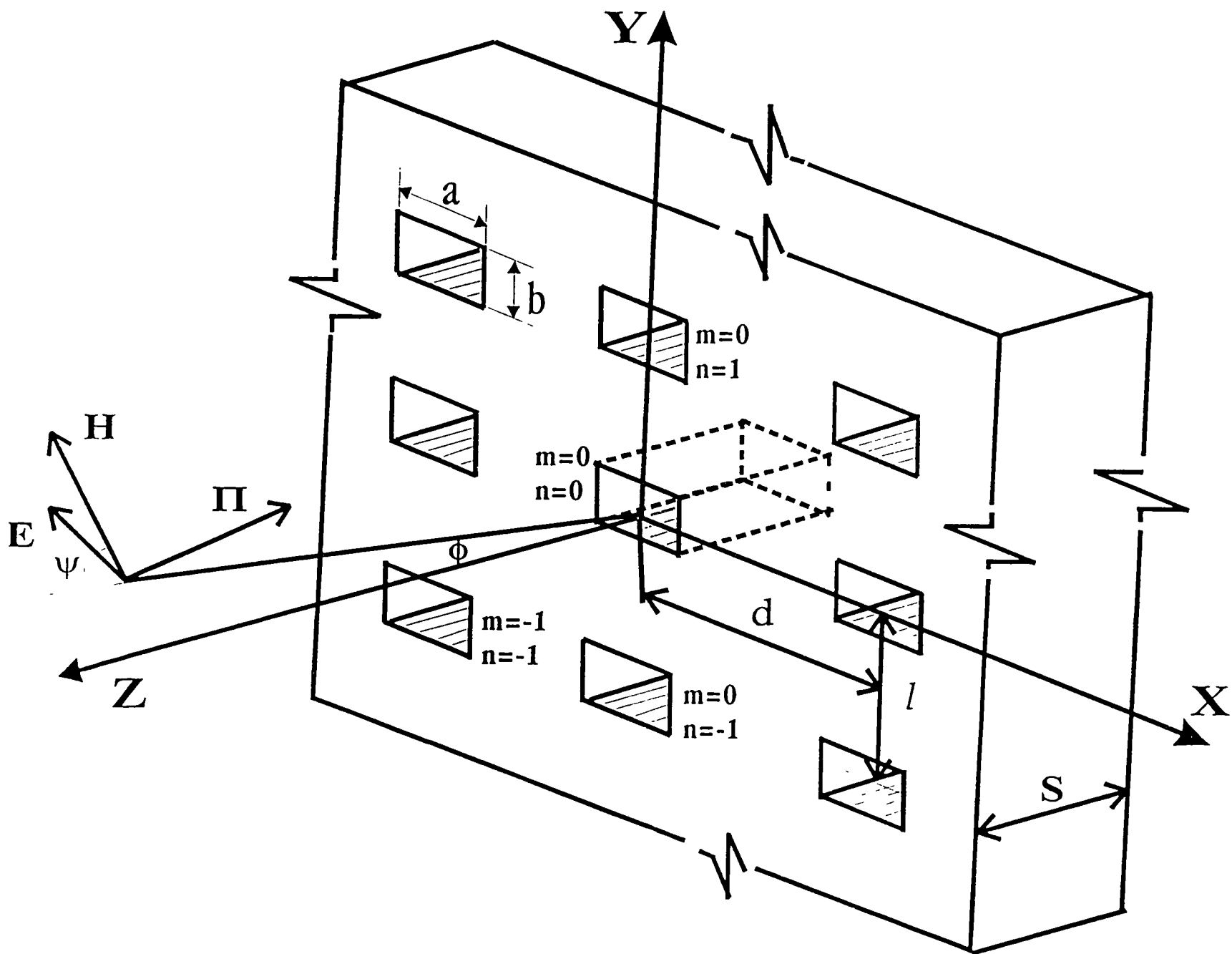
§ 1.1 ამოცანის დასმა

განვიხილოთ სასრული სისქის უსასრულო მეტალური ეკრანი, რომელშიც X და Y ღერძების მიმართ d და l პერიოდით განლაგებულია $(a \times b)$ ზომის მართკუთხა ფორმის ხვრელები (ნახ.1.1). ისინი გადანომრილია m და n ინდექსებით. ეკრანი იდეალური გამტარებლობისაა, ხოლო ფანჯრები, რომლებიც წარმოადგენენ ტალღამტარის მონაკვეთებს, შევსებულია ϵ_1 დიელექტრიკული შეღწევადობის ნივთიერებით ($\text{Im}\epsilon_1=0$). მთელი ეს სისტემა მოთვასებულია ϵ და μ ელექტრული პარამეტრების მქონე თავისუფალ გარემოში.

დავუშვათ, განსახილველ სისტემას $z>0$ მიმართულებიდან ეცემა ბრტყელი ელექტრომაგნიტური ტალღა, რომლის ელექტრომაგნიტური ველის კომპონენტებსაც აქვს სახე [70,71,77]:

$$\begin{cases} H_{x0} = -\frac{\alpha_1 \alpha_2}{\sqrt{1-\alpha_2^2}} e^{i\beta(x,y,z)}, & E_{x0} = W \frac{\alpha_3}{\sqrt{1-\alpha_2^2}} e^{i\beta(x,y,z)}, \\ H_{y0} = \sqrt{1-\alpha_2^2} e^{i\beta(x,y,z)}, & E_{y0} = 0, \\ H_{z0} = -\frac{\alpha_2 \alpha_3}{\sqrt{1-\alpha_2^2}} e^{i\beta(x,y,z)}, & E_{z0} = -W \frac{\alpha_1}{\sqrt{1-\alpha_2^2}} e^{i\beta(x,y,z)}, \end{cases} \quad (1.1)$$

სადაც $\beta(x,y,z)=k(\alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 z)$, $k=2\pi/\lambda$. λ -ტალღის სიგრძეა, α_1 , α_2 , α_3 მიმართულებითი კოსინუსებია ($\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1$) და განისაზღვრებიან ტალღის დაცემის კუთხის ϕ -სა და \vec{H} -ის XOZ სიბრტყის მიმართ დახრის კუთხის ψ -ს საშუალებით: $\alpha_1 = \sin\phi \sin\psi$; $\alpha_2 = \cos\psi$; $\alpha_3 = -\cos\phi \sin\psi$ ($0 \leq \phi < 90^\circ, 0 < \psi \leq 90^\circ$);



ნახ. 1.1. დიფრაქციული მესერი
მართკუთხა სვრელებით.

$W = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ - ტალღური წინაღობაა; დროითი დამოკიდებულება პროპორციულია $e^{i\omega t}$,

ω - წრიული სიხშირეა.

ჩვენი ამოცანაა, დავადგინოთ არეკვლილი, გასული და ტალღამტარების სიტემაში არსებული ველის განაწილება და მისი ელექტროდინამიკური პარამეტრები.

დიფრაქციული მესერიდან გაბნეული ველის კომპონენტები უნდა აკმაყოფილებდნენ შემდეგ პირობებს [5,12]:

1) ჰელმჰოლცის განტოლებას

$$\Delta U + k^2 U = 0 \quad (1.2)$$

სადაც Δ -ლაპლასის ოპერატორია, ხოლო U -ს ქვეშ შეგვიძლია ვიგულისხმოთ ველის ნებისმიერი არსებული კომპონენტი;

2) გამოსხივების პირობას უსასრულობაზე

$$\lim_{|z| \rightarrow \infty} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + ikU \right) = 0; \quad (1.3)$$

3) ფლოკეს კვაზიპერიოდულობის პირობას

$$U(x+d, y+l, z) = \exp(it_x + it_y) U(x, y, z), \text{ ჩვენი შემთხვევისათვის } t_x = h_m, t_y = h_n,$$

$$h_m = k\alpha_1 + 2\pi m/d, \quad h_n = k\alpha_2 + 2\pi n/l;$$

4) გაბნეული ველის ენერჯიის სასრულობის პირობას ნებისმიერ სასრულ მოცულობაში

$$\int_V (\epsilon |\vec{E}|^2 + \mu |\vec{H}|^2) dv < \infty; \quad (1.4)$$

5) სასაზღვრო პირობებს, რომლებიც გამომდინარეობს ველის გლუვობიდან და უწყვეტობიდან.

განსახილველი სტრუქტურის ანალიზისთვის გამოვიყენოთ ცალკეულ არეთა მეთოდი [12,35-39]. საკვლევი სივრცე დავყოთ რამდენიმე ქვეარედ, რომლებიც წარმოადგენენ გადაცემის რეგულარულ ხაზებს და ერთმანეთისაგან გამოყოფილი არიან $z=0$ და $z=-S$ სიბრტყეებით. მესერის გეომეტრიიდან გამომდინარე, ცალკეულ ქვეარეში ველის მახასიათებელი სიდიდეები შეიძლება წარმოვადგინოთ ფურიეს ორმაგი მწკრივების სახით [70,71], როგორც დაცემული და არეკვლილი ტალღების სუპერპოზიცია.

$$\begin{cases} H_{x1} = H_{x0} + \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} B_{mn} \exp \psi_{mn}, \\ H_{y1} = H_{y0} + \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} A_{mn} \exp \psi_{mn}, \\ H_{z1} = H_{z0} + \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} C_{mn} \exp \psi_{mn}, \end{cases} \quad (z \geq 0) \quad (1.5)$$

$$\begin{cases} H_{x3} = \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} \tilde{B}_{mn} \exp \varphi_{mn}, \\ H_{y3} = \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} \tilde{A}_{mn} \exp \varphi_{mn}, \\ H_{z3} = \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} \tilde{C}_{mn} \exp \varphi_{mn}, \end{cases} \quad (z \leq 0) \quad (1.6)$$

სადაც $\psi_{mn} = i(h_m x + h_n y + h_{mn} z)$; $\varphi_{mn} = i(h_m x + h_n y - h_{mn} (z + s))$;

$h_{mn} = \sqrt{k^2 - h_m^2 - h_n^2}$ ($\text{Re} h_{mn} > 0$, ხოლო თუ $\text{Re} h_{mn} = 0$, მაშინ $\text{Im} h_{mn} > 0$). A_{mn} ,

B_{mn} , C_{mn} და \tilde{A}_{mn} , \tilde{B}_{mn} , \tilde{C}_{mn} - უცნობი კოეფიციენტებია.

მაქსველის განტოლებების დახმარებით შესაძლებელია \bar{E} -ს კომპონენტების ჩაწერაც:

$$\begin{cases} E_{x1} = E_{x0} - \frac{1}{\omega \epsilon} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (h_n C_{mn} - h_{mn} A_{mn}) \exp \psi_{mn}, \\ E_{y1} = -\frac{1}{\omega \epsilon} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (h_{mn} B_{mn} - h_m C_{mn}) \exp \psi_{mn}, \\ E_{z1} = E_{z0} - \frac{1}{\omega \epsilon} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (h_m A_{mn} - h_n B_{mn}) \exp \psi_{mn}, \end{cases} \quad z \geq 0 \quad (1.7)$$

$$\begin{cases} E_{x3} = -\frac{1}{\omega \epsilon} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (h_n \tilde{C}_{mn} + h_{mn} \tilde{A}_{mn}) \exp \phi_{mn}, \\ E_{y3} = \frac{1}{\omega \epsilon} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (h_{mn} \tilde{B}_{mn} + h_m \tilde{C}_{mn}) \exp \phi_{mn}, \quad z \leq -S \\ E_{z3} = -\frac{1}{\omega \epsilon} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (h_m \tilde{A}_{mn} - h_n \tilde{B}_{mn}) \exp \phi_{mn}, \end{cases} \quad (1.8)$$

ხვრელების შიგნით ველის ჩასაწერად უნდა გავითვალისწინოთ, რომ თითოეული მათგანი წარმოადგენს სასრულო სიგრძის (S), მართკუთხა განიკვეთის მქონე ტალღამტარის მონაკვეთს. მაშინ ამ არეში ველის გასწვრივი მდგენელები შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით [83]:

$$\begin{cases} E_{z2} = \xi_{mn} \sum_{p,q=0}^{\infty} \tilde{G}_{pq}^+ \sin \Delta_{mp} \sin \Delta_{nq}, \\ H_{z2} = \xi_{mn} \sum_{p,q=0}^{\infty} G_{pq}^+ \cos \Delta_{mp} \cos \Delta_{nq}, \end{cases} \quad (1.9)$$

$$\left(|x - md| < \frac{a}{2}; \quad |y - nl| < \frac{b}{2}; \quad 0 < z < -S \right)$$

სადაც

$$\begin{cases} G_{pq}^+(z) = X_{pq} \exp(\gamma_{pq} z) + Y_{pq} \exp(-\gamma_{pq} z), \\ \tilde{G}_{pq}^+(z) = \tilde{X}_{pq} \exp(\gamma_{pq} z) + \tilde{Y}_{pq} \exp(-\gamma_{pq} z), \end{cases} \quad (1.10)$$

$$\begin{cases} \Delta_{mp} = \frac{\pi p}{a} \left(x - md + \frac{a}{2} \right), \\ \Delta_{nq} = \frac{\pi q}{b} \left(y - nl + \frac{b}{2} \right), \end{cases} \quad (1.11)$$

\tilde{X}_{pq} , \tilde{Y}_{pq} , X_{pq} , Y_{pq} - ხვრელის ბოლოებზე ტალღის არეკვლის კოეფიციენტებია;

$\gamma_{pq} = \gamma = \sqrt{k_{pq}^2 - k_1^2}$ - ტალღამტარის შიგნით ტალღის გავრცელების მუდმივაა;

$k_{pq}^2 = (\pi p/a)^2 + (\pi q/b)^2$ - განივი ტალღური რიცხვია; $k_1^2 = k^2 \epsilon_r$; k_1 - ტალღური რიცხვია დიელექტრიკში ϵ_r - ხვრელების შიგნით არსებული ნივთიერების ფარდობითი დიელექტრიკული შეღწევადობაა; ხოლო $\xi_{mn} = \exp[ik(\alpha_1 md + \alpha_2 nl)]$ - ფაზური წანაცვლება.

(1.9) ფორმულის მიღებისას გავითვალისწინეთ, რომ გამოყენებული ტრიგონომეტრიული ფუნქციების სიმრავლე სასრულოა $(-a/2, a/2)$ და $(-b/2, b/2)$ ინტერვალებში და ამასთან აკმაყოფილებენ ელექტრული ველის ტანგენციალური მდგენელის ნულთან ტოლობას ხვრელების კედლებზე, როცა $x = \pm(a/2) + md$, $y = \pm(b/2) + nl$, $0 < z < -S$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)

მაქსველის განტოლებების გამოყენებით და (1.9) სახით წარმოდგენილი გასწვრივი მდგენელების საშუალებით განისაზღვრება ველის განივი მდგენელები [83]:

$$\left\{ \begin{aligned} E_{x2} &= \xi_{mn} \sum_{p,q=0}^{\infty} \left(\frac{\gamma \pi p}{k_{pq}^2 a} \tilde{G}_{pq}^-(z) - \frac{i \omega \mu \pi q}{k_{pq}^2 b} G_{pq}^+(z) \right) \cos \Delta_{mp} \sin \Delta_{nq}, \\ E_{y2} &= \xi_{mn} \sum_{p,q=0}^{\infty} \left(\frac{\gamma \pi q}{k_{pq}^2 b} \tilde{G}_{pq}^-(z) + \frac{i \omega \mu \pi p}{k_{pq}^2 a} G_{pq}^+(z) \right) \sin \Delta_{mp} \cos \Delta_{nq}, \\ H_{x2} &= -\xi_{mn} \sum_{p,q=0}^{\infty} \left(\frac{i \omega \epsilon_1 \pi q}{k_{pq}^2 b} \tilde{G}_{pq}^+(z) + \frac{\gamma \pi p}{k_{pq}^2 a} G_{pq}^-(z) \right) \sin \Delta_{mp} \cos \Delta_{nq}, \\ H_{y2} &= \xi_{mn} \sum_{p,q=0}^{\infty} \left(\frac{i \omega \epsilon_1 \pi p}{k_{pq}^2 a} \tilde{G}_{pq}^+(z) - \frac{\gamma \pi q}{k_{pq}^2 b} G_{pq}^-(z) \right) \cos \Delta_{mp} \sin \Delta_{nq}, \end{aligned} \right. \quad (1.12)$$

$$\left(|x - md| < \frac{a}{2}; |y - nl| < \frac{b}{2}; 0 < z < -S \right)$$

სადაც

$$\begin{cases} G_{pq}^-(z) = X_{pq} \exp(\gamma_{pq} z) - Y_{pq} \exp(-\gamma_{pq} z), \\ \tilde{G}_{pq}^-(z) = \tilde{X}_{pq} \exp(\gamma_{pq} z) - \tilde{Y}_{pq} \exp(-\gamma_{pq} z), \end{cases} \quad (1.13)$$

დასმული ამოცანის მიზანია განვსაზღვროთ $A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}, \tilde{A}_{mn}, \tilde{B}_{mn}, \tilde{C}_{mn}, X_{pq}, Y_{pq}, \tilde{X}_{pq}, \tilde{Y}_{pq}$ კოეფიციენტები, რომელთა საშუალებით დგინდება მეორადი ველის სტრუქტურა დაკვირვების ნებისმიერ წერტილში.

§ 1.2. ამოცანის ფუნქციონალურ

და ალგებრულ განტოლებათა სისტემები

პირველ რიგში გამოვიყენოთ მაქსველის განტოლებები ($\operatorname{div} \vec{H} = 0$) და გამოვსახოთ თავისუფალ გარემოში ველის გასწვრივი მდგენელების უცნობი კოეფიციენტები განივი მდგენელების კოეფიციენტების საშუალებით:

$$\begin{cases} C_{mn} = -(\mathbf{h}_n \mathbf{A}_{mn} + \mathbf{h}_m \mathbf{B}_{mn}) / \mathbf{h}_{mn}, \\ \tilde{C}_{mn} = (\mathbf{h}_n \tilde{\mathbf{A}}_{mn} + \mathbf{h}_m \tilde{\mathbf{B}}_{mn}) / \mathbf{h}_{mn}, \end{cases} \quad (1.14)$$

ამოცანის ამოხსნის ერთადერთობისათვის უნდა დაკმაყოფილდეს ყველა არსებული სასაზღვრო პირობა, რომლებიც მდგომარეობენ შემდეგში: ეკრანის მეტალურ ნაწილზე ელექტრული ველის მხები მდგენელები ნულის ტოლია, ხოლო მთელი ველი კი უწყვეტია ხვრელებზე ($z=0; z=-S$), ანუ

$$\begin{cases} \left. \begin{array}{l} \mathbf{E}_{x1} = 0 \\ \mathbf{E}_{y1} = 0 \end{array} \right|_{z=0} & \left. \begin{array}{l} \mathbf{E}_{x1} = \mathbf{E}_{x2} \\ \mathbf{E}_{y1} = \mathbf{E}_{y2} \end{array} \right|_{z=0} & \left. \begin{array}{l} \mathbf{E}_{x3} = \mathbf{E}_{x2} \\ \mathbf{E}_{y3} = \mathbf{E}_{y2} \end{array} \right|_{z=-S} \\ \left. \begin{array}{l} \mathbf{E}_{x3} = 0 \\ \mathbf{E}_{y3} = 0 \end{array} \right|_{z=-S} & \left. \begin{array}{l} \mathbf{H}_{x1} = \mathbf{H}_{x2} \\ \mathbf{H}_{y1} = \mathbf{H}_{y2} \end{array} \right|_{z=0} & \left. \begin{array}{l} \mathbf{H}_{x3} = \mathbf{H}_{x2} \\ \mathbf{H}_{y3} = \mathbf{H}_{y2} \end{array} \right|_{z=-S} \end{cases} \quad (1.15)$$

$$(a/2 < |x| \leq d/2, b/2 < |y| \leq l/2)$$

$$(|x| < a/2, |y| < b/2)$$

ჩავწეროთ ახლა (1.15) პირობები ცხადი სახით და გამოვიყენოთ (1.14) თანაფარდობა. შედეგად მივიღებთ ფუნქციონალურ განტოლებათა შემდეგ სისტემებს:

$z=0$ სიბრტყისათვის:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1(x,y) + \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (M_{mn}^{(1)} A_{mn} + N_{mn} B_{mn}) \exp \psi_{mn}^{(0)} = 0, \\ f_1(x,y) + \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (M_{mn}^{(1)} A_{mn} + N_{mn} B_{mn}) \exp \psi_{mn}^{(0)} = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \rho_{pq}^{(1)} \cos \Delta_{op} \sin \Delta_{oq}, \\ f_2(x,y) + \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} A_{mn} \exp \psi_{mn}^{(0)} = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \rho_{pq}^{(2)} \cos \Delta_{op} \sin \Delta_{oq}, \end{array} \right. \quad (1.16)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (N_{mn} A_{mn} + M_{mn}^{(2)} B_{mn}) \exp \psi_{mn}^{(0)} = 0, \\ \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (N_{mn} A_{mn} + M_{mn}^{(2)} B_{mn}) \exp \psi_{mn}^{(0)} = - \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \rho_{pq}^{(3)} \sin \Delta_{op} \cos \Delta_{oq}, \\ f_3(x,y) + \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} B_{mn} \exp \psi_{mn}^{(0)} = - \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \rho_{pq}^{(4)} \sin \Delta_{op} \cos \Delta_{oq}, \end{array} \right. \quad (1.17)$$

($z=0$)

$z=-S$ სიბრტყისათვის:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (M_{mn}^{(1)} \tilde{A}_{mn} + N_{mn} \tilde{B}_{mn}) \exp \varphi_{mn}^{(s)} = 0, \\ \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (M_{mn}^{(1)} \tilde{A}_{mn} + N_{mn} \tilde{B}_{mn}) \exp \varphi_{mn}^{(s)} = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \rho_{pq}^{(5)} \cos \Delta_{op} \sin \Delta_{oq}, \\ \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} \tilde{A}_{mn} \exp \varphi_{mn}^{(s)} = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \rho_{pq}^{(6)} \cos \Delta_{op} \sin \Delta_{oq}, \end{array} \right. \quad (1.18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (N_{mn} \tilde{A}_{mn} + M_{mn}^{(2)} \tilde{B}_{mn}) \exp \varphi_{mn}^{(s)} = 0, \\ \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (N_{mn} \tilde{A}_{mn} + M_{mn}^{(2)} \tilde{B}_{mn}) \exp \varphi_{mn}^{(s)} = - \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \rho_{pq}^{(7)} \sin \Delta_{op} \cos \Delta_{oq}, \\ \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} \tilde{B}_{mn} \exp \varphi_{mn}^{(s)} = - \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \rho_{pq}^{(8)} \sin \Delta_{op} \cos \Delta_{oq}, \end{array} \right. \quad (1.19)$$

($z=-S$)

$$\text{სადაც } M_{mn}^{(1)} = \frac{1}{h_{mn}} (h_{mn}^2 + h_n^2), \quad M_{mn}^{(2)} = \frac{1}{h_{mn}} (h_{mn}^2 + h_m^2), \quad N_{mn} = \frac{h_m h_n}{h_{mn}},$$

$$f_1(x, y) = \frac{k\alpha_3}{\sqrt{1-\alpha_2^2}} \exp[ik(\alpha_1 x + \alpha_2 y)], \quad f_2(x, y) = \sqrt{1-\alpha_2^2} \exp[ik(\alpha_1 x + \alpha_2 y)],$$

$$f_3(x, y) = -\frac{\alpha_1 \alpha_2}{\sqrt{1-\alpha_2^2}} \exp[ik(\alpha_1 x + \alpha_2 y)],$$

$$\Psi_{mn}^{(o)} = \Psi_{mn}(z=0), \quad \Phi_{mn}^{(s)} = \Phi_{mn}(z=-S), \quad \Psi_{mn}^{(o)} = \Phi_{mn}^{(s)},$$

$$\left\{ \begin{aligned} \rho_{pq}^{(1)} &= \frac{\omega \varepsilon}{k_{pq}^2} \left[\gamma \frac{\pi p}{a} \tilde{G}_{pq}^-(0) - i\omega \mu \frac{\pi q}{b} G_{pq}^+(0) \right], \\ \rho_{pq}^{(2)} &= \frac{1}{k_{pq}^2} \left[i\omega \varepsilon_1 \frac{\pi p}{a} \tilde{G}_{pq}^+(0) - \gamma \frac{\pi q}{b} G_{pq}^-(0) \right], \\ \rho_{pq}^{(3)} &= \frac{\omega \varepsilon}{k_{pq}^2} \left[\gamma \frac{\pi q}{b} \tilde{G}_{pq}^-(0) + i\omega \mu \frac{\pi p}{a} G_{pq}^+(0) \right], \\ \rho_{pq}^{(4)} &= \frac{1}{k_{pq}^2} \left[i\omega \varepsilon_1 \frac{\pi q}{b} \tilde{G}_{pq}^+(0) + \gamma \frac{\pi p}{a} G_{pq}^-(0) \right], \end{aligned} \right. \quad (1.20)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \rho_{pq}^{(5)} &= \frac{\omega \varepsilon}{k_{pq}^2} \left[\gamma \frac{\pi p}{a} \tilde{G}_{pq}^-(-S) - i\omega \mu \frac{\pi q}{b} G_{pq}^+(-S) \right], \\ \rho_{pq}^{(6)} &= \frac{1}{k_{pq}^2} \left[i\omega \varepsilon_1 \frac{\pi p}{a} \tilde{G}_{pq}^+(-S) - \gamma \frac{\pi q}{b} G_{pq}^-(-S) \right], \\ \rho_{pq}^{(7)} &= \frac{\omega \varepsilon}{k_{pq}^2} \left[\gamma \frac{\pi q}{b} \tilde{G}_{pq}^-(-S) + i\omega \mu \frac{\pi p}{a} G_{pq}^+(-S) \right], \\ \rho_{pq}^{(8)} &= \frac{1}{k_{pq}^2} \left[i\omega \varepsilon_1 \frac{\pi q}{b} \tilde{G}_{pq}^+(-S) + \gamma \frac{\pi p}{a} G_{pq}^-(-S) \right], \end{aligned} \right. \quad (1.21)$$

შემოვიტანოთ ახალი უცნობები შემდეგი სახით [12,76,77]:

$$Z_{mn}^\pm = A_{mn} \pm \tilde{A}_{mn} + \sqrt{1-\alpha_2^2} \delta_{mo} \delta_{no}, \quad t_{mn}^\pm = B_{mn} \pm \tilde{B}_{mn} - \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\sqrt{1-\alpha_2^2}} \delta_{mo} \delta_{no}$$

ამისათვის შევკრიბოთ და გამოვაკლოთ ჯერ (1.16) და (1.18), შემდეგ კი (1.17) და (1.19) სისტემების შესაბამისი განტოლებები. მივიღებთ ახალ ფუნქციონალურ განტოლებათა სისტემებს Z_{mn}^{\pm} და t_{mn}^{\pm} კოეფიციენტებით.

$$\begin{cases} 2f_1(x,y) + \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (M_{mn}^{(1)} Z_{mn}^{\pm} + N_{mn} t_{mn}^{\pm}) \exp \psi_{mn}^{(0)} = 0, \\ 2f_1(x,y) + \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (M_{mn}^{(1)} Z_{mn}^{\pm} + N_{mn} t_{mn}^{\pm}) \exp \psi_{mn}^{(0)} = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \tilde{\rho}_{pq}^{(1)} \cos \Delta_{op} \sin \Delta_{oq}, \\ \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} Z_{mn}^{\pm} \exp \psi_{mn}^{(0)} = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \tilde{\rho}_{pq}^{(2)} \cos \Delta_{op} \sin \Delta_{oq}, \end{cases} \quad (1.22)$$

$$\begin{cases} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (N_{mn} Z_{mn}^{\pm} + M_{mn}^{(2)} t_{mn}^{\pm}) \exp \psi_{mn}^{(0)} = 0 \\ \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (N_{mn} Z_{mn}^{\pm} + M_{mn}^{(2)} t_{mn}^{\pm}) \exp \psi_{mn}^{(0)} = - \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \tilde{\rho}_{pq}^{(3)} \sin \Delta_{op} \cos \Delta_{oq}, \\ \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} t_{mn}^{\pm} \exp \psi_{mn}^{(0)} = - \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \tilde{\rho}_{pq}^{(4)} \sin \Delta_{op} \cos \Delta_{oq}, \end{cases} \quad (1.23)$$

$$\tilde{\rho}_{pq}^{(1)} = \rho_{pq}^{(1)} \mp \rho_{pq}^{(5)}, \quad \tilde{\rho}_{pq}^{(2)} = \rho_{pq}^{(2)} \pm \rho_{pq}^{(6)}, \quad \tilde{\rho}_{pq}^{(3)} = \rho_{pq}^{(3)} \mp \rho_{pq}^{(7)}, \quad \tilde{\rho}_{pq}^{(4)} = \rho_{pq}^{(4)} \pm \rho_{pq}^{(8)}.$$

აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ Z_{mn}^+ და t_{mn}^+ კოეფიციენტები შეესაბამება დიფრაქციის ამოცანას ამრეკლ მესერზე იდეალური გამტარი ეკრანით, რომელიც მოთავსებულია $z=-S/2$ სიბრტყეში, ხოლო კოეფიციენტებით Z_{mn}^- და t_{mn}^- კი განისაზღვრება ელექტრომაგნიტური ველი ასეთივე ამრეკლი მესერიდან იდეალური მაგნეტიკის ეკრანით [12].

ამოცანის ამოხსნის შემდგომ ეტაპზე მიღებული ფუნქციონალური განტოლებები (1.22) და (1.23) ტრანსფორმირდება უსასრულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემებად [74-76]. ამ პროცედურას ვატარებთ მომენტების (პროექციული) მეთოდის გამოყენებით. ვინაიდან ფუნქციათა სიმრავლეები $\{\exp(i2\pi mx/d)\}$ და $\{\exp(i2\pi ny/l)\}$

წარმოადგენენ სრულ ორთონორმირებულ სიმრავლებებს ინტერვალებში $[-d/2, d/2]$, $[-1/2, 1/2]$, ამიტომ გავამრავლოთ (1.22) და (1.23) სისტემების I და II განტოლებები $\exp \psi_{mn}^{(0)}$ ფუნქციებზე და ვაინტეგრიროთ აღნიშნულ შუალედებში. შედეგად მივიღებთ უსასრულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემებს:

$$\begin{cases} M_{\nu\mu}^{(1)} Z_{\nu\mu}^{\pm} + N_{\nu\mu} t_{\nu\mu}^{\pm} = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} 4i \frac{\pi q}{bd} h_{\nu} R_{\nu\mu}^{pq} \tilde{\rho}_{pq}^{(1)} - \frac{2\alpha_3}{\sqrt{1-\alpha_2^2}} \delta_{\nu 0} \delta_{\mu 0}, \\ N_{\nu\mu} Z_{\nu\mu}^{\pm} + M_{\nu\mu}^{(2)} t_{\nu\mu}^{\pm} = -\sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} 4i \frac{\pi p}{ad} h_{\mu} R_{\nu\mu}^{pq} \tilde{\rho}_{pq}^{(3)}, \end{cases} \quad (1.24)$$

($\nu=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ $\mu=0, \pm 1, \pm 2, \dots$)

$$R_{\nu\mu}^{pq} = -i^{p+q} \frac{\sin\left[\left(h_{\nu} - \frac{\pi p}{a}\right) \cdot \frac{a}{2}\right]}{\left[\left(\frac{\pi p}{a}\right)^2 - h_{\nu}^2\right]} \cdot \frac{\sin\left[\left(h_{\mu} - \frac{\pi q}{b}\right) \cdot \frac{b}{2}\right]}{\left[\left(\frac{\pi q}{b}\right)^2 - h_{\mu}^2\right]}. \quad (1.25)$$

ახლა კი გავითვალისწინოთ (1.22) და (1.23) სისტემების III განტოლებებში ტრიგონომეტრიულ ფუნქციათა სისრულე ინტერვალებზე $[-a/2, a/2]$, $[-b/2, d/2]$ და პროექციების შედეგად განვსაზღვროთ $\tilde{\rho}_{pq}^{(2)}$ და $\tilde{\rho}_{pq}^{(4)}$ (ე.ი. X_{pq} , Y_{pq} , \tilde{X}_{pq} , \tilde{Y}_{pq} კოეფიციენტები) უცნობებით Z_{mn}^{\pm} და t_{mn}^{\pm} .

$$\begin{cases} \tilde{\rho}_{pq}^{(2)} = -\frac{8i(2-\delta_{p0})\pi q}{ab^2} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} h_m R_{mn}^{pq} Z_{mn}^{\pm}, \\ \tilde{\rho}_{pq}^{(4)} = \frac{8i(2-\delta_{q0})\pi p}{ba^2} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} h_n R_{mn}^{pq} t_{mn}^{\pm}, \end{cases} \quad (1.26)$$

($p=0, 1, 2, \dots$ $q=0, 1, 2, \dots$ $p=q \neq 0$)

(1.26) განტოლებათა სისტემიდან მარტივი გარდაქმნებით შეგვიძლია ვიპოვოთ X_{pq} , Y_{pq} , \tilde{X}_{pq} , \tilde{Y}_{pq} კოეფიციენტების სახე:

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{X}_{pq} &= \eta_1 \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} [h_n L_{mn}^+ - h_m Q_{mn}^+] R_{mn}^{pq}, \\ \tilde{Y}_{pq} &= \eta_2 \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} [h_n L_{mn}^- - h_m Q_{mn}^-] R_{mn}^{pq}, \\ X_{pq} &= \eta_3 \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{p^2}{a^2} h_n L_{mn}^+ (2 - \delta_{q0}) - \frac{q^2}{b^2} h_m Q_{mn}^+ (2 - \delta_{p0}) \right] R_{mn}^{pq}, \\ Y_{pq} &= \eta_4 \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{p^2}{a^2} h_n L_{mn}^- (2 - \delta_{q0}) - \frac{q^2}{b^2} h_m Q_{mn}^- (2 - \delta_{p0}) \right] R_{mn}^{pq}, \end{aligned} \right. \quad (1.27)$$

სადაც

$$\eta_1 = -\frac{8\pi^2 pq \exp(\gamma S/2)}{\omega \varepsilon_1 a^2 b^2 \operatorname{sh}(\gamma S)}, \quad \eta_2 = \frac{8\pi^2 pq \exp(-\gamma S/2)}{\omega \varepsilon_1 a^2 b^2 \operatorname{sh}(\gamma S)},$$

$$\eta_3 = -\frac{4i\pi^2 \exp(\gamma S/2)}{\gamma ab \operatorname{sh}(\gamma S)}, \quad \eta_4 = -\frac{4i\pi^2 \exp(-\gamma S/2)}{\gamma ab \operatorname{sh}(\gamma S)},$$

$$\left\{ \begin{aligned} L_{mn}^+ &= \operatorname{sh} \frac{\gamma S}{2} t_{mn}^+ + \operatorname{ch} \frac{\gamma S}{2} t_{mn}^-, \\ L_{mn}^- &= \operatorname{sh} \frac{\gamma S}{2} t_{mn}^+ - \operatorname{ch} \frac{\gamma S}{2} t_{mn}^-, \\ Q_{mn}^+ &= \operatorname{sh} \frac{\gamma S}{2} Z_{mn}^+ + \operatorname{ch} \frac{\gamma S}{2} Z_{mn}^-, \\ Q_{mn}^- &= \operatorname{sh} \frac{\gamma S}{2} Z_{mn}^+ - \operatorname{ch} \frac{\gamma S}{2} Z_{mn}^-, \end{aligned} \right. \quad (1.28)$$

(1.24) - (1.28) განტოლებებიდან მივიღებთ მეორე გვარის (ფრედჰოლმის ტიპის)

უსურულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემებს Z_{mn}^{\pm} და t_{mn}^{\pm} კოეფიციენტების მიმართ [74]:

$$\left\{ \begin{aligned} M_{\nu\mu}^{(1)} Z_{\nu\mu}^{\pm} + N_{\nu\mu} t_{\nu\mu}^{\pm} + h_{\nu} \zeta_{\nu\mu} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (D_{1mn}^{\pm} Z_{mn}^{\pm} + D_{2mn}^{\pm} t_{mn}^{\pm}) &= V_{\nu\mu}, \\ N_{\nu\mu} Z_{\nu\mu}^{\pm} + M_{\nu\mu}^{(2)} t_{\nu\mu}^{\pm} + h_{\mu} \zeta_{\nu\mu} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (D_{3mn}^{\pm} Z_{mn}^{\pm} + D_{4mn}^{\pm} t_{mn}^{\pm}) &= 0, \end{aligned} \right. \quad (1.29)$$

$$(\nu=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \mu=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

სადაც

$$\zeta_{\nu\mu} = -\frac{32i\pi h_{\nu\mu}}{\epsilon_r a^3 b^3 dl}; \quad V_{\nu\mu} = 2k \frac{\alpha_3^2}{\sqrt{1-\alpha_2^2}};$$

$$\left\{ \begin{aligned} D_{1mn}^{\pm} &= \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{q^2(2-\delta_{p0})}{k_{pq}^2 b^2 \gamma} [(k_1 qa)^2 - (\gamma pb)^2] h_m R_{mn}^{pq} R_{\nu\mu}^{pq} \left\{ \begin{array}{l} \text{th}(\gamma S/2) \\ \text{cth}(\gamma S/2) \end{array} \right\} \\ D_{2mn}^{\pm} &= \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{p^2 q^2 (2-\delta_{q0})}{\gamma} h_n R_{mn}^{pq} R_{\nu\mu}^{pq} \left\{ \begin{array}{l} \text{th}(\gamma S/2) \\ \text{cth}(\gamma S/2) \end{array} \right\}, \\ D_{3mn}^{\pm} &= \sum_{\substack{p=1 \\ q=0}}^{\infty} \frac{p^2 q^2 (2-\delta_{p0})}{\gamma} h_m R_{mn}^{pq} R_{\nu\mu}^{pq} \left\{ \begin{array}{l} \text{th}(\gamma S/2) \\ \text{cth}(\gamma S/2) \end{array} \right\}, \\ D_{4mn}^{\pm} &= \sum_{\substack{p=1 \\ q=0}}^{\infty} \frac{p^2 (2-\delta_{q0})}{k_{pq}^2 a^2 \gamma} [(k_1 pb)^2 - (\gamma qa)^2] h_n R_{mn}^{pq} R_{\nu\mu}^{pq} \left\{ \begin{array}{l} \text{th}(\gamma S/2) \\ \text{cth}(\gamma S/2) \end{array} \right\} \end{aligned} \right. \quad (1.30)$$

ფიგურულ ფრჩხილებში I სტრიქონი აქაც და შემდგომშიც შეესაბამება "+" ნიშანს, ხოლო II კი "-" ნიშანს გამოთვლების სიმარტივისათვის გადავიღეთ უგანზომილებო სიდიდეებზე. ამისათვის შემოვიღოთ აღნიშვნები:

$$\chi_1 = \frac{d}{\lambda}, \quad \chi_2 = \frac{l}{\lambda}, \quad \theta_1 = \frac{a}{d}, \quad \theta_2 = \frac{b}{l}, \quad \delta = \frac{S}{\lambda}.$$

მაშინ მივიღებთ:

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{M}_{\nu\mu}^{(1)} Z_{\nu\mu}^{\pm} + \tilde{N}_{\nu\mu} t_{\nu\mu}^{\pm} + H_{\nu} \zeta_{\nu\mu} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (\tilde{D}_{1mn}^{\pm} Z_{mn}^{\pm} + \tilde{D}_{2mn}^{\pm} t_{mn}^{\pm}) &= \tilde{V}_{\nu\mu}, \\ \tilde{N}_{\nu\mu} Z_{\nu\mu}^{\pm} + \tilde{M}_{\nu\mu}^{(2)} t_{\nu\mu}^{\pm} + H_{\mu} \zeta_{\nu\mu} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (\tilde{D}_{3mn}^{\pm} Z_{mn}^{\pm} + \tilde{D}_{4mn}^{\pm} t_{mn}^{\pm}) &= 0, \end{aligned} \right. \quad (1.31)$$

სადაც

$$\tilde{M}_{\nu\mu}^{(1)} = \frac{1}{H_{\nu\mu}} (H_{\nu\mu}^2 + H_{\mu}^2), \quad \tilde{M}_{\nu\mu}^{(2)} = \frac{1}{H_{\nu\mu}} (H_{\nu\mu}^2 + H_{\nu}^2), \quad \tilde{M}_{\nu\mu}^{(1)} = \frac{H_{\nu} H_{\mu}}{H_{\nu\mu}},$$

$$\tilde{\zeta}_{\nu\mu} = \frac{32i\theta_1\theta_2}{\pi^4} H_{\nu\mu}, \quad H_{\nu} = \alpha_1 + \frac{\nu}{\chi_1}, \quad H_{\mu} = \alpha_2 + \frac{\mu}{\chi_2}, \quad H_{\nu\mu} = \sqrt{1 - H_{\nu}^2 - H_{\mu}^2},$$

$$\Gamma = \Gamma_{pq} = \sqrt{\tilde{k}^2 - \epsilon_r}, \quad \tilde{k}^2 = \tilde{k}_{pq}^2 = \left(\frac{p}{2\chi_1\theta_1} \right)^2 + \left(\frac{q}{2\chi_2\theta_2} \right)^2$$

$$\tilde{D}_{1mn}^{\pm} = \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{q^2(2-\delta_{p0})}{\Gamma \tilde{K}_{pq}^2} H_m \tilde{R}_{\nu\mu}^{pq} \tilde{R}_{mn}^{pq} \left[\left(\frac{\theta_1 \chi_1}{\theta_2 \chi_2} \right)^2 q^2 - \frac{\Gamma^2 p^2}{\epsilon_r} \right] \left\{ \begin{array}{l} \text{th}\pi\delta\Gamma \\ \text{cth}\pi\delta\Gamma \end{array} \right\},$$

$$\tilde{D}_{2mn}^{\pm} = \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{p^2 q^2 (2-\delta_{p0})}{\Gamma} H_n \tilde{R}_{\nu\mu}^{pq} \tilde{R}_{mn}^{pq} \left\{ \begin{array}{l} \text{th}\pi\delta\Gamma \\ \text{cth}\pi\delta\Gamma \end{array} \right\},$$

$$\tilde{D}_{3mn}^{\pm} = \sum_{\substack{p=1 \\ q=0}}^{\infty} \frac{p^2 q^2 (2-\delta_{q0})}{\Gamma} H_m \tilde{R}_{\nu\mu}^{pq} \tilde{R}_{mn}^{pq} \left\{ \begin{array}{l} \text{th}\pi\delta\Gamma \\ \text{cth}\pi\delta\Gamma \end{array} \right\},$$

$$\tilde{D}_{4mn}^{\pm} = \sum_{\substack{p=1 \\ q=0}}^{\infty} \frac{p^2 (2-\delta_{q0})}{\Gamma \tilde{K}_{pq}^2} H_n \tilde{R}_{\nu\mu}^{pq} \tilde{R}_{mn}^{pq} \left[\left(\frac{\theta_2 \chi_2}{\theta_1 \chi_1} \right)^2 p^2 - \frac{\Gamma^2 q^2}{\epsilon_r} \right] \left\{ \begin{array}{l} \text{th}\pi\delta\Gamma \\ \text{cth}\pi\delta\Gamma \end{array} \right\},$$

$$\tilde{R}_{mn}^{pq} = \frac{\sin(\pi\chi_1\theta_1 H_m - p\pi/2)}{p^2 - (2\chi_1\theta_1 H_m)^2} \cdot \frac{\sin(\pi\chi_2\theta_2 H_n - q\pi/2)}{q^2 - (2\chi_2\theta_2 H_n)^2}, \quad \tilde{V}_{\nu\mu} = 2 \frac{\alpha_3^2}{\sqrt{1-\alpha_2^2}}.$$

(1.31) განტოლებათა სისტემიდან მარტივი ალგებრული გარდაქმნების გზით საბოლოოდ მივიღებთ:

$$\begin{cases} Z_{\nu\mu}^{\pm} + \tilde{\zeta}_{\nu\mu} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (\tilde{K}_{1mn}^{\pm} Z_{mn}^{\pm} + \tilde{K}_{2mn}^{\pm} t_{mn}^{\pm}) = W_{\nu\mu}^{(1)}, \\ t_{\nu\mu}^{\pm} + \tilde{\zeta}_{\nu\mu} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (\tilde{K}_{3mn}^{\pm} Z_{mn}^{\pm} + \tilde{K}_{4mn}^{\pm} t_{mn}^{\pm}) = W_{\nu\mu}^{(2)}, \end{cases} \quad (1.32)$$

სადაც

$$\tilde{K}_{1mn}^{\pm} = \frac{H_{\nu} \tilde{M}_{\nu\mu}^{(2)} \tilde{D}_{1mn}^{\pm} - H_{\mu} \tilde{N}_{\nu\mu} \tilde{D}_{3mn}^{\pm}}{\tilde{M}_{\nu\mu}^{(1)} \tilde{M}_{\nu\mu}^{(2)} - \tilde{N}_{\nu\mu}^2}, \quad \tilde{K}_{2mn}^{\pm} = \frac{H_{\nu} \tilde{M}_{\nu\mu}^{(2)} \tilde{D}_{2mn}^{\pm} - H_{\mu} \tilde{N}_{\nu\mu} \tilde{D}_{4mn}^{\pm}}{\tilde{M}_{\nu\mu}^{(1)} \tilde{M}_{\nu\mu}^{(2)} - \tilde{N}_{\nu\mu}^2},$$

$$\tilde{K}_{3mn}^{\pm} = \frac{H_{\mu} \tilde{M}_{\nu\mu}^{(1)} \tilde{D}_{3mn}^{\pm} - H_{\nu} \tilde{N}_{\nu\mu} \tilde{D}_{1mn}^{\pm}}{\tilde{M}_{\nu\mu}^{(1)} \tilde{M}_{\nu\mu}^{(2)} - \tilde{N}_{\nu\mu}^2}, \quad \tilde{K}_{4mn}^{\pm} = \frac{H_{\mu} \tilde{M}_{\nu\mu}^{(1)} \tilde{D}_{4mn}^{\pm} - H_{\nu} \tilde{N}_{\nu\mu} \tilde{D}_{2mn}^{\pm}}{\tilde{M}_{\nu\mu}^{(1)} \tilde{M}_{\nu\mu}^{(2)} - \tilde{N}_{\nu\mu}^2},$$

$$W_{\nu\mu}^{(1)} = \frac{\tilde{V}_{\nu\mu} \tilde{M}_{\nu\mu}^{(2)}}{\tilde{M}_{\nu\mu}^{(1)} \tilde{M}_{\nu\mu}^{(2)} - \tilde{N}_{\nu\mu}^2}, \quad W_{\nu\mu}^{(2)} = \frac{\tilde{V}_{\nu\mu} \tilde{N}_{\nu\mu}}{\tilde{N}_{\nu\mu}^2 - \tilde{M}_{\nu\mu}^{(1)} \tilde{M}_{\nu\mu}^{(2)}},$$

გასული და არეკვლილი ველი სრულად განისაზღვრება Z_{mn}^{\pm} და t_{mn}^{\pm} კოეფიციენტებით, რომელთაც ვიპოვით (1.32) განტოლებათა სისტემების ამოხსნის შემდეგ.

§1.3 რიცხვითი შედეგები და მათი ანალიზი

მიღებული უსასრულო წრფივი ალგებრული განტოლებების (1.32) მატრიცული ელემენტების სტრუქტურიდან გამომდინარეობს მათი კვადრატული კრებადობა

$$\text{ჰილბერტის } l^2 \text{ სივრცეში } \left| \sum_{m,n,v,\mu}^{\infty} \tilde{K}_{1mn}^{\pm} \right|^2 < \infty, \quad \left| \sum_{m,n,v,\mu}^{\infty} \tilde{K}_{2mn}^{\pm} \right|^2 < \infty, \quad \left| \sum_{m,n,v,\mu}^{\infty} \tilde{K}_{3mn}^{\pm} \right|^2 < \infty,$$

$$\left| \sum_{m,n,v,\mu}^{\infty} \tilde{K}_{4mn}^{\pm} \right|^2 < \infty, \text{ ფიზიკურად ეს შედეგი ადექვატურია ენერჯიის სასრულობისა}$$

ნებისმიერ ჩაკეტილ სივრცეში. ვინაიდან ეს უკანასკნელი ჩვენთან ყოველთვის დაცულია, ამიტომ კრებადობის პირობა განუხრელად სრულდება და შეგვიძლია (1.32) ამოვხსნათ რედუქციის მეთოდით. ამასთან რედუქციის რიგი დამოკიდებულია წინასწარ დასახული ამოხსნის სიზუსტის ხარისხზე და მესერის პარამეტრების სიდიდეზე.

განვსაზღვრავთ რა ამოცანის უცნობ სიდიდეებს, შეგვიძლია ვიპოვოთ ველის არეკვლისა და გავლის კოეფიციენტები შემდეგი ფორმულებით:

$$|\mathbf{R}_{mn}| = \sqrt{|\mathbf{A}_{mn}|^2 + |\mathbf{B}_{mn}|^2 + |\mathbf{C}_{mn}|^2}; \quad |\mathbf{T}_{mn}| = \sqrt{|\tilde{\mathbf{A}}_{mn}|^2 + |\tilde{\mathbf{B}}_{mn}|^2 + |\tilde{\mathbf{C}}_{mn}|^2}$$

სასრულო სისტის პერფორირებული ეკრანების ძირითადი მახასიათებელი თვისებები ყველაზე მნიშვნელოვნად მჟღავნდება მაშინ, როცა დაცემული ტალღის სიგრძე თანაზომადია მესერის პერიოდისა. ამიტომ დიფრაქციული თვისებები გამოკვლეული იქნა $\chi_1=d/\lambda$, $\chi_2=1/\lambda$ პარამეტრებისათვის [0-3] დიაპაზონში.

გამოთვლებმა აჩვენა, რომ მეხუთე ნიშნის სიზუსტით შედეგის მისაღებად საკმარისია ამოვხსნათ განტოლებათა სისტემების წყვილი მაქსიმუმ 25 უცნობი კომპლექსური კოეფიციენტით.

1. მიღებული შედეგების უტყუარობისთვის, პირველ რიგში, გამოთვლილი იქნა ზღვრული შემთხვევა $\theta_1=1$, როცა ჩვენი ეკრანი გარდაიქმნება უსასრულო სიგრძის მართკუთხა ძელებისაგან შედგენილ მესერად [12]. ნახ.1.5,1.8-ზე მოყვანილი

გრაფიკები საკმაოდ დიდი სიზუსტით დაემთხვა ხარკოველი მეცნიერების ანალოგიურ შედეგებს (მოცემულია წრეებით), განსაკუთრებით გრძელტალღოვან არეში.

2. ნახ. 1.2 - 1.6 - ზე წარმოდგენილია გავლის $|T_{00}|$ კოეფიციენტის დამოკიდებულება χ_1, χ_2 (ვიხილავთ შემთხვევებს როცა $\chi_1 = \chi_2$) პარამეტრზე მესერის შევსების კოეფიციენტების (θ_1, θ_2) სხვადასხვა სიდიდეებისათვის. ამ ნახაზებიდან ნათლად ჩანს, რომ ხვრელის ზომების შემცირებასთან ერთად, მცირდება გავლის კოეფიციენტის სიდიდე პრაქტიკულად მთელ ტალღურ დიაპაზონში. ეს მოვლენა ადვილად გასაგებია, ვინაიდან ერთი და იგივე პერიოდის შემთხვევაში ხვრელების ზომების შემცირება იწვევს ეკრანის მეტალური ნაწილის ფართის ზრდას და ხდება დაცემული ტალღის ენერჯის უმეტესი ნაწილის არეკვლა.

$|T_{00}|$ -ის ეკრანის სისქეზე (S) დამოკიდებულებას შეიძლება თვალი მივადევნოთ ნახ.1.2 - ზე, როცა $\theta_1 = \theta_2 = 0,5$. ამ კოეფიციენტის შედარებით მდორე ცვლილება $\delta = S/\lambda = (S/d)\chi_1 = 0,05\chi_1$ შემთხვევისათვის, ირღვევა მხოლოდ ეკრანიდან გასხივებული ახალი გავრცელებადი ჰარმონიკების წარმოქმნისას. S -ის ზრდასთან ერთად მესერის ხვრელები თანდათან იძენენ ტალღამტარულ თვისებებს. თუკი სისქე უსასრულოა, მაშინ მესერი გარდაიქმნება ტალღამტარების სისტემად, რომელშიც ვერ ვრცელდებიან ტალღები სანამ $\chi_1, \chi_2 < \chi_{კრ} = (1/\epsilon_r) \sqrt{(p/2\theta_1)^2 + (q/2\theta_2)^2}$, ($p, q = 0, 1, 2, \dots$ $p = q \neq 0$).

ერთტალღოვან დიაპაზონში ($\chi_1 < 1$) $\theta_1 = 0,5$ -თვის $\chi_{კრ} = 1$ და უკვე $\delta = 2\chi_1$ -დან გავლის კოეფიციენტი პრაქტიკულად ნულის ტოლია (ნახ. 1.2).

$|T_{00}|$ -ის ეკრანის სისქეზე (S) დამოკიდებულების განხილვისას ნახ.1.8 -1.11 -დან ჩანს, რომ ხვრელის შიგნით გავრცელებად ჰარმონიკების წარმოქმნამდე ეს კოეფიციენტი მცირდება ექსპონენციალურად. პერიოდთან შედარებით ეკრანის სისქის მცირე ზრდაც კი მკვეთრად მოქმედებს $|T_{00}|$ კოეფიციენტზე, სანამ $\chi_1, \chi_2 < \chi_{კრ}$. თუკი $\chi_1, \chi_2 = \chi_{კრ}$, მაშინ ექსპონენციალური დამოკიდებულება იცვლება ალგებრულით (ნახ.1.9-1.10). S სისქეზე ასეთი ხასიათის დამოკიდებულება დაკავშირებულია იმ თვისობრივ ცვლილებებთან, რომლებსაც განიცდის H_{01} ტალღამტარული ტალღა $\chi_1, \chi_2 = \chi_{კრ}$ -ზე გადასვლისას, როცა იგი ხდება გავრცელებადი. პირველი

გავრცელებადი ჰარმონიკის წარმოქმნასთან ერთად მესერის დიფრაქციული თვისებები მნიშვნელოვნად იცვლება. ამ დროს მოცემული θ -თვის χ -ს გარკვეულ მნიშვნელობებზე დაიკვირვება მრუდების ტალღისებური ცვლილება (ნახ.1.9-1.11). ამ რხევის პერიოდი მცირე χ -თვის ტოლია $0,5/\Gamma$ -სი (სადაც $\Gamma = \sqrt{1 - (1/2\theta_1\chi_1)^2}$ პირველი ტალღამტარული ჰარმონიკის გავრცელების მუდმივაა). χ -ს ზრდასთან ერთად ეს პერიოდი მცირდება და მაღალი მოდების წარმოქმნის შედეგად ზუსტი პერიოდულობა ირღვევა. ერთტალღოვან დიაპაზონში აღნიშნულ პერიოდულ ცვლილებას თან ახლავს რეზონანსული ჩავარდნები, რომლებიც შეესაბამებიან ღია რეზონატორების საკუთარ სიხშირეებს. მნიშვნელოვანია, რომ პერიოდის განმავლობაში $|T_{00}|$ -ის საშუალო მნიშვნელობა მუდმივა. ამის გამო შეიძლება დავასკვნათ, რომ ეკრანის სისქის მატება პერიოდის ტოლი სიდიდით, არ ცვლის $|T_{00}|$ -ის მნიშვნელობას. მაგალითად, მესერს პარამეტრით $\delta = 0,5/\sqrt{1 - (1/2\theta_1\chi_1)^2}$ აქვს ისეთივე დიფრაქციული თვისებები, როგორც უსასრულოდ თხელ პერფორირებულ ეკრანს.

შეიძლება შევნიშნოთ, რომ როდესაც $\theta_1, \theta_2 > 0,5$ და $\chi_{კრ} < \chi_1, \chi_2 < 1$, საკმაოდ დიდი S-თვის $|T_{00}|$ -ს როგორც χ_1, χ_2 -ის ფუნქციას გააჩნია მაქსიმუმები და მინიმუმები (ნახ.1.3 - 1.6). საზოგადოდ შეიძლება გვეფიქრა, რომ ვინაიდან ხვრელი წარმოადგენს ტალღამტარის მონაკვეთს, ამიტომ გავლის კოეფიციენტი აღწევს მაქსიმუმებს პარამეტრის იმ მნიშვნელობისათვის, რომლისთვისაც ეკრანის სისქე ახლოსაა ტალღამტარში ტალღის სიგრძის ნახევარის მთელ რიცხვთან ($S = m\lambda_g/2$, $m=1,2,3\dots$). ეს მტკიცება სამართლიანი აღმოჩნდა მხოლოდ $|T_{00}|$ -ის პირველი მაქსიმუმებისათვის, რომლებიც ჩნდებიან მაშინათვე, როგორც კი $\chi_1, \chi_2 = \chi_{კრ}$ და თუ $\delta \geq 2\chi_1$. შემდგომი მაქსიმუმები თეორიულად გათვლილ წერტილებთან შედარებით მკვეთრად წაინაცვლებენ მარცხნივ. თუკი $\delta < 2\chi_1$, მაშინ პირველი მაქსიმუმიც კი მიიღება მანამდე, ვიდრე ხვრელის სიგრძეზე ზუსტად მოთავსდებოდეს ერთი ნახევარტალღა.

უნდა აღინიშნოს, რომ პირველი „სრიალის“ წერტილის ($\chi_1, \chi_2 = 1$) მახლობლად, როცა $\theta_1, \theta_2 > 0,5$ გავლის კოეფიციენტს მაქსიმუმები უკვე გააჩნია იმ წერტილებში, სადაც ეკრანის სისქეზე ეტევა ტალღის მეოთხედის კენტი რაოდენობა

($S=(2m-1)\lambda_g/4$, $m=1,2,3\dots$). პარამეტრებისათვის $\theta_1, \theta_2 \leq 0,5$ და $\chi_1, \chi_2 > \chi_{კრ} \geq 1$ მინიმუმები და მაქსიმუმები დაიმზირება პირველი ჰარმონიკებისთვისაც (ნახ.1.7). ამ დროს დიდი S -ის შემთხვევაში მრუდების მაქსიმუმების მდებარეობა შეესაბამება ტალღის მეოთხედის ლუწ რიცხვებს, ხოლო მინიმუმები კენტ რიცხვებს. ასეთი განსხვავება $\theta_1, \theta_2 > 0,5$ და $\theta_1, \theta_2 \leq 0,5$ - თვის შეიძლება ავსნათ იმით, რომ $\theta_1, \theta_2 > 0,5$ მნიშვნელობებისათვის ექსტრემუმების განაწილებაზე დიდ გავლენას ახდენს ზედაპირული რეზონანსის მოვლენა, რომელსაც ადგილი აქვს $\chi_{კრ}=1$ დროს.

$\chi_1, \chi_2 > \chi_{კრ}$ -ის შემთხვევაში ოსცილაციები ხდება გარკვეული წონასწორული მდებარეობის მიმართ. ყველაზე მეტი გადახრები შეინიშნება კრიტიკული მნიშვნელობების მახლობლად. χ_1, χ_2 -ის ზრდასთან ერთად ოსცილაციის ამპლიტუდა მცირდება.

ეკრანის მცირე სისქის შემთხვევაში ზედაპირული რეზონანსების წილი დიფრაქციულ სურათში უფრო მნიშვნელოვანია და შესაბამისი წერტილები მკვეთრად არის გამოხატული (ნახ.1.5, 1.6). სისქის ზრდასთან ერთად იზრდება ეკრანის ხვრელების ტალღამტარული თვისებები და დიფრაქციული სურათი მკვეთრად იცვლება.

მესერის სისქის გავლენა შედარებით ძლიერია $\chi_{კრ}$ -ის მახლობლად. ეს შეიძლება ავსნათ შემდეგი გარემოებით: როდესაც ხვრელში გავრცელებადი ტალღის სიგრძე ახლოსაა კრიტიკულთან, ხვრელის ბოლოებზე დიფრაქციის შედეგად წარმოიქმნება არეკვლილი ტალღები. სწორედ ამ დიფრაქციულ მოვლენას მივყავართ ზემოთაღნიშნულ $|T_{00}|$ -ის ოსცილაციებთან. ტალღის სიგრძის შემცირებასთან ერთად კიდებიდან არეკვლილი ტალღების როლი მცირდება და ოსცილაციებიც კლებულობს.

χ -ს შემდგომი ზრდისას $|T_{00}|$ -ის ყოფაქცევაზე ზემოქმედებას იწყებს მეორე კრიტიკული ტალღის სიგრძეზე წარმოქმნილი ახალი, გავრცელებადი ტალღები, რომლებიც ინტერფერირებენ პირველ ძირითად ჰარმონიკასთან.

როგორც გამოკვლევებმა აჩვენეს, გავლის კოეფიციენტის ცვლილების ხასიათზე მნიშვნელოვან ზეგავლენას ახდენენ ხვრელში არსებული არაგავრცელებადი ტალღებიც და ეს ეფექტი შესამჩნევია მაშინაც კი, როცა ეკრანის სისქე საკმაოდ მცირეა.

ნორმალური დაცემისას დიფრაქციულ სურათებზე მეტნაკლებად ზეგავლენას ახდენენ ზედაპირული რეზონანსები (ვუდის ძირითადი და უფრო მაღალი რიგის ანომალიები[85]) წერტილებში $\chi_1 = \sqrt{m^2 + n^2 d_0^2}$ ($d_0 = d/l$; $m, n = 0, 1, 2, \dots$, $m=n \neq 0$). ამ დროს ხდება ეკრანის ზედაპირებიდან ახალი გავრცელებადი სივრცული ჰარმონიკების ($|R_{mn}|$, $|T_{mn}|$) წარმოქმნა, რომლებიც გაიბნევიან ეკრანის სიბრტყის მიმართ კუთხეებით $\varphi_m = \arctan(h_m / \sqrt{k^2 - h_m^2})$, $\varphi_n = \arctan(h_n / \sqrt{k^2 - h_n^2})$ (ათვლა წარმოებს x და y ღერძების მიმართ). ამასთან უნდა აღინიშნოს, რომ ერთდროულად იბადებიან წყვილები ან კვარტეტები.

მაშინ, როდესაც ხვრელის ზომები ნაკლებია ეკრანის სისქეზე, ე.ი. $\theta_1, \theta_2 \leq 0,5$, $|T_{00}|$ -ის სიდიდე θ_1, θ_2 შემცირებასთან ერთად შესამჩნევად მცირდება და პირველი მაქსიმუმის წერტილი წაინაცვლებს $\chi_1, \chi_2 = 2$ მნიშვნელობისაკენ. ეს იმას ნიშნავს, რომ დიდი სიგრძის ტალღებისათვის გასული ველის ენერგია ნაკლებია ვიდრე მცირე სიგრძის ტალღებისათვის (ნახ.1.4).

აღნიშვნის ღირსია შედეგი, რომლის დროსაც მესერი ხდება თითქმის აბსოლუტურად გამჭვირვალე. ეს მოვლენა ხორციელდება მაქსიმუმების წერტილებში როცა $\theta_1, \theta_2 > 0,5$ და $\chi_1, \chi_2 \leq 1$. $\delta = 0,5\chi_1$ -თვის კი დაიკვირება χ_1, χ_2 -ის ცვლილების მთელი დიაპაზონი, რომელშიც $|T_{00}|$ პრაქტიკულად უდრის ერთს (ნახ.1.3,1.5).

განსაკუთრებით საინტერესოა შემთხვევა $\theta_1 = \theta_2 = 1$ (ნახ.1.6), ანუ როცა გვაქვს უსასრულოდ თხელი კედლებით გამოყოფილი ტალღამტარების მესერი. ასეთ სისტემას $\delta = 0,5\chi_1$ -ის შემთხვევაში აქვს გავლის კოეფიციენტის საკმაოდ მაღალი ხარისხი სიხშირეთა ფართო დიაპაზონში ($0,75 < \chi_1 < 1$), ანუ ტალღა თითქმის მთლიანად გადის ეკრანში.

3. დავაკვირდეთ ხვრელების დიელექტრიკით შევსების გავლენას მესერის დიფრაქციულ თვისებებზე (ნახ.1.12-1.13).

ϵ_r -ის ზრდასთან ერთად მოკლდება ხვრელში გავრცელებადი ტალღის სიგრძე, რაც იწვევს მთელი დიფრაქციული დამოკიდებულებების წანაცვლებას მარცხნივ. ამ დროს მცირე δ -ს შემთხვევაშიც კი დიელექტრიკის ზეგავლენა შეიძლება

მნიშვნელოვანი აღმოჩნდეს (ნახ.1.12). $0 < \chi_1 < 1$ არეში $\theta_1, \theta_2 > 0,5$ -სა და დიდი δ -თვის მკვეთრად იზრდება $|T_{00}|$ -ის ოსცილაციის სიხშირე და ამპლიტუდა (ნახ.1.13). დაიკვირვება მეტი რაოდენობა იმ სიხშირეებისა, რომლებისთვისაც მესერი ხდება გამჭვირავალე. $\epsilon_r = 1$ თვის ასეთი წერტილი ხუთია, ხოლო $\epsilon_r = 2,5$ თვის კი შვიდი.

4. განვიხილოთ ახლა გამოთვლების შედეგები, როცა ტალღა ეკრანს ეცემა კუთხით (ნახ.1.14-1.16). ამ დროს ეკრანიდან გამოსხივებული თითოეული ჰარმონიკა იბადება ერთ გარკვეულ საკუთარ სიხშირეზე. შესაბამისად მათი რიცხვი იზრდება და „სრიალის“ წერტილებში არსებული ნახტომები შედარებით უფრო სუსტია, ვიდრე ნორმალური დაცემისას. თუკი პარამეტრები ისეა შერჩეული, რომ ერთდროულად იბადებიან სხვადასხვა ჰარმონიკები, მაშინ მივიღებთ გრაფიკის უფრო მკვეთრ ცვლილებას. უფრო მეტიც, თუ ამ პროცესს კიდევ ემატება ხვრელში ახალი მოდის წარმოქმნა, ეს ცვლილება საკმაოდ მნიშვნელოვანია. მაგალითად, როცა $\phi = 60^\circ$ და $\chi_1 = \chi_2 = 2$ მაშინ ერთდროულად წარმოიქმნება (1,0) და (-3,0) გავრცელებადი სივრცული ჰარმონიკები და H_{02} ტალღგამტარული ტიპის ტალღები, რაც მკვეთრად გამოიხატება ნახ.1.14 -ზე.

„სრიალის“ წერტილების მახლობლად დიფრაქციის სურათზე ერთდროულ ზეგავლენას ახდენენ, როგორც ზედაპირული ტალღები, ასევე ხვრელის შიგნით არსებული ტალღგამტარული ტალღები. იმ წერტილებში, სადაც ერთდროულად წარმოიქმნება რამდენიმე გავრცელებადი ტალღა დიფრაქციულ დამოკიდებულებებს აქვს შედარებით უფრო ტეხილი სახე.

5. ჩვენს მიერ გამოკვლეულ ელექტრომაგნიტური ტალღის ეკრანზე დიფრაქციის ამოცანის ამოხსნისას ჩვენ მივუთითეთ, რომ მიღებული უსასრულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემების ერთი ნაწილი შეესაბამება ნახევრადლია სწორკუთხა რეზონატორებისაგან შედგენილი მესერის ამოცანას. ეს გარემოება გვაფიქრებინებს, რომ პარამეტრების ის კრებული, რომელიც განსაზღვრავს ნახევრადგამჭვირვალე ეკრანის სხვადასხვა თვისებებს, ასევე დამახასიათებელი იქნება შესაბამისი ამრეკლი ეკრანის შემთხვევისთვისაც.

პირველ რიგში დავაკვირდეთ ამრეკლი სისტემებისათვის დამახასიათებელ ზღურბლურ მოვლენებს. „სრიალის,, წერტილზე გავლისას სარკული ტალღის არეკვლის კოეფიციენტის მოდული $|R_{00}|$, რომლის მნიშვნელობაც აქამდის ერთის

ტოლი იყო, იწყებს შემცირებას. ეს განპირობებულია ახლად წარმოქმნილ გავრცელებად ჰარმონიკებთან ენერჯის გადანაწილებით.

ნახ.1.17 -ზე წარმოდგენილია ნულოვანი ჰარმონიკის ენერჯის (E_{R00}) დამოკიდებულება χ -ზე (ვიწრო სიხშირულ დიაპაზონში) პირველი „სრიალის“, წერტილის ($\chi=1$) მახლობლად. როგორც ნახაზიდან ჩანს, სანამ ხვრელებში ტალღა არ ვრცელდება, არეკვლილი სხივის ენერჯის სიდიდე უმნიშვნელოდ იცვლება. როგორც კი დაიბადება პირველი მაღალი რიგის მოდა (2a, 5a), მაშინვე ეს დამოკიდებულება მკვეთრი ხდება და როცა $\chi > 1$, $\theta_1, \theta_2 = 0,5$ სარკულად არეკვლილი სიგნალი იმდენად მცირეა, რომ გაბნევა წარმოებს ეკრანის სიბრტყის მიმართ მცირე კუთხეებზე. ეს თვისება ასევე ნათლად დაიკვირვება ნახ.1.16-ზე, სადაც მოყვანილია E_{R00} -ის დამოკიდებულება ტალღამტარის განივ ზომებზე „სრიალის“ წერტილის მახლობლად ($\chi=1$). როგორც უკვე აღვნიშნეთ, ნორმალური დაცემისას ველის მაქსიმალურ გაბნევას ადგილი აქვს ტალღამტარის შიგნით გავრცელებადი მოდის წარმოქმნის შემდეგ ($\theta_1, \theta_2 > 0,5$). ამასთან ყველაზე ღრმა მინიმუმები მიიღება $\delta = 0,75; 1,125$ მნიშვნელობებზე. აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ როდესაც ხვრელის განივი ზომები ჯერადაა თავისუფალ გარემოში ტალღის მეოთხედისა (სხვა პარამეტრების ნებისმიერი მნიშვნელობებისას), ხდება სრული სარკული არეკვლა და ტალღა ვერ გრძნობს ეკრანის სტრუქტურას (ნახ.1.18). ამ დროს მაღალი რიგის ჰარმონიკების ენერჯია მთლიანად ტრანსფორმირდება სარკული სხივის ენერჯიაში (ნახ.1.19).

გაბნეული ველის თვისებების ანალიზისას „სრიალის“, წერტილის მახლობლად ($\chi=1; 1,41$), ყურადღებას იქცევს ამ წერტილებში ჰარმონიკების ყოფაქცევა ეკრანის ნორმალური დასხივებისათვის:

$$a). \text{ ეკრანის ფარდობითი სისქისათვის } \frac{\delta}{2} \approx \frac{n}{4} + \frac{1}{12} \theta^4 \chi^2 \quad (0, 1, 3, 5, \dots) \text{ გაბნევის}$$

კოეფიციენტები აღწევენ მნიშვნელოვან სიდიდეებს, ხოლო სარკული არეკვლის კოეფიციენტი $|R_{00}|$ თითქმის ნულამდე მცირდება (ნახ.1.20, 1.21).

ბ). რეზონატორების ნებისმიერი მცირე განივი ზომების შემთხვევაში, $\delta = 0,5n$ ($n=1, 2, 3, \dots$) მნიშვნელობებისათვის დაიკვირვება სუფთა სარკული არეკვლა (ნახ.1. 22).

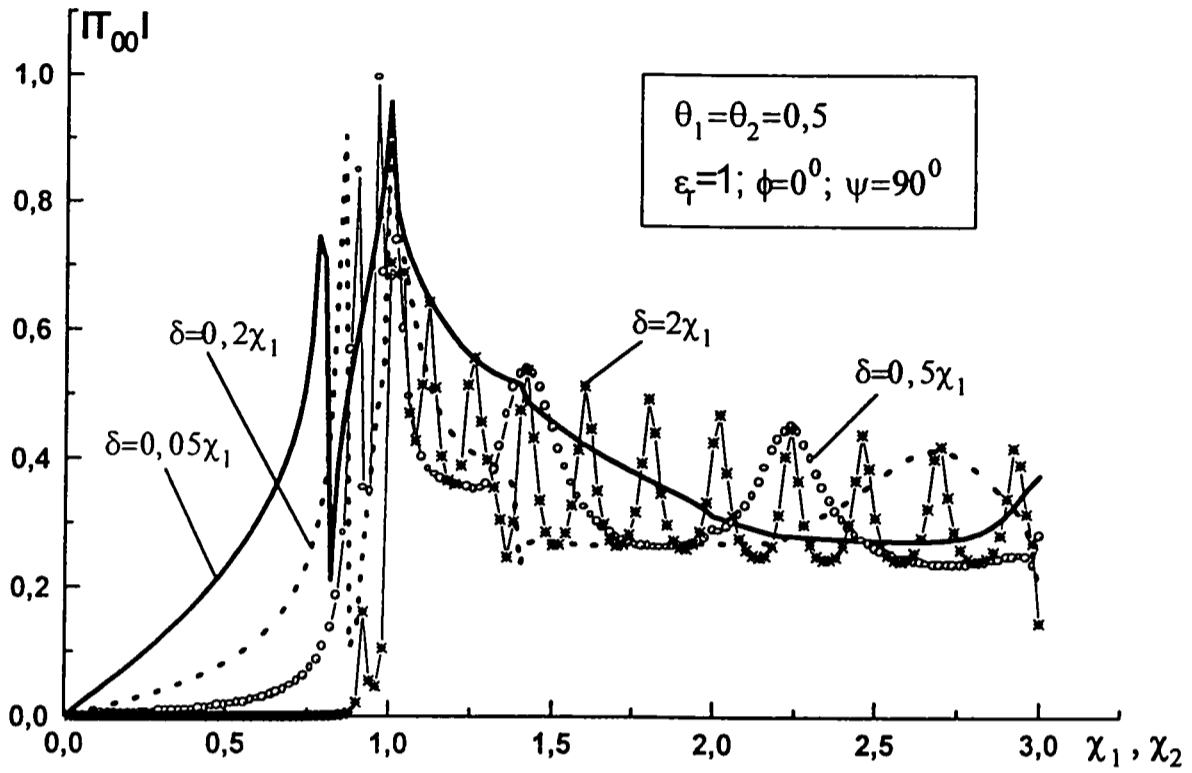
ორივე ამ შემთხვევაში მოსრიალე ტალღის ამპლიტუდა $|R_{mn}|$ მკვეთრად იზრდება. ამ მოვლენას, როცა მოსრიალე და რეზონატორების შიგნით არსებული ტალღების ამპლიტუდები რამდენჯერმე აღემატება დაცემული ტალღის ველს, ეწოდება ორმაგი რეზონანსი. იგი ჩვენ შემთხვევაში ისევე დაიკვირვება, როგორც ორგანზომილებიან ამოცანებში [12].

ვინაიდან ველის ამპლიტუდები დიდია, ამიტომ მესერის მახლობლად ხდება ველის ენერჯის მნიშვნელოვანი კონცენტრაცია. ეს გვაფიქრებინებს, რომ ორმაგი რეზონანსი დაკავშირებულია მესერის საკუთარ რეჟიმებთან. მართლაც, უსასრულო წრფივი ალგებრული განტოლებების დეტერმინანტის სიდიდე რეზონანსის წერტილების მახლობლად მკვეთრად მცირდება. ამასთან ეს ვარდნა იწყება რეზონანსის დადგომამდე ბევრად უფრო ადრე, რაც საშუალებას გვაძლევს რიცხვითი გამოთვლებისას არ გამოგვეპაროს მისი შესაბამისი პიკები.

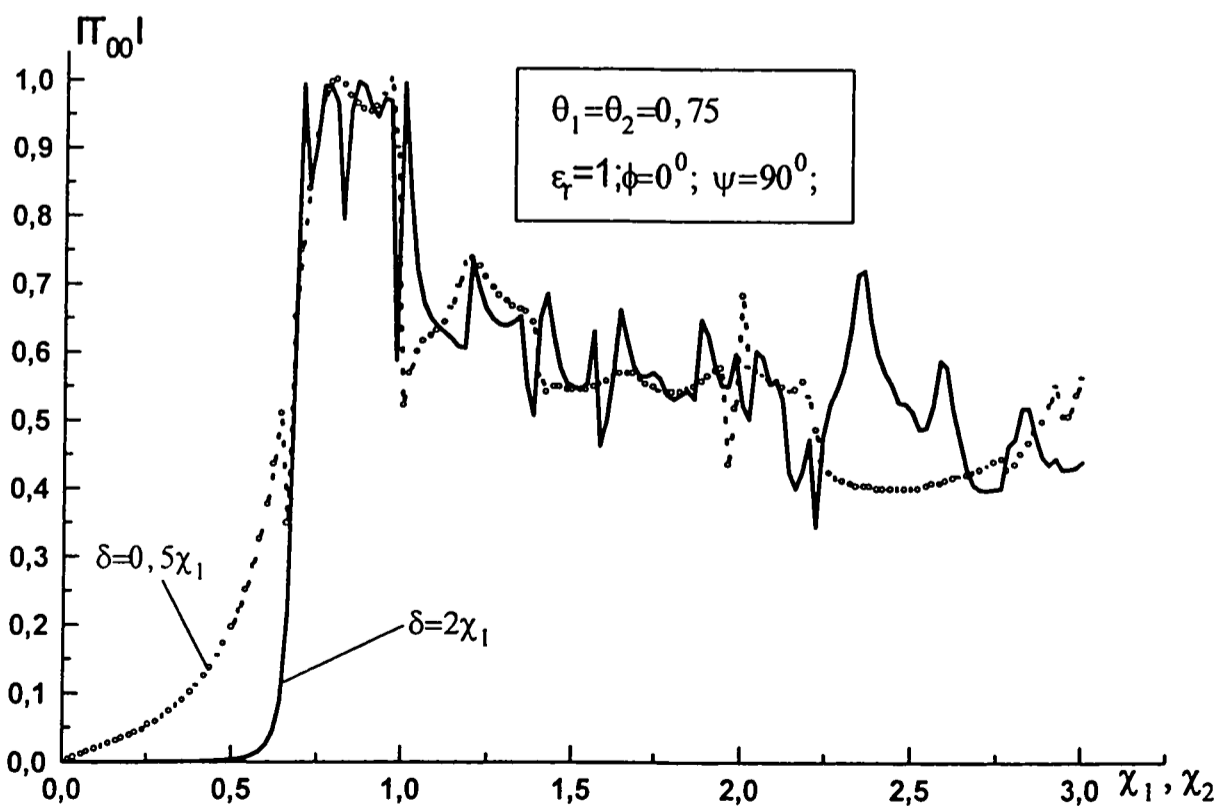
6. ნახ.1.23-1.24 მოცემულია პერფორირებულ ეკრანზე ტალღის ნორმალური დაცემისას ახლო ველის განაწილების სურათები მესერის ერთ პერიოდზე. როგორც მოსალოდნელი იყო, მაგნიტური ველი ეკრანის მეტალურ ნაწილზე ნულისგან განსხვავებულია და ამპლიტუდური ჩრდილი მოთავსებულია ხვრელის ქვეშ წერტილებში $x,y=\pm(\lambda/4)+n\lambda/2$ $z=-(\lambda/4)-n\lambda/2$ ($n=0,1,2\dots$). ამასთან ძირითადი მაქსიმუმები განლაგებულია ეკრანიდან იგივე დაშორებით წერტილებში $x,y=n\lambda/2$.

მესერის წინ ამპლიტუდურ განაწილებას ჰორიზონტალურ სიბრტყეში (XOZ) აქვს სახე, რომელსაც იძლევა ოთხი ერთეულოვანი ამპლიტუდის მქონე (დაცემული, არეკვლილი და ორი მოსრიალე ურთიერთსაწინააღმდეგო) ტალღის ინტერფერენცია. ასეთ იდეალიზირებულ ველს გააჩნია კვადრატული უჯრედების მქონე სტრუქტურა და მაქსიმუმების წერტილებში მოდულის სიდიდე დაახლოებით ოთხის ტოლია. ველის ნულოვანი წერტილები მოთავსებულია წრფეებზე $x,y=\pm(\lambda/4)+n\lambda/2$; $z=(\lambda/2)+n\lambda$ ($n=0, \pm 1, \pm 2\dots$).

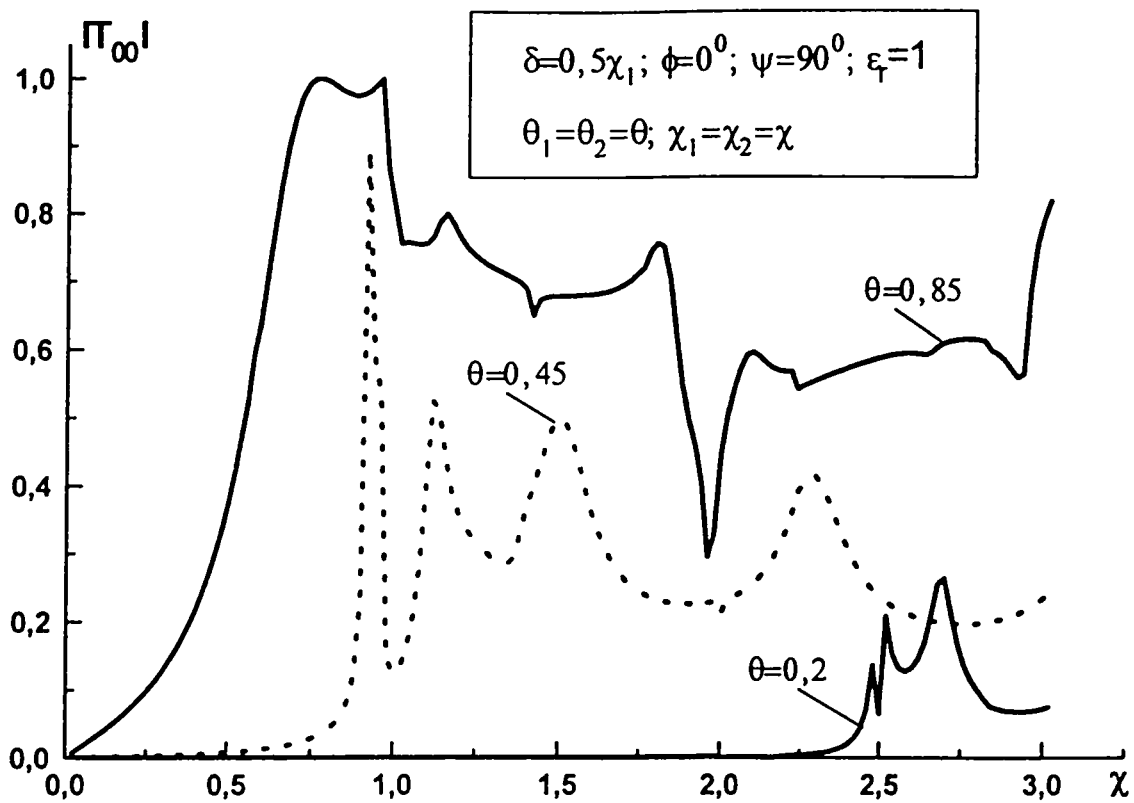
ნახ. 1.25 - ზე წარმოდგენილია მესერზე კუთხით დაცემის შემთხვევა. ამ სურათიდან ნათელია, რომ ველის განაწილება სრულიად სხვა ხასიათს იძენს და ექსტრემუმების განლაგება ხდება სარკულად არეკვლილი და გასული ძირითადი სხივების გასწვრივ.



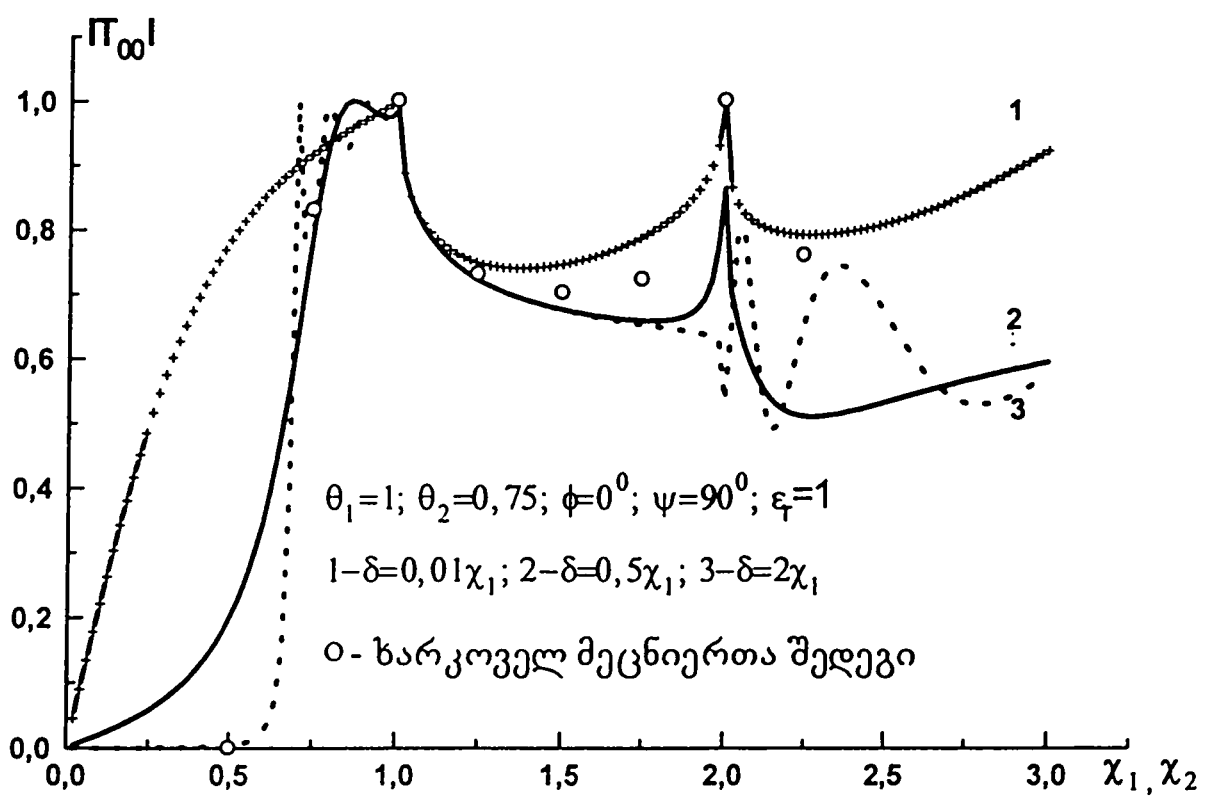
ნახ. 1.2 გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე ეკრანის სხვადასხვა სისქის შემთხვევაში



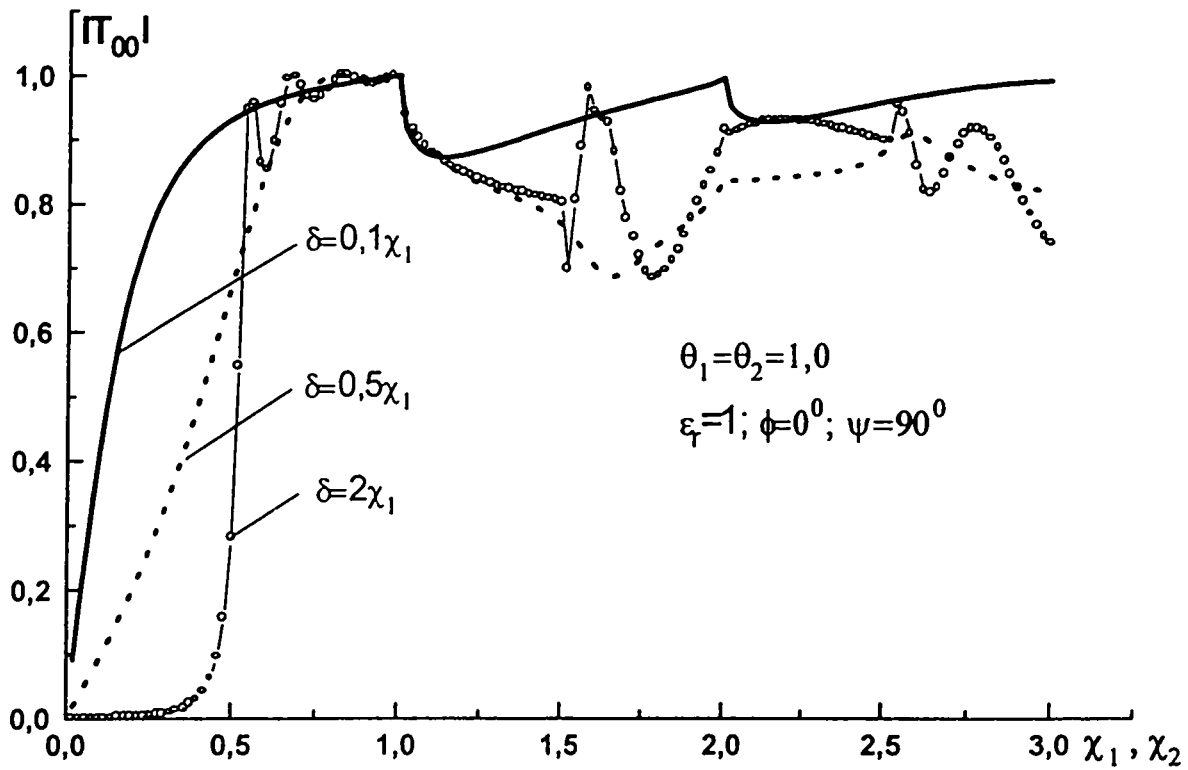
ნახ. 1.3. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე ეკრანის სხვადასხვა სისქის შემთხვევაში



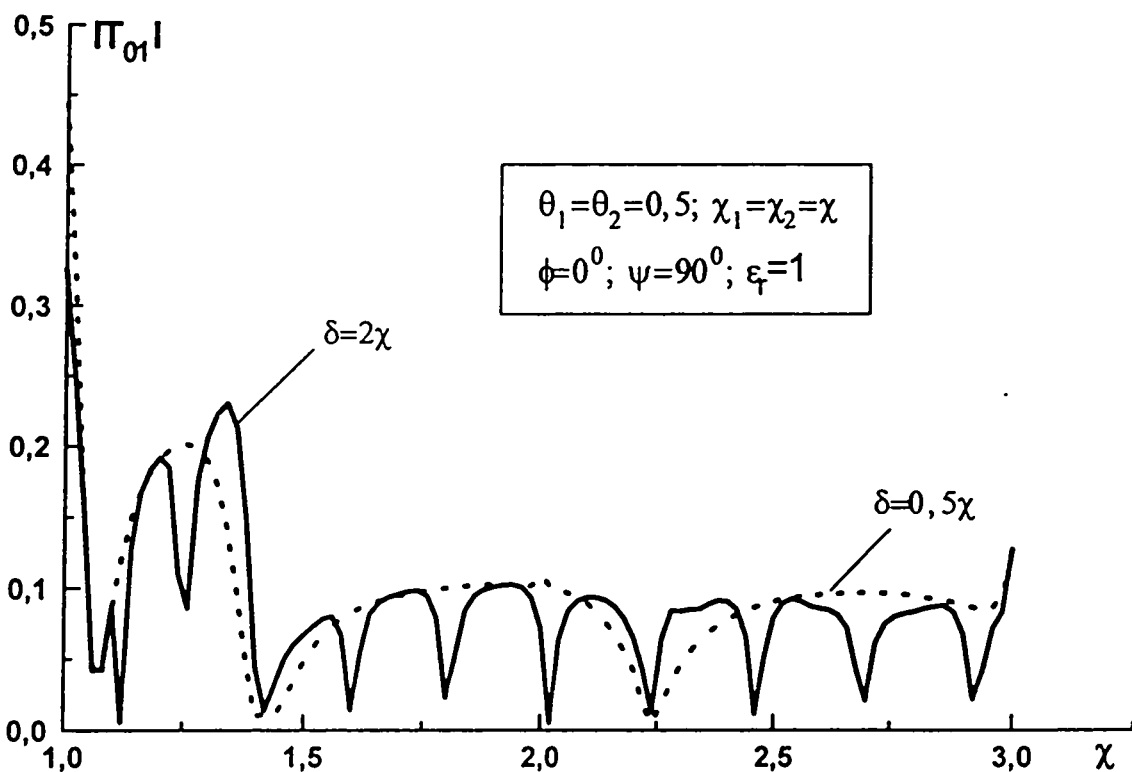
ნახ. 1.4. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სინშირულ პარამეტრზე ეკრანის სხვადასხვა სისქის შემთხვევაში



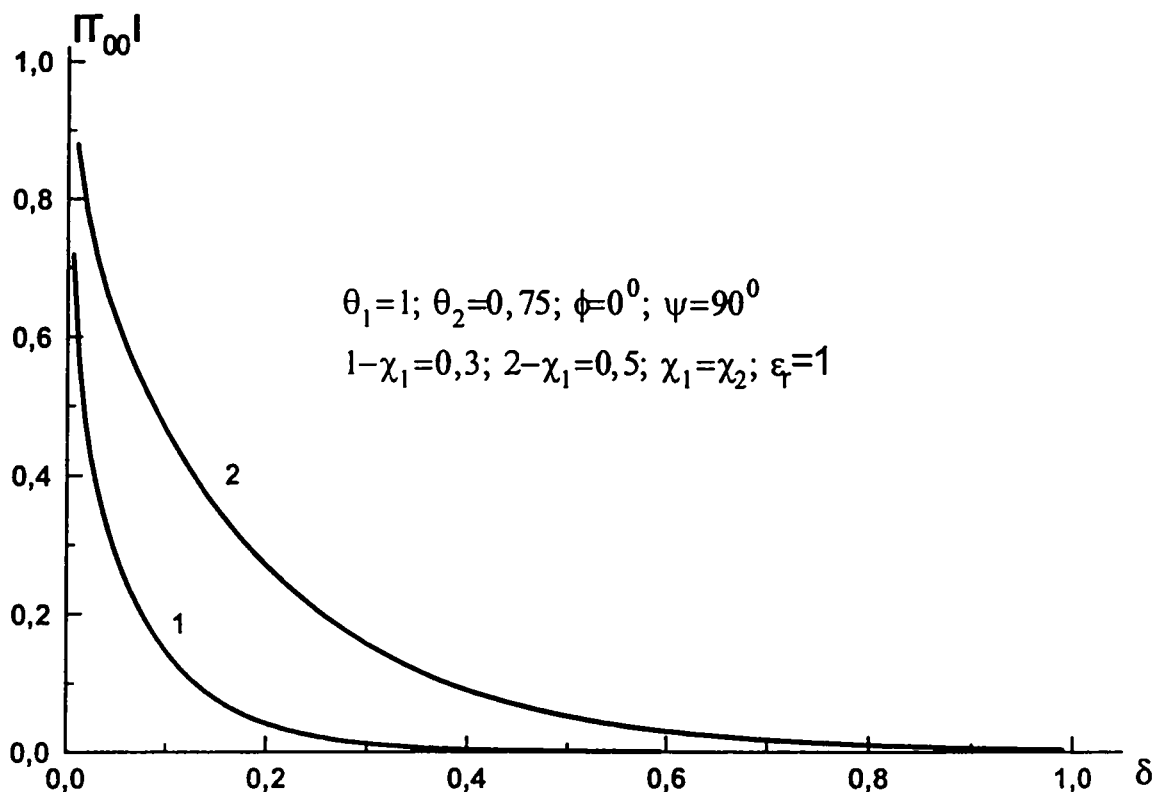
ნახ. 1.5. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სინშირულ პარამეტრზე ძელაკებისაგან შედგენილი მესერის შემთხვევაში



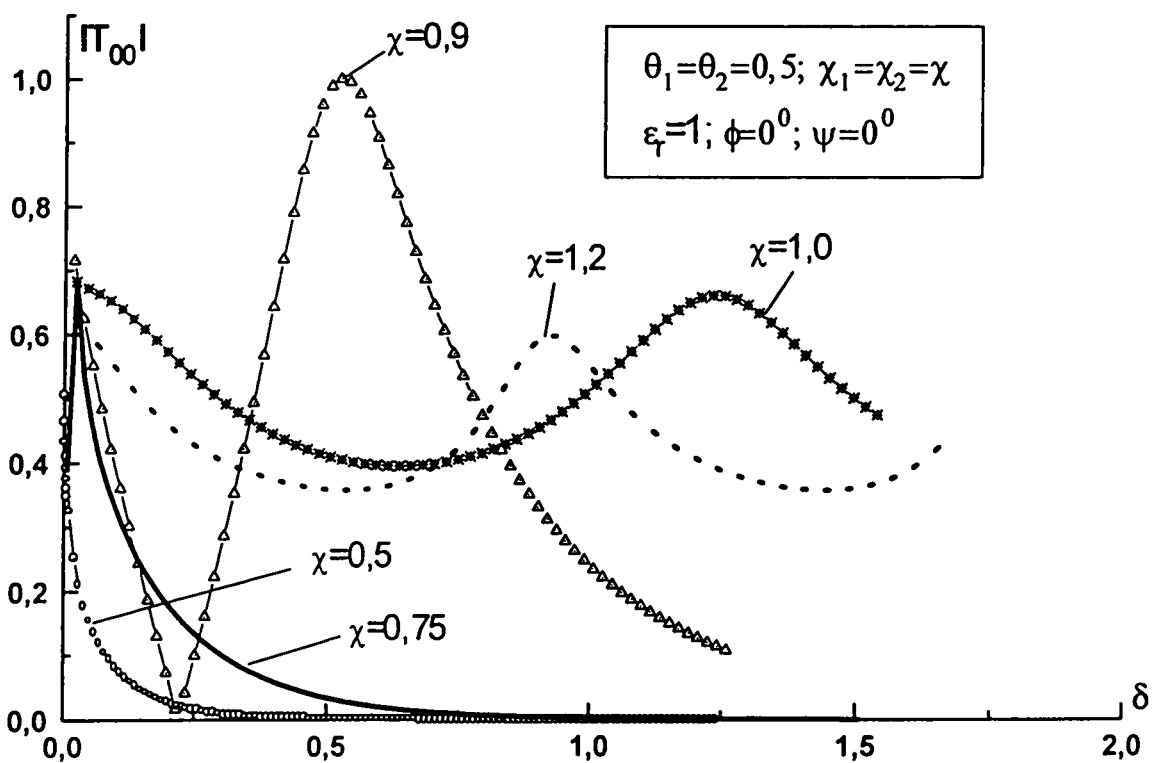
ნახ.1.6. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე, "დანისებური" ეკრანის სხვადასხვა სისქის შემთხვევაში



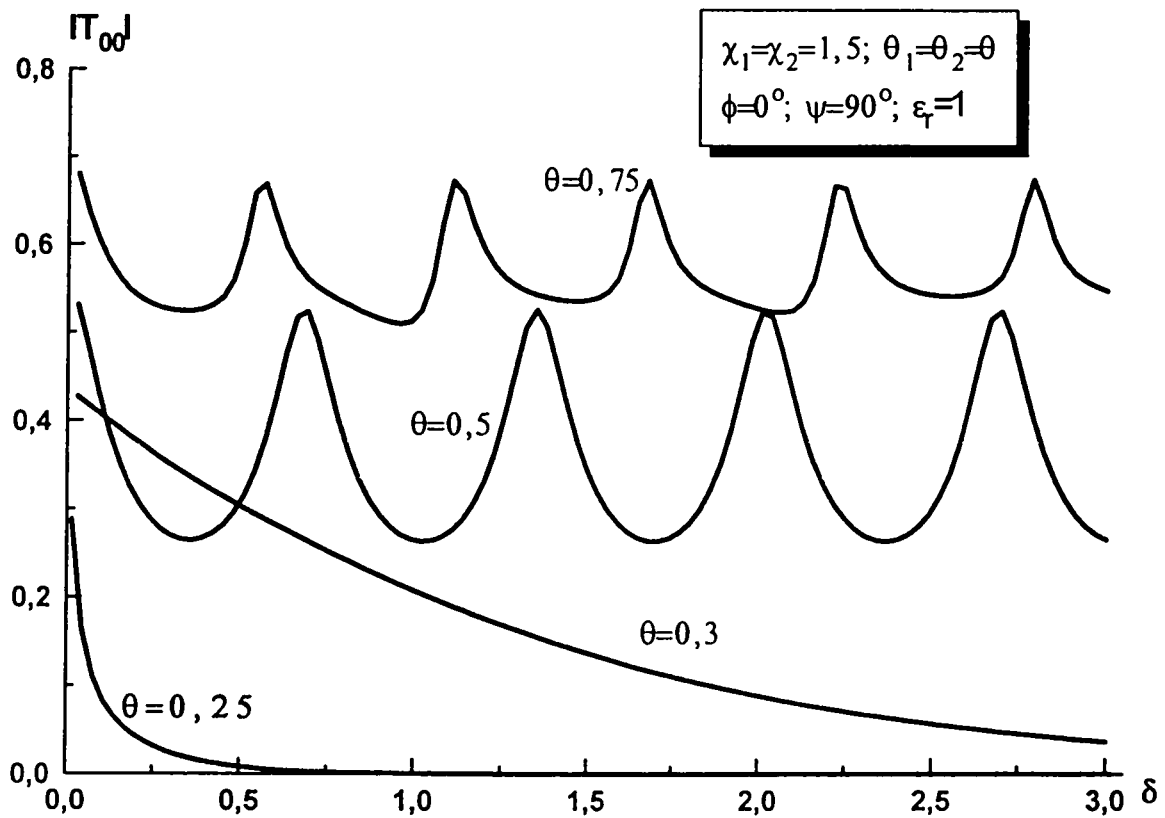
ნახ.1.7. გავლილი ტალღის ჰარმონიკების ამპლიტუდური კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე ეკრანის სხვადასხვა სისქის შემთხვევაში



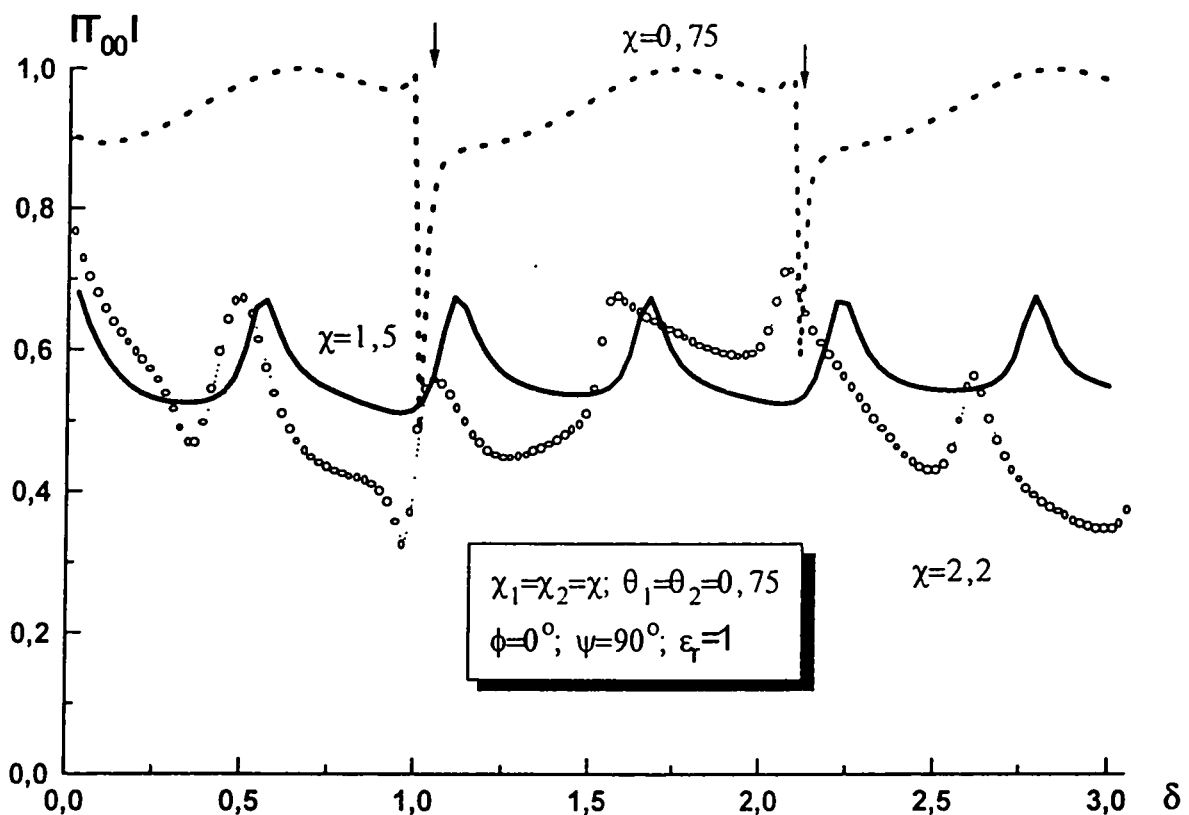
ნახ.1.8. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება ეკრანის სისქეზე მესერის სხვადასხვა პერიოდის შემთხვევაში



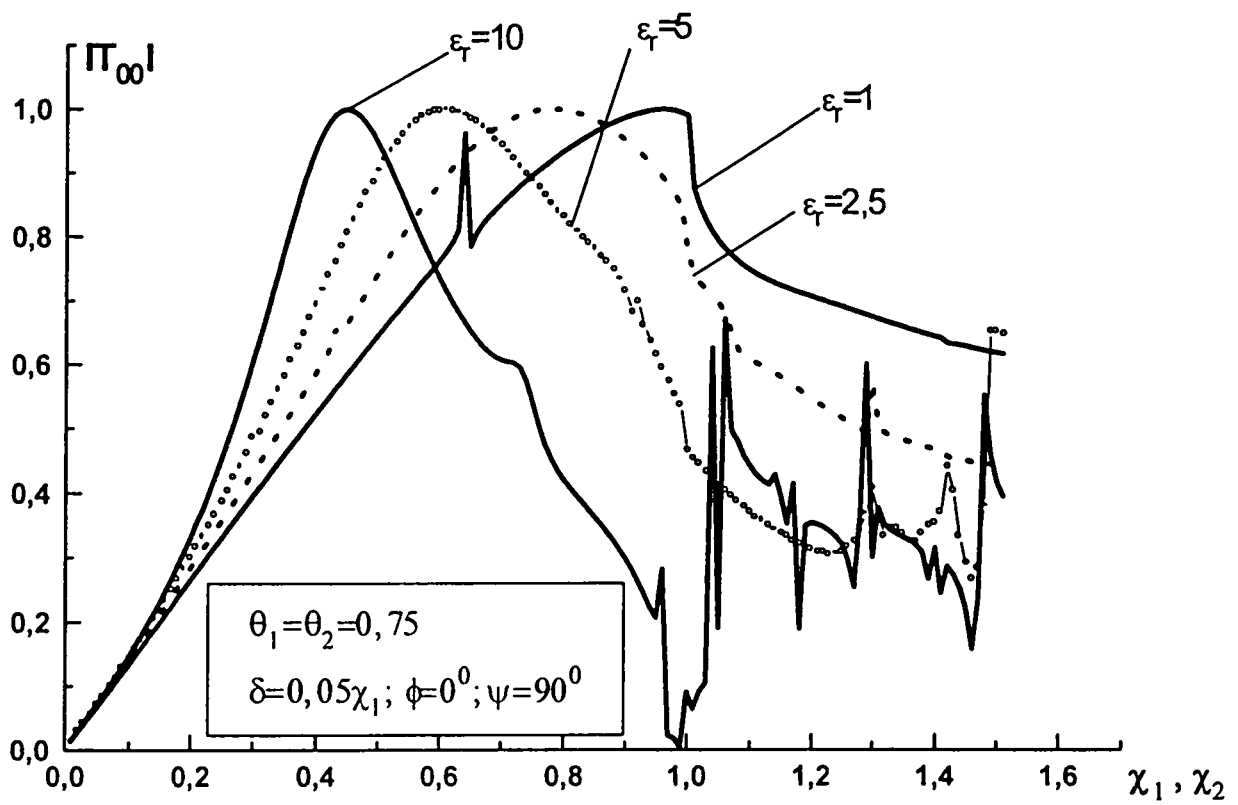
ნახ.1.9. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება ეკრანის სისქეზე მესერის სხვადასხვა პერიოდის შემთხვევაში



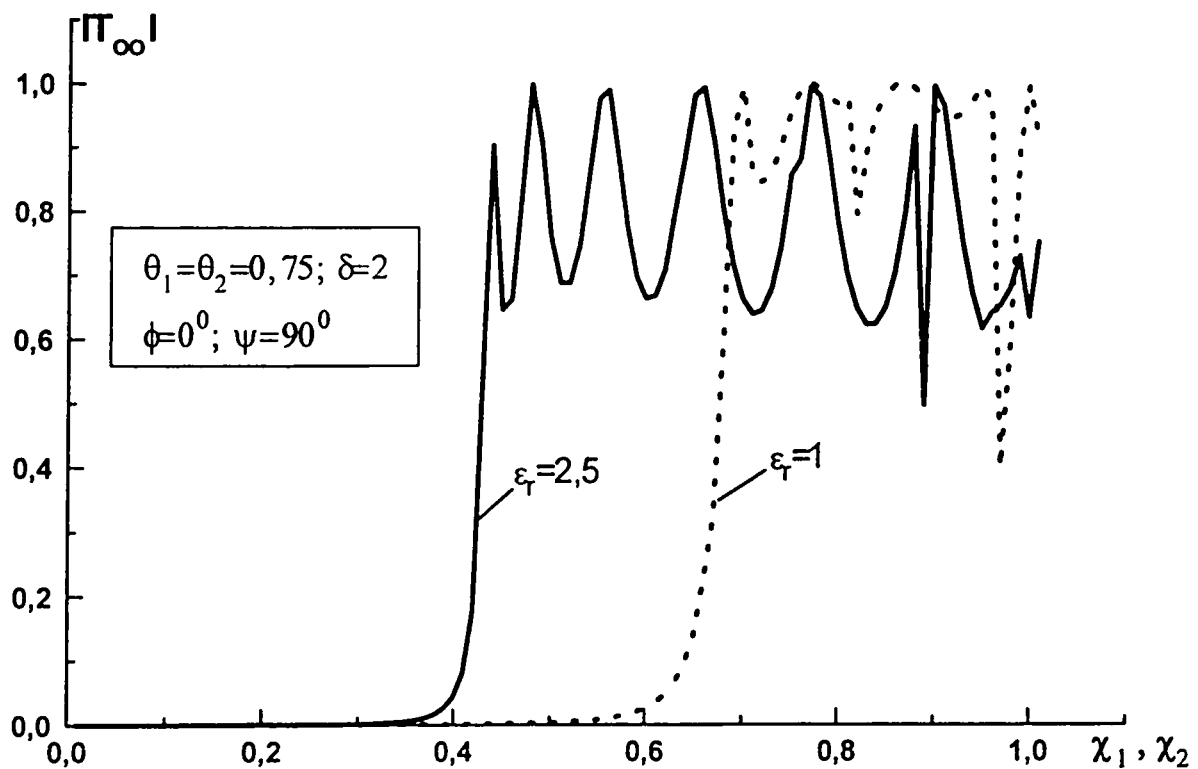
ნახ.1.10. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება ეკრანის სისქეზე ხვრელების სხვადასხვა ზომის შემთხვევაში



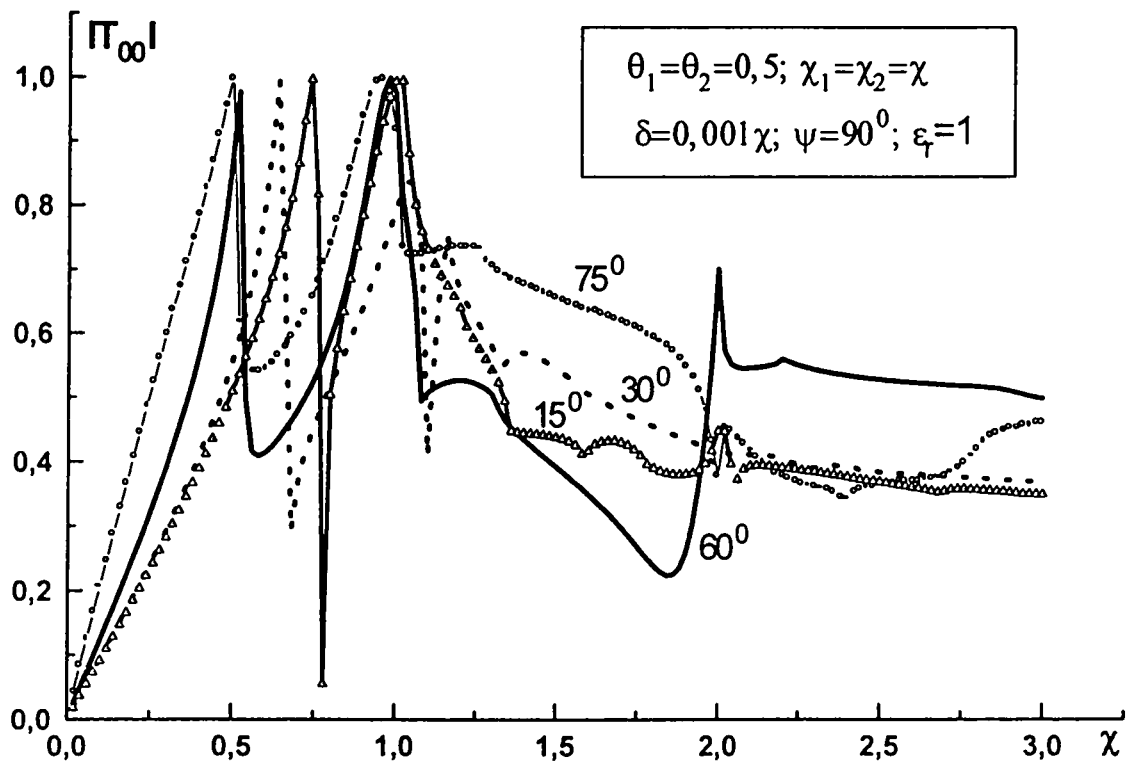
ნახ.1.11. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება ეკრანის სისქეზე მესერის სხვადასხვა პერიოდის შემთხვევაში



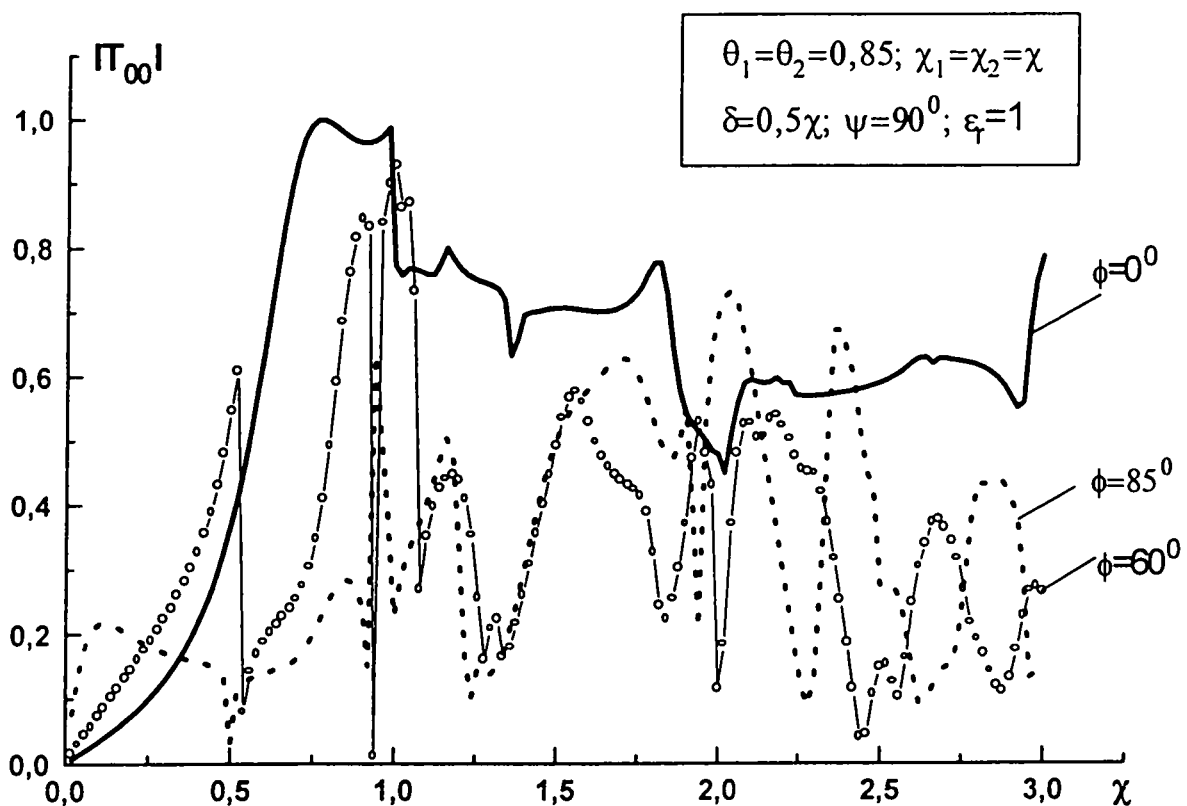
ნახ. 1.12. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე ხვრელების სხვადასხვა დიელექტრიკით შევსებისას



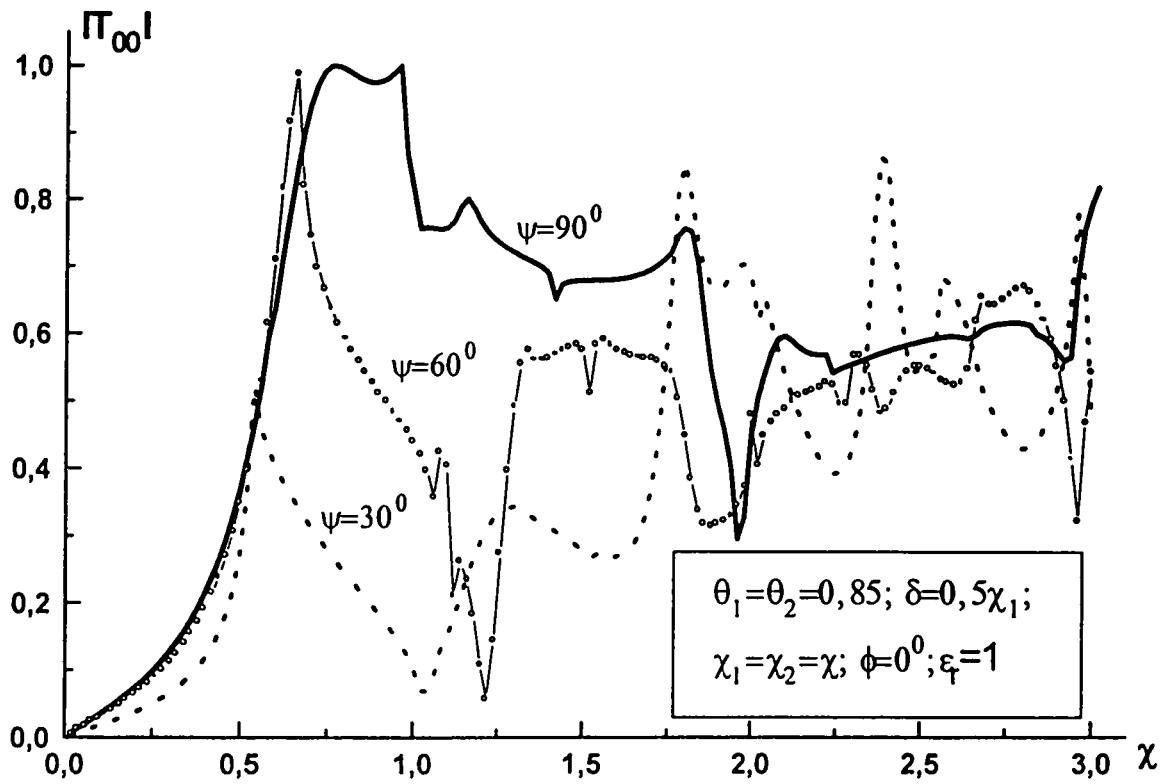
ნახ. 1.13. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე ხვრელების სხვადასხვა დიელექტრიკით შევსებისას



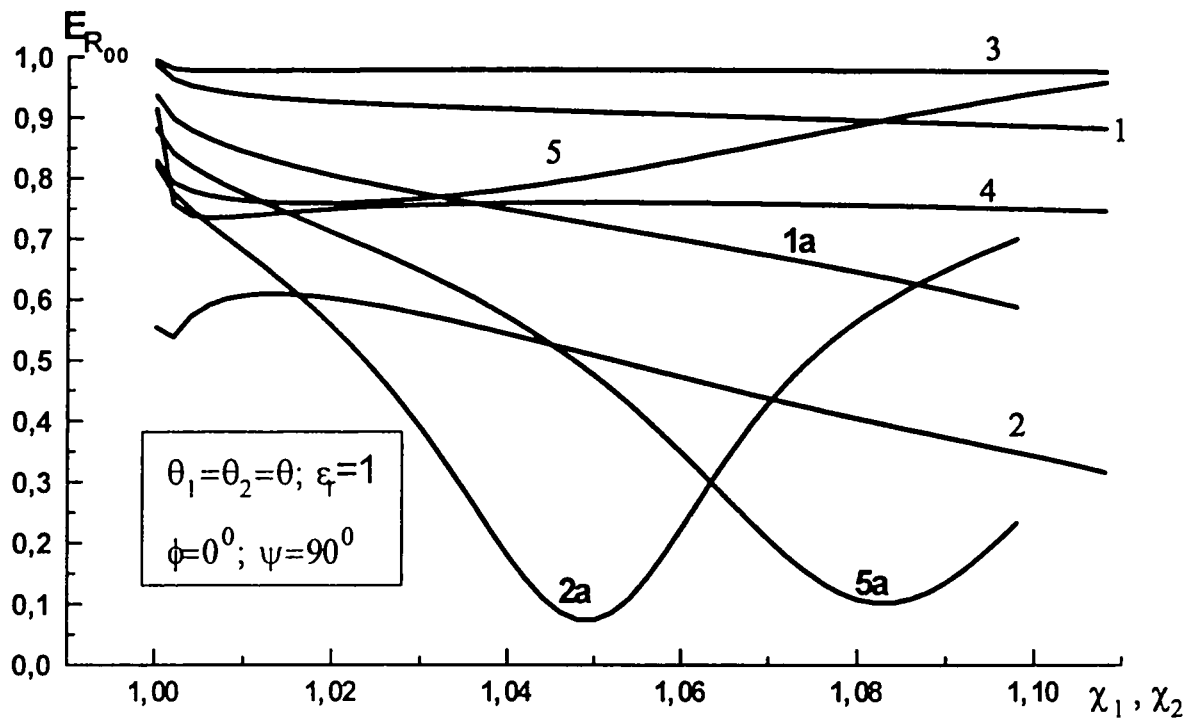
ნახ. 1.14. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე ტალღის დაცემის კუთხის სხვადასხვა მნიშვნელობისას



ნახ. 1.15. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე ტალღის დაცემის კუთხის სხვადასხვა მნიშვნელობისას



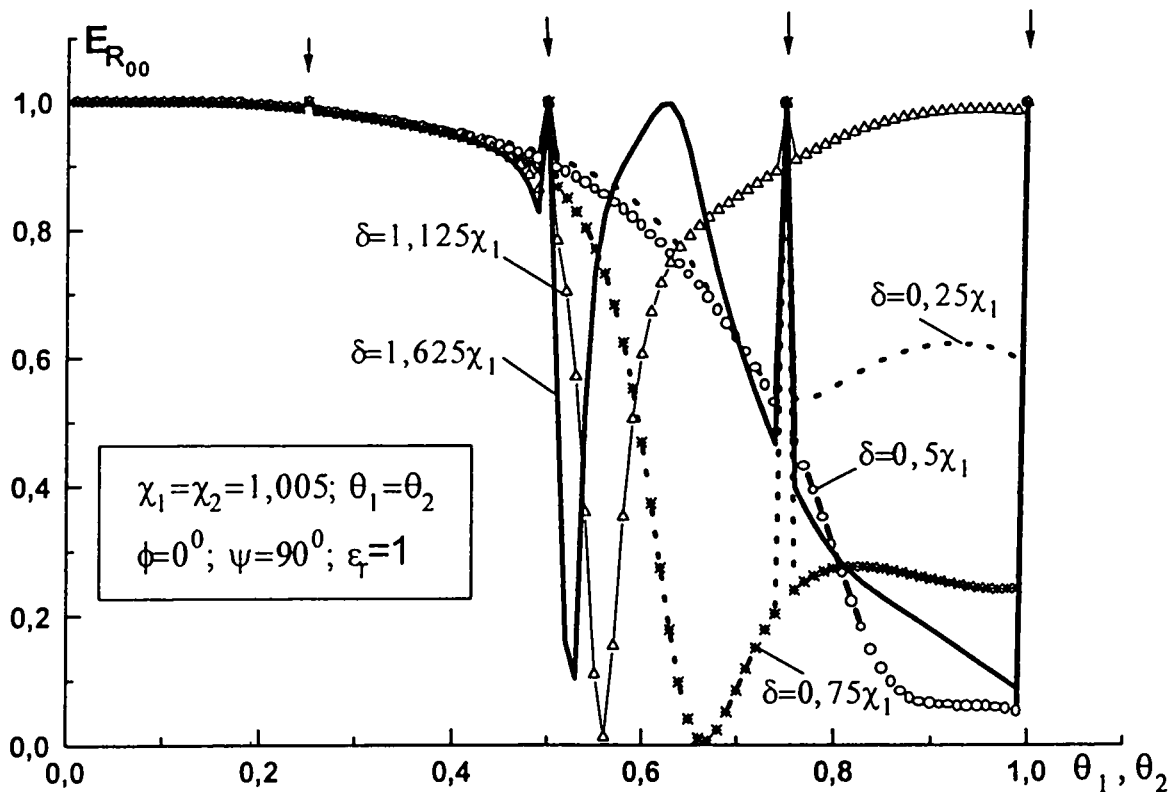
ნახ. 1.16. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე დაცემული ტალღის \mathbf{H} ვექტორის დახრის კუთხის სხვადასხვა მნიშვნელობისას



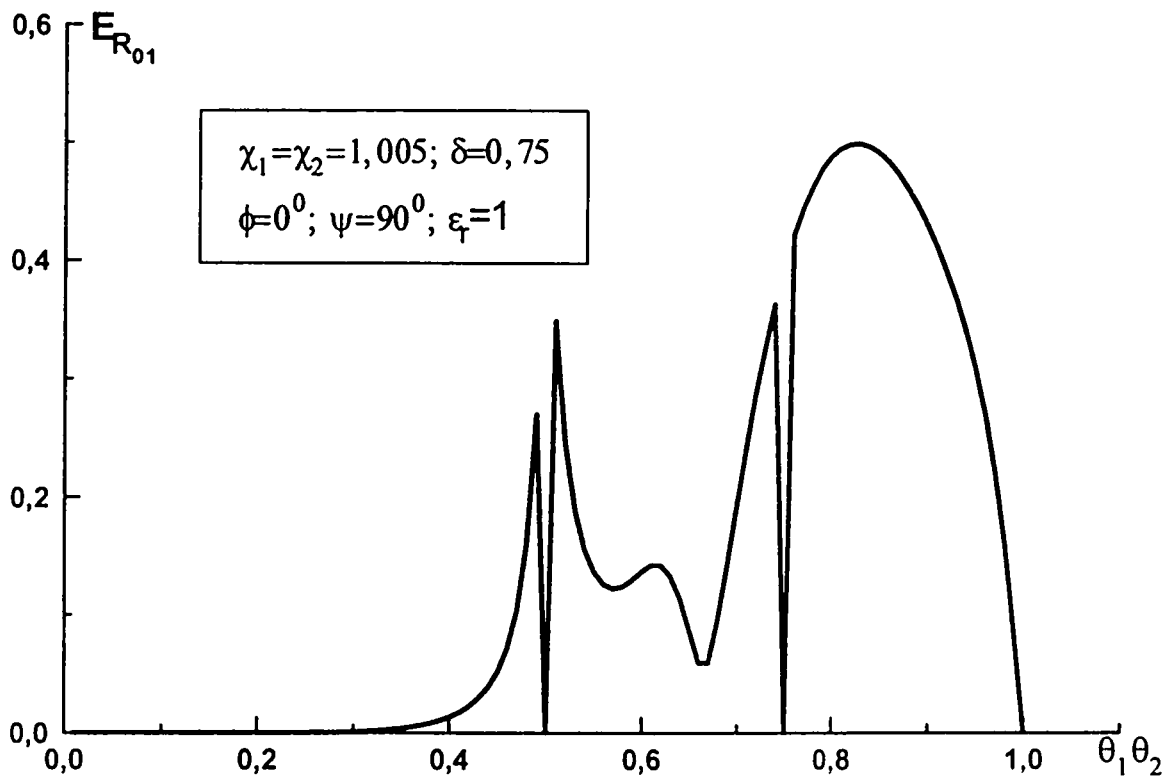
1- $\delta=0,83\chi_1; \theta=0,4$; 1a- $\delta=0,83\chi_1; \theta=0,5$; 2- $\delta=1,67\chi_1; \theta=0,7$; 2a- $\delta=1,67\chi_1; \theta=0,5$

3- $\delta=0,713\chi_1; \theta=0,3$; 4- $\delta=0,23\chi_1; \theta=0,66$; 5- $\delta=1,255\chi_1; \theta=0,6$; 5a- $\delta=1,255\chi_1; \theta=0,5$

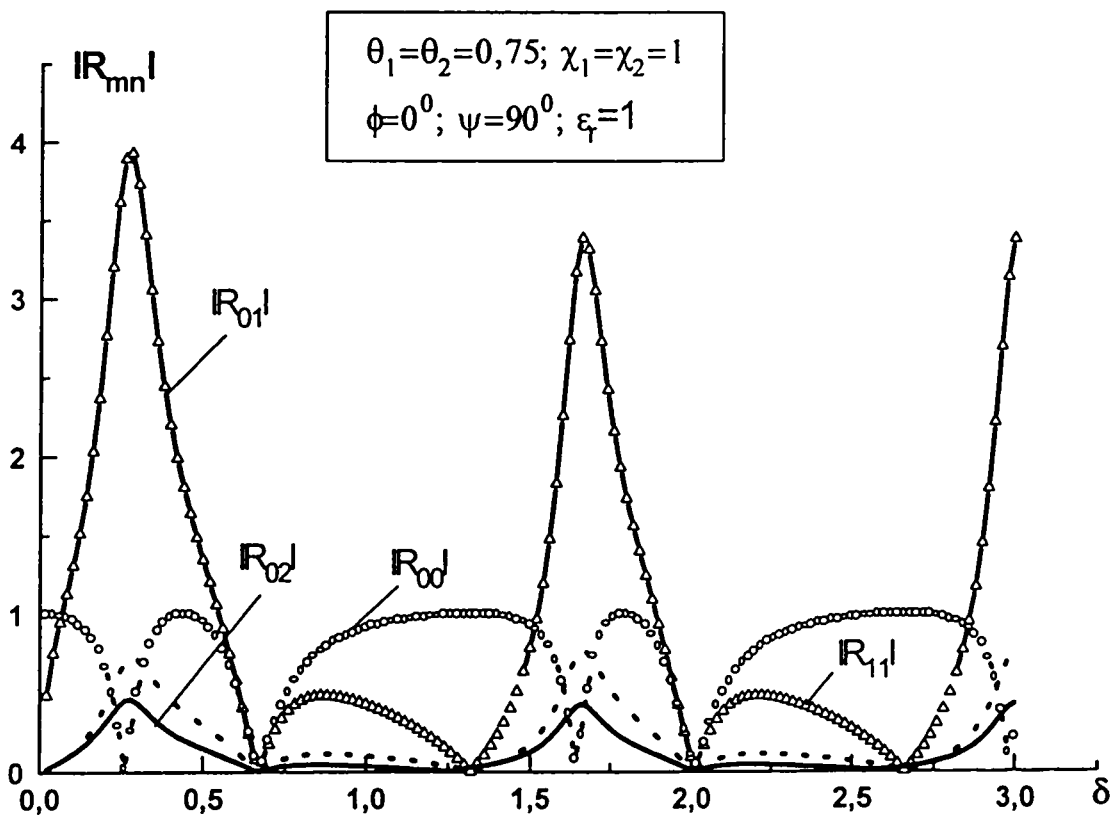
ნახ.1.17. ვულის ანომალური გაბნევა რეზონატორების მესერიდან



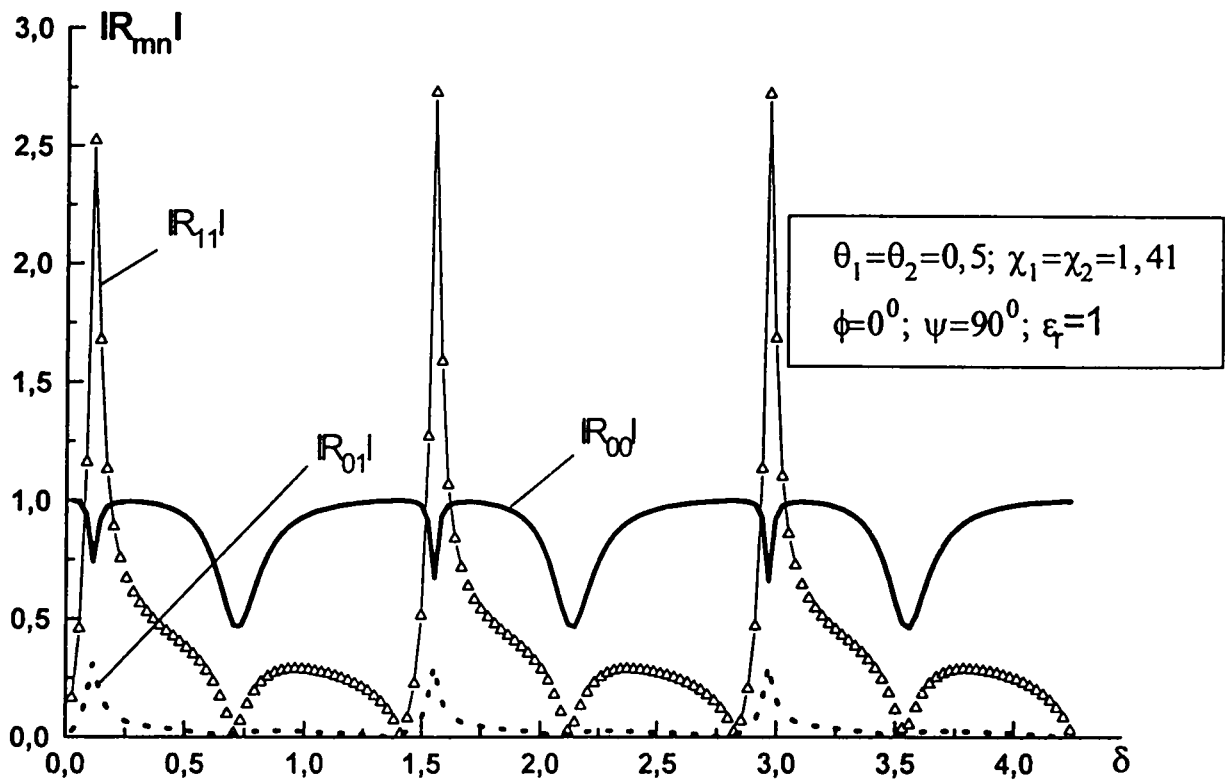
ნახ.1.18. სარკული ტალღის ენერჯის დამოკიდებულება რეზონატორების განივ ზომებზე „სრიალის,“ წერტილის მახლობლად



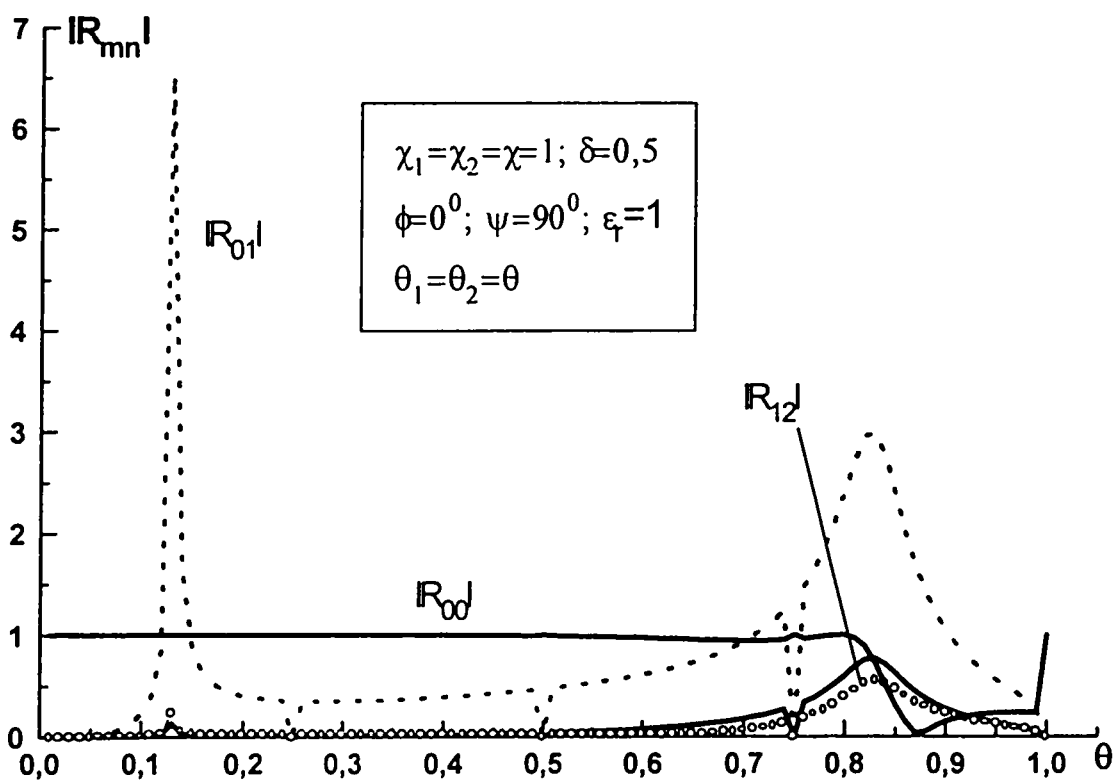
ნახ.1.19. გაბნეული ველის ჰარმონიკების ენერჯის დამოკიდებულება რეზონატორების განივ ზომებზე „სრიალის“ წერტილის მახლობლად



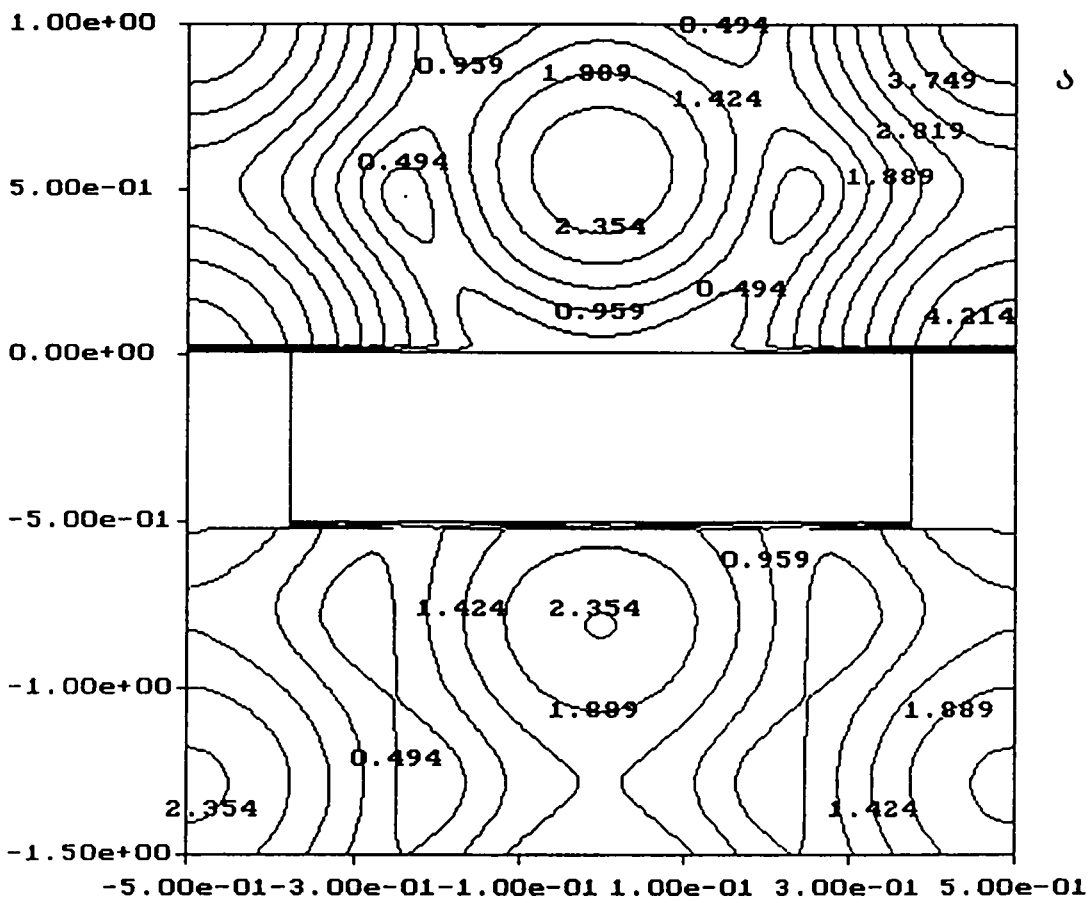
ნახ.1.20. გაბნეული ველის ჰარმონიკების ამპლიტუდების მოდულის დამოკიდებულება რეზონატორების სიღრმეზე „სრიალის“ წერტილის მახლობლად



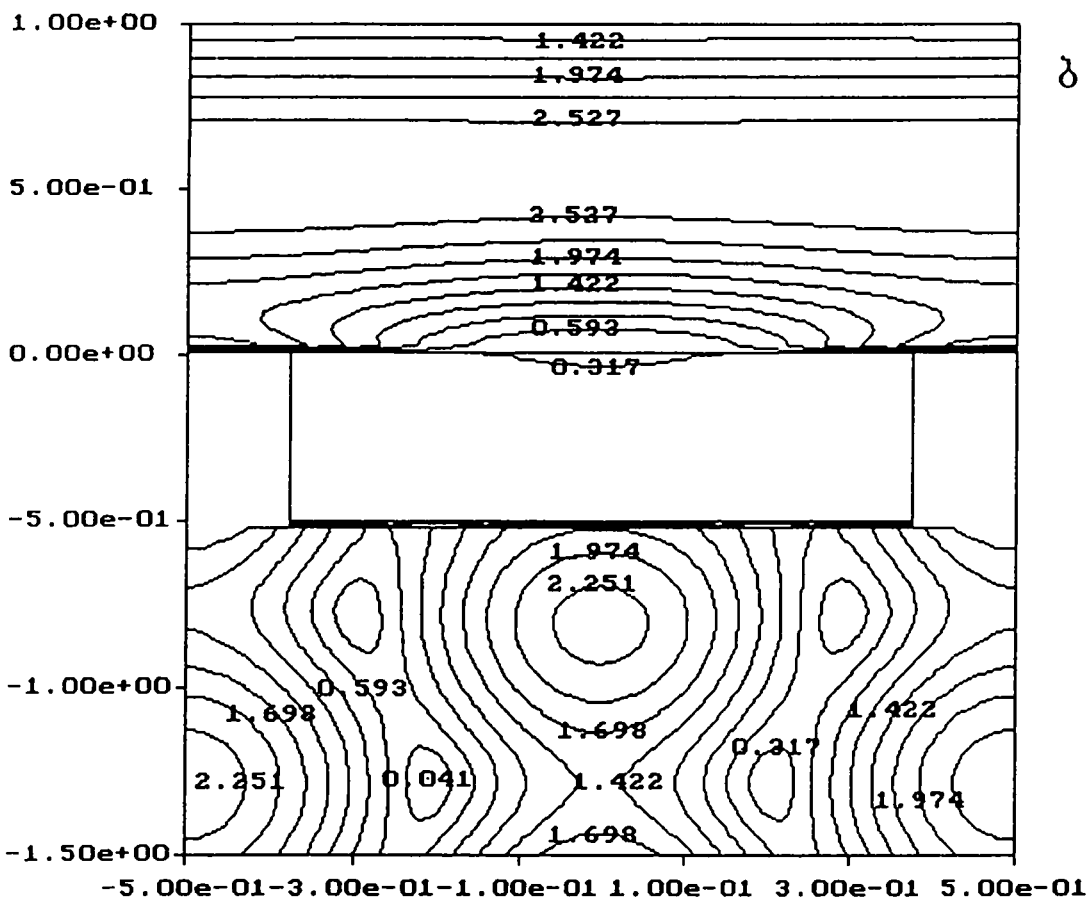
ნახ.1.21. გაბნეული ველის ჰარმონიკების ამპლიტუდების მოდულის დამოკიდებულება რეზონატორების სიღრმეზე „სრიალის“ წერტილის მახლობლად



ნახ.1.22. გაბნეული ველის ჰარმონიკების ამპლიტუდების მოდულის დამოკიდებულება რეზონატორების განივ ზომებზე „სრიალის“ წერტილის მახლობლად

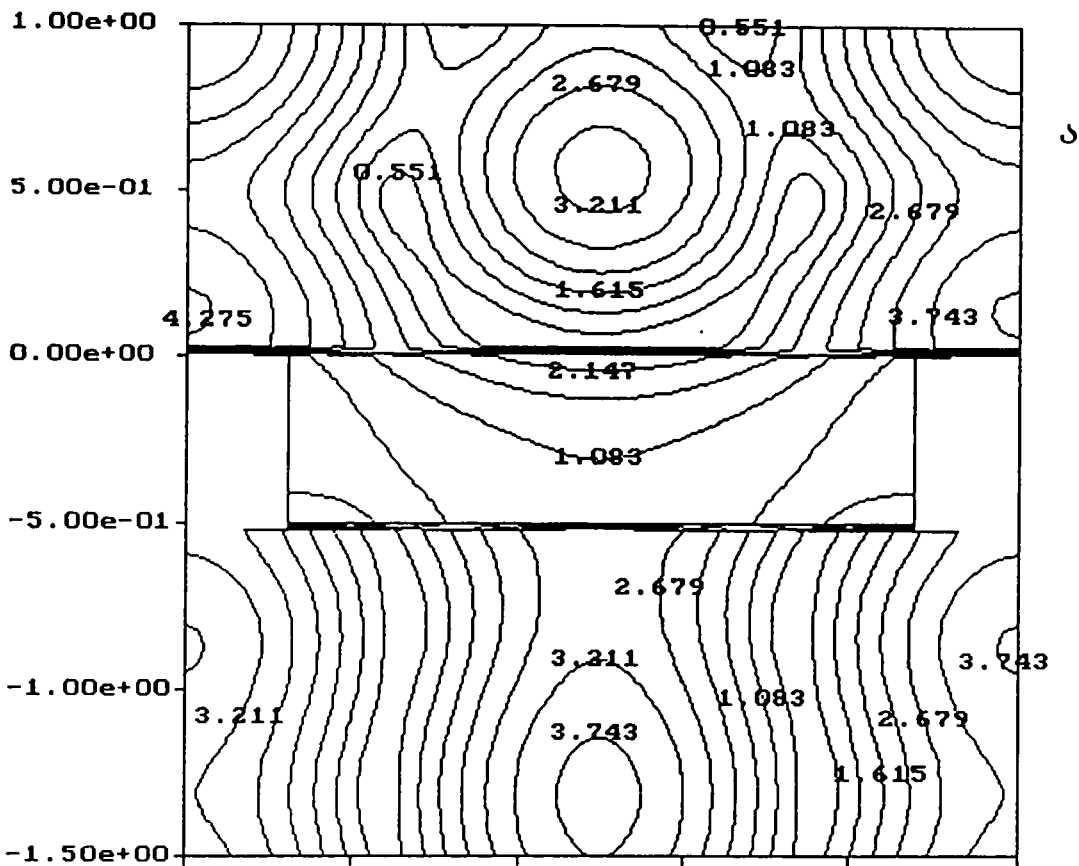


ა

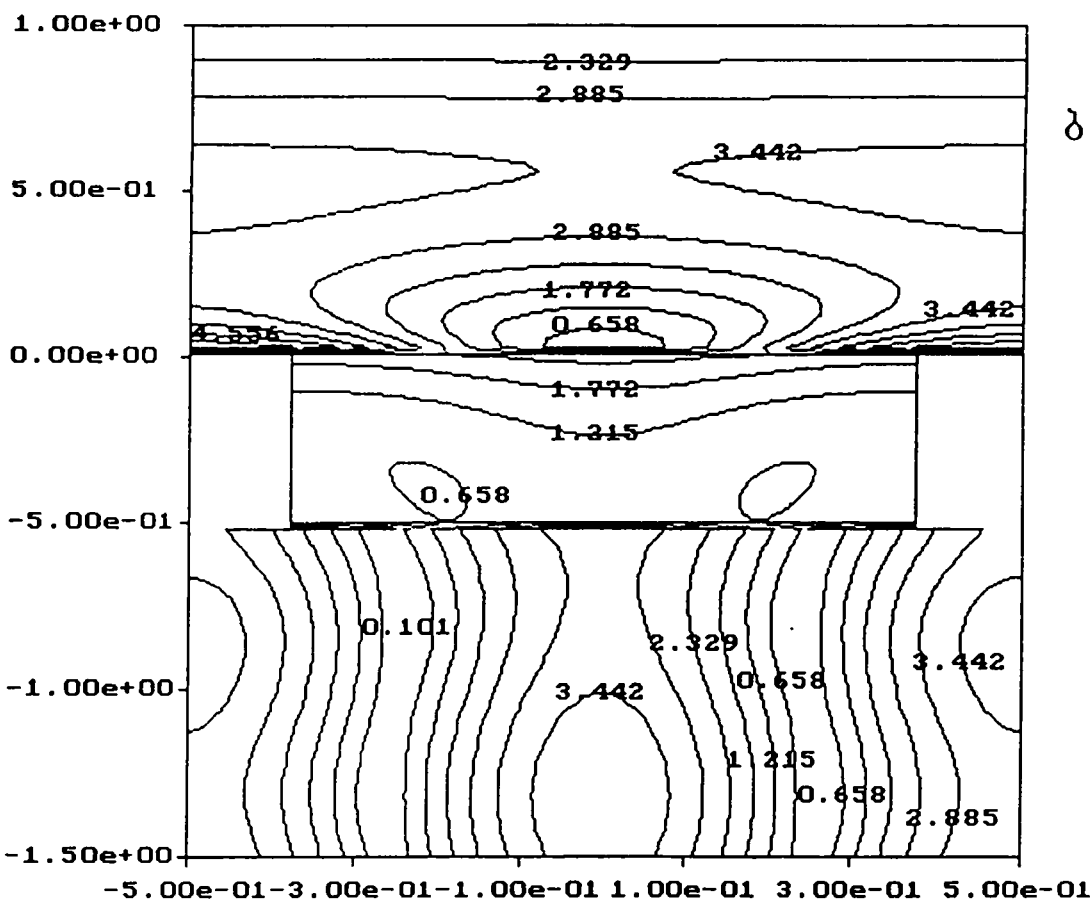


ბ

ნახ.1.23. მაგნიტური ველის დაძაბულობის ამპლიტუდის იზოხაზები
 პორიზონტალურ (ა) და ვერტიკალურ (ბ) ჭრილებში, „სრიალის“,
 წერტილის მახლობლად
 ($\chi=1,0001$; $\delta=0,5\chi$; $\theta=0,85$; $\epsilon_r=1$; $\varphi=0^0$; $\psi=90^0$)

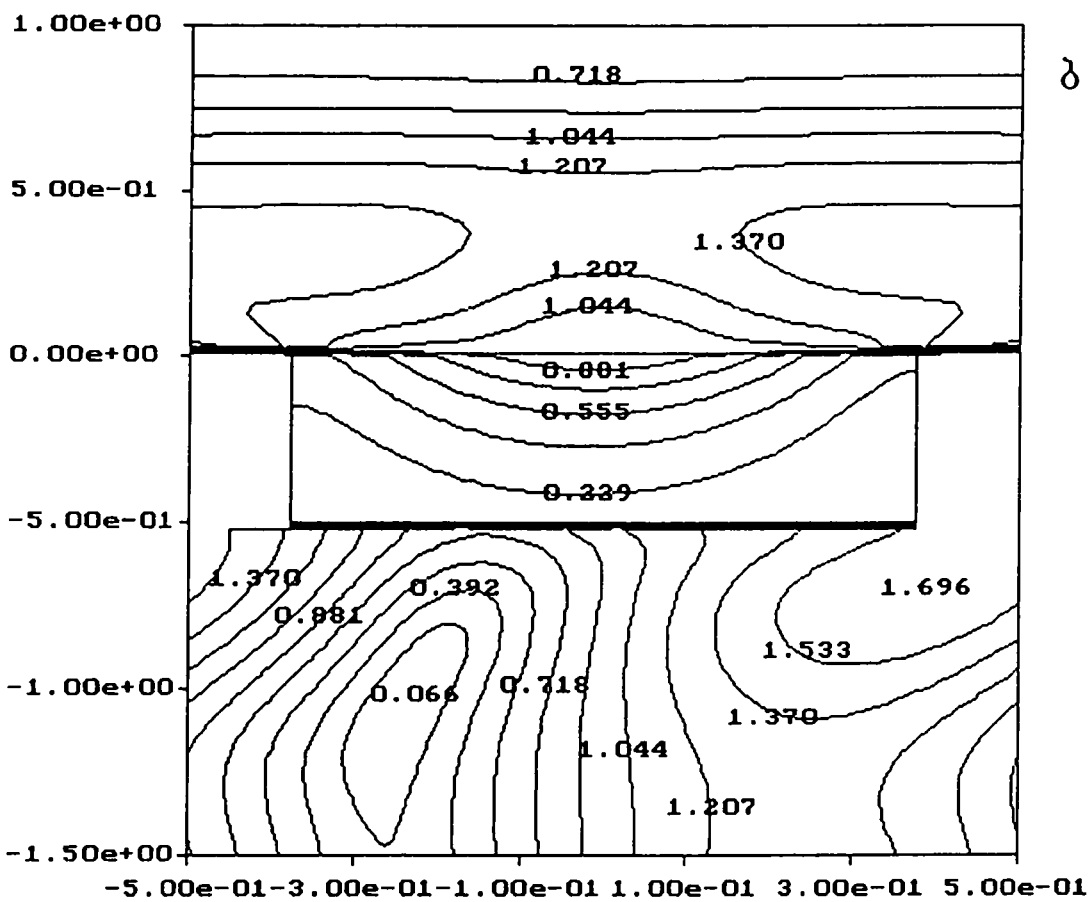
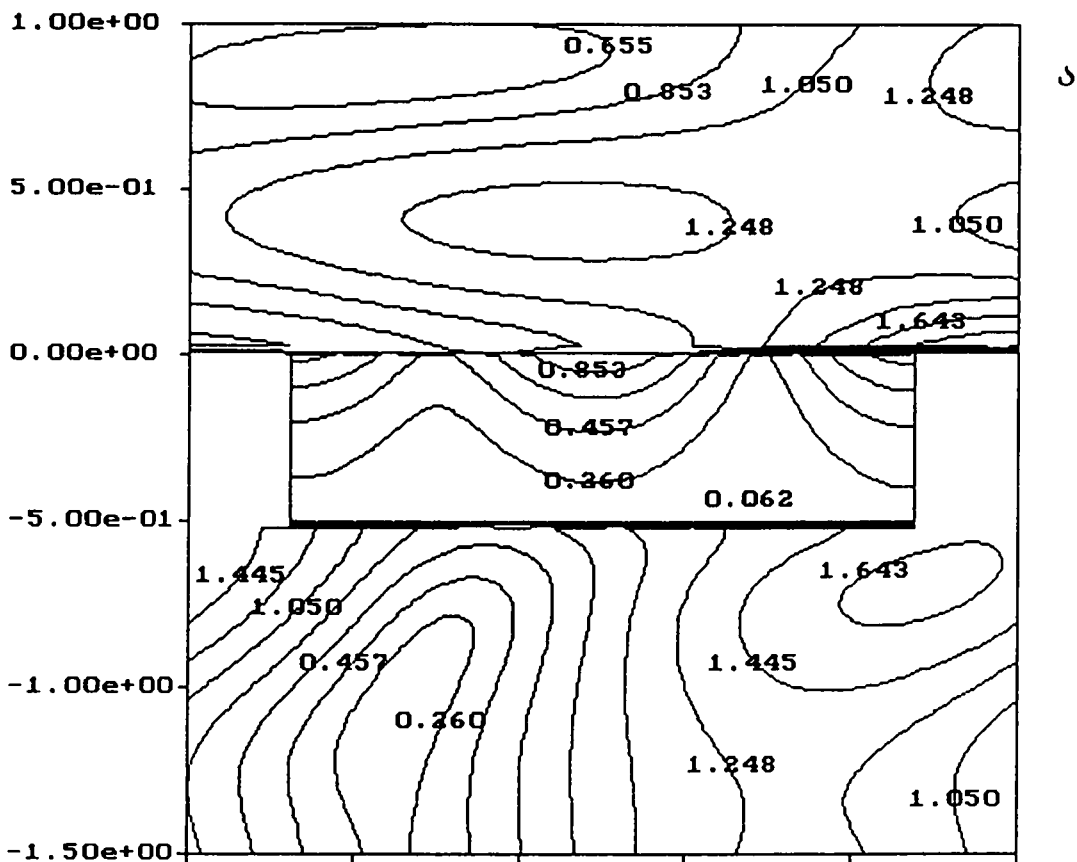


ა



ბ

ნახ.1.24 მაგნიტური ველის დაძაბულობის ამპლიტუდის იზონაზები
 კორიზონტალურ (ა) და ვერტიკალურ (ბ) ჭრილებში, ,,სრიალის,,
 წერტილის მახლობლად
 ($\chi=1,0001$; $\delta=0,5\chi$; $\theta=0,85$; $\epsilon_r=2,5$; $\varphi=0^0$; $\psi=90^0$)



ნახ.1.25 მაგნიტური ველის დაძაბულობის ამპლიტუდის იზოხაზები
 კორიზონტალურ (ა) და ვერტიკალურ (ბ) ჭრილებში, „სრიალის“,
 წერტილის მახლობლად
 ($\chi=1,0001$; $\delta=0,5\chi$; $\theta=0,85$; $\epsilon_r=1$; $\varphi=30^0$; $\psi=90^0$)

თავი 2

ბრტყელი ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქცია
წრიული კვეთის ხვრელების მქონე სასრული სისქის მეტალურ ეკრანზე

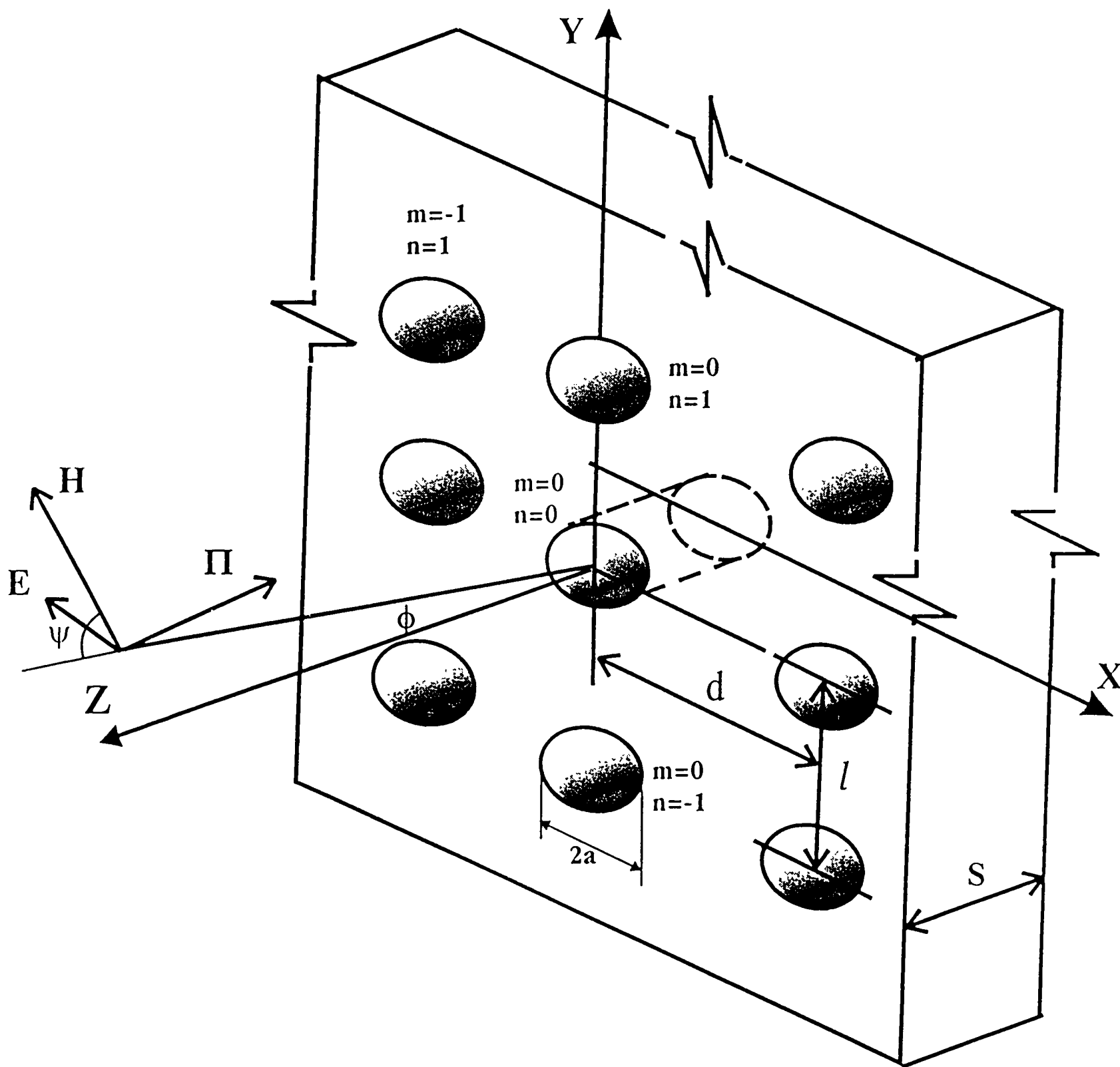
§ 2.1 ამოცანის დასმა

განვიხილოთ იდეალური გამტარებლობის და სასრული სისქის მქონე უსასრულო განივი ზომების მეტალური ეკრანი, რომელშიც X და Y ღერძების გასწვრივ d და l პერიოდით განლაგებულია a რადიუსის წრიული განივკვეთის ხვრელები (ნახ.2.1). ისინი შეგვიძლია განვიხილოთ როგორც ტალღამტარის მონაკვეთები, რომლებიც შევსებულია ϵ_1 ($\text{Im}\epsilon_1=0$) აბსოლუტური დიელექტრიკული შეღწევადობის მქონე ნივთიერებით და გადანომრილია m და n ინდექსებით.

დავუშვათ, მთელი ეს სისტემა მოთავსებულია ϵ , μ აბსოლიტური შეღწევადობების მქონე თავისუფალ გარემოში და $z>0$ მიმართულებიდან ეცემა ბრტყელი ელექტრომაგნიტური ტალღა, რომლის კომპონენტებსაც აქვთ იგივე სახე რაც წინა თავში:

$$\begin{cases} H_{x0} = -\frac{\alpha_1 \alpha_2}{\sqrt{1-\alpha_2^2}} e^{i\beta(x,y,z)}, & E_{x0} = W \frac{\alpha_3}{\sqrt{1-\alpha_2^2}} e^{i\beta(x,y,z)}, \\ H_{y0} = \sqrt{1-\alpha_2^2} e^{i\beta(x,y,z)}, & E_{y0} = 0, \\ H_{z0} = -\frac{\alpha_2 \alpha_3}{\sqrt{1-\alpha_2^2}} e^{i\beta(x,y,z)}, & E_{z0} = -W \frac{\alpha_1}{\sqrt{1-\alpha_2^2}} e^{i\beta(x,y,z)}. \end{cases} \quad (2.1)$$

მესერზე დიფრაგირებული ველის განსაზღვრისათვის კვლავ მივმართოთ ცალკეულ არეთა მეთოდს და ეკრანის წინ და უკან ველი წარმოვადგინოთ (1.5)-(1.8) ფორმულების სახით, ხოლო ველი წრიული ტალღამტარების მონაკვეთების შიგნით გამოვსახოთ მოცემული არის საკუთარი ფუნქციების მწკრივით. ისევე როგორც ქართკუთხა ტალღამტარებში, წრიული განივკვეთის ხვრელებშიც შეიძლება არსებობდეს უსასრულო რაოდენობა E და H ტიპის ტალღებისა.



ნახ.2.1. დიფრაქციული ეკრანი წრიული კვეთის სვრელებით

თავდაპირველად, ჩავწეროთ ამ არეში ველის გასწვრივი მდგენელები [83]:

$$\begin{cases} E_{z2} = \xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \tilde{G}_{pq}^+(z) J_p(\tilde{k}_{pq} r) Q_e(p\alpha), \\ H_{z2} = \xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} G_{pq}^+(z) J_p(k_{pq} r) Q_h(p\alpha), \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\left(|x - md| < \frac{a}{2}; |y - nl| < \frac{b}{2}; 0 \geq z \geq -S \right).$$

სადაც $J_p(z)$ - ბესელის p რიგის ფუნქციაა, $\tilde{k}_{pq} = \frac{\tilde{\beta}_{pq}}{a}$, $k_{pq} = \frac{\beta_{pq}}{a}$ - რადიალური

ტალღური რიცხვებია, $\tilde{\beta}_{pq}$ და β_{pq} კი წარმოადგენენ $J_p(\tilde{k}_{pq} r) = 0$ და $J'_p(k_{pq} r) = 0$

(შტრიხი ფუნქციის არგუმენტით წარმოებულს აღნიშნავს) განტოლებების ფესვებს

როცა $r=a$; $Q_{e,h}(p\alpha) = \frac{\cos p\alpha}{\sin p\alpha} = \frac{e^{-ip\alpha}}{e^{ip\alpha}}$ - ტალღამტარული E და H ტიპის ტალღების

კუთხური დამოკიდებულებაა (იგულისხმება სვეტში არსებული ნებისმიერი წრფივი კომბინაცია) და მათი შერჩევა ნებისმიერად არის შესაძლებელი,

$$\begin{cases} G_{pq}^+(z) = X_{pq} \exp(\gamma_{pq} z) + Y_{pq} \exp(-\gamma_{pq} z), \\ \tilde{G}_{pq}^+(z) = \tilde{X}_{pq} \exp(\tilde{\gamma}_{pq} z) + \tilde{Y}_{pq} \exp(-\tilde{\gamma}_{pq} z). \end{cases} \quad (2.3)$$

\tilde{X}_{pq} , \tilde{Y}_{pq} , X_{pq} , Y_{pq} -ხვრელის ბოლოებზე ტალღის არეკვლის

კოეფიციენტებია; $\tilde{\gamma}_{pq} = \tilde{\gamma} = \sqrt{\tilde{k}_{pq}^2 - k_1^2}$, $\gamma_{pq} = \gamma = \sqrt{k_{pq}^2 - k_1^2}$ -შესაბამისად E და H

ტიპის ტალღის გავრცელების მუდმივებია ტალღამტარის მონაკვეთებში; $k_1^2 = k^2 \epsilon_r$;

k_1 - ტალღური რიცხვია დიელექტრიკის შიგნით, ϵ_r -ხვრელებში არსებული

ნივთიერების ფარდობითი დიელექტრიკული შეღწევადობაა, ხოლო

$\xi_{mn} = \exp[ik(\alpha_1 md + \alpha_2 nl)]$ - ფაზური წანაცვლება.

ამის შემდგომ დავაკავშიროთ ველის განივი მდგენელები (2.2) ფორმულით

გამოსახულ გასწვრივ კომპონენტებთან [83]:

$$\left\{ \begin{aligned} E_r &= -\frac{1}{k_c^2} \left(\gamma \frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{i\omega\mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right), \\ E_\varphi &= -\frac{1}{k_c^2} \left(\frac{\gamma}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} + i\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right), \\ H_r &= -\frac{1}{k_c^2} \left(\frac{i\omega\varepsilon_1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} + \gamma \frac{\partial H_z}{\partial r} \right), \\ H_\varphi &= -\frac{1}{k_c^2} \left(-i\omega\varepsilon_1 \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\gamma}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right). \end{aligned} \right. \quad (2.4)$$

(ეს გამოსახულებები სამართლიანია $e^{-\gamma z}$ ის შემთხვევაში. თუკი გვაქვს დამოკიდებულება $e^{\gamma z}$, მაშინ (2.4) – ში γ უნდა შევცვალოთ $-\gamma$ -თი) შედეგად მივიღებთ:

E ტიპის ტალღებისათვის ($E_z \neq 0, H_z = 0$)

$$\left\{ \begin{aligned} E_{r2}^e &= -\xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{\tilde{\gamma}}{\tilde{k}_{pq}} \tilde{G}_{pq}^-(z) J'_p(\tilde{k}_{pq} r) Q_e(p\varphi), \\ E_{\varphi 2}^e &= -\xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{\tilde{\gamma} p}{\tilde{k}_{pq}^2 r} \tilde{G}_{pq}^-(z) J_p(\tilde{k}_{pq} r) Q'_e(p\varphi), \\ H_{r2}^e &= -\xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{i\omega\varepsilon_1 p}{\tilde{k}_{pq}^2 r} \tilde{G}_{pq}^+(z) J_p(\tilde{k}_{pq} r) Q'_e(p\varphi), \\ H_{\varphi 2}^e &= \xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{i\omega\varepsilon_1}{\tilde{k}_{pq}} \tilde{G}_{pq}^+(z) J'_p(\tilde{k}_{pq} r) Q_e(p\varphi). \end{aligned} \right. \quad (2.5)$$

სადაც $\tilde{G}_{pq}^-(z) = \tilde{X}_{pq} \exp(\gamma_{pq} z) - \tilde{Y}_{pq} \exp(-\gamma_{pq} z)$.

H ტიპის ტალღებისათვის ($E_z=0, H_z \neq 0$)

$$\left\{ \begin{aligned} E_{r2}^h &= \xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{i\omega\mu p}{k_{pq}^2 r} G_{pq}^+(z) J_p(k_{pq} r) Q'_h(p\varphi), \\ E_{\varphi 2}^h &= -\xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{i\omega\mu}{k_{pq}} G_{pq}^+(z) J'_p(k_{pq} r) Q_h(p\varphi), \\ H_{r2}^h &= -\xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{\gamma}{k_{pq}} G_{pq}^-(z) J'_p(k_{pq} r) Q_h(p\varphi), \\ H_{\varphi 2}^h &= -\xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{\gamma p}{k_{pq}^2 r} G_{pq}^-(z) J_p(k_{pq} r) Q'_h(p\varphi). \end{aligned} \right. \quad (2.6)$$

$$აქ \quad G_{pq}^-(z) = X_{pq} \exp(\gamma_{pq} z) - Y_{pq} \exp(-\gamma_{pq} z).$$

გამოვიყენოთ ბესელის ფუნქციებისათვის რეკურენტული თანაფარდობები:

$$\left\{ \begin{aligned} J'_p &= (1/2)[J_{p-1}(z) - J_{p+1}(z)], \\ J_p &= (z/2p)[J_{p-1}(z) + J_{p+1}(z)], \end{aligned} \right. \quad (2.7)$$

და გადავიღეთ ცილინდრული კოორდინატებიდან დეკარტეს მართკუთხა კოორდინატებზე შემდეგი ფორმულების დახმარებით:

$$\left\{ \begin{aligned} U_x &= U_r \cos \varphi - U_\varphi \sin \varphi, \\ U_y &= U_r \sin \varphi + U_\varphi \cos \varphi, \end{aligned} \right. \quad U = \begin{Bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{Bmatrix}, \quad (2.8) \quad \text{მივიღებთ:}$$

$$\left\{ \begin{aligned} E_{x2}^e &= -\xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{\tilde{\gamma}}{2\tilde{k}_{pq}} \tilde{G}_{pq}^- \tilde{\Omega}_{pq}^e \\ E_{y2}^e &= -\xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{\tilde{\gamma}}{2\tilde{k}_{pq}} \tilde{G}_{pq}^- \tilde{\Omega}_{pq}^e \\ H_{x2}^e &= -\xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{i\omega\epsilon_1}{2\tilde{k}_{pq}} \tilde{G}_{pq}^+ \tilde{\Omega}_{pq}^e \\ H_{y2}^e &= \xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{i\omega\epsilon_1}{2\tilde{k}_{pq}} \tilde{G}_{pq}^+ \tilde{\Omega}_{pq}^e \end{aligned} \right. \quad (2.9)$$

$$\left\{ \begin{aligned} E_{x2}^h &= -\xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{i\omega\mu}{2k_{pq}} \tilde{G}_{pq}^+ \tilde{\Omega}_{pq}^h \\ E_{y2}^h &= -\xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{i\omega\mu}{2k_{pq}} G_{pq}^+ \Omega_{pq}^h \\ H_{x2}^h &= -\xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{\gamma}{2k_{pq}} G_{pq}^- \Omega_{pq}^h \\ H_{y2}^h &= \xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{\gamma}{2k_{pq}} G_{pq}^- \tilde{\Omega}_{pq}^h \end{aligned} \right. \quad (2.10)$$

სადაც:

$$\begin{cases} \Omega_{pq}^{e,h} = J_{p-1} \left(\begin{matrix} \tilde{\mathbf{k}}_{pq} \\ \mathbf{k}_{pq} \end{matrix} \right) \mathbf{r} \mathbf{Q}_{e,h} [(p-1)\varphi] - J_{p+1} \left(\begin{matrix} \tilde{\mathbf{k}}_{pq} \\ \mathbf{k}_{pq} \end{matrix} \right) \mathbf{r} \mathbf{Q}_{e,h} [(p+1)\varphi], \\ \tilde{\Omega}_{pq}^{e,h} = J_{p-1} \left(\begin{matrix} \tilde{\mathbf{k}}_{pq} \\ \mathbf{k}_{pq} \end{matrix} \right) \mathbf{r} \mathbf{Q}'_{e,h} [(p-1)\varphi] + J_{p+1} \left(\begin{matrix} \tilde{\mathbf{k}}_{pq} \\ \mathbf{k}_{pq} \end{matrix} \right) \mathbf{r} \mathbf{Q}'_{e,h} [(p+1)\varphi]. \end{cases}$$

(2.11) საბოლოოდ სრული ველი შეიძლება წარმოვადგინოთ \mathbf{E} და \mathbf{H} ტიპის ტალღების სუპერპოზიციის საშუალებით:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{E}} = \bar{\mathbf{E}}^e + \bar{\mathbf{E}}^h \\ \bar{\mathbf{H}} = \bar{\mathbf{H}}^e + \bar{\mathbf{H}}^h \end{cases} \quad (2.12)$$

§ 2. 2. ამოცანის ფუქციონალურ და ალგებრულ განტოლებათა სისტემები

წინა თავის შესაბამისი პარაგრაფის მსგავსად, თავისუფალ გარემოში ველის გასწვრივი მდგენელების უცნობი კოეფიციენტებისათვის გვექნება:

$$\begin{cases} \mathbf{C}_{mn} = -(\mathbf{h}_n \mathbf{A}_{mn} + \mathbf{h}_m \mathbf{B}_{mn}) / \mathbf{h}_{mn}, \\ \tilde{\mathbf{C}}_{mn} = (\mathbf{h}_n \tilde{\mathbf{A}}_{mn} + \mathbf{h}_m \tilde{\mathbf{B}}_{mn}) / \mathbf{h}_{mn}. \end{cases} \quad (2.13)$$

დავაკმაყოფილოთ ამოცანის სასაზღვრო პირობები $\bar{\mathbf{E}}$ -ის მდგენელებისათვის ეკრანის შემომსაზღვრელ ზედაპირებზე ($\mathbf{z}=0$; $\mathbf{z}=-\mathbf{S}$).

$$\begin{cases} \left. \begin{matrix} \mathbf{E}_{x1} = 0 \\ \mathbf{E}_{y1} = 0 \end{matrix} \right|_{\mathbf{z}=0} & \left. \begin{matrix} \mathbf{E}_{x1} = \mathbf{E}_{x2}, \\ \mathbf{E}_{y1} = \mathbf{E}_{y2} \end{matrix} \right|_{\mathbf{z}=0} \\ \left. \begin{matrix} \mathbf{E}_{x3} = 0 \\ \mathbf{E}_{y3} = 0 \end{matrix} \right|_{\mathbf{z}=-\mathbf{S}} & \left. \begin{matrix} \mathbf{E}_{x3} = \mathbf{E}_{x2} \\ \mathbf{E}_{y3} = \mathbf{E}_{y2} \end{matrix} \right|_{\mathbf{z}=-\mathbf{S}} \end{cases} \quad (2.14)$$

(მეტალზე) (ხვრელებზე)

გამოვიყენოთ (2.13) თანაფარდობა და ჩავწეროთ (2.14) პირობები ცხადი სახით. მივიღებთ ფუნქციონალურ განტოლებათა სისტემებს უცნობი კოეფიციენტების მიმართ.

$$\begin{cases} f_1(x, y) + \sum_{m, n=-\infty}^{\infty} (M_{mn}^{(1)} A_{mn} + N_{mn} B_{mn}) \exp \psi_{mn}^{(o)} = 0, \\ f_1(x, y) + \sum_{m, n=-\infty}^{\infty} (M_{mn}^{(1)} A_{mn} + N_{mn} B_{mn}) \exp \psi_{mn}^{(o)} = \omega \varepsilon \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \rho_{pq}^{(1)}. \end{cases} \quad (2.15)$$

(z=0)

$$\begin{cases} \sum_{m, n=-\infty}^{\infty} (N_{mn} A_{mn} + M_{mn}^{(2)} B_{mn}) \exp \psi_{mn}^{(o)} = 0, \\ \sum_{m, n=-\infty}^{\infty} (N_{mn} A_{mn} + M_{mn}^{(2)} B_{mn}) \exp \psi_{mn}^{(o)} = -\omega \varepsilon \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \rho_{pq}^{(2)}. \end{cases} \quad (2.16)$$

(z=0)

$$\begin{cases} \sum_{m, n=-\infty}^{\infty} (M_{mn}^{(1)} \tilde{A}_{mn} + N_{mn} \tilde{B}_{mn}) \exp \varphi_{mn}^{(s)} = 0, \\ \sum_{m, n=-\infty}^{\infty} (M_{mn}^{(1)} \tilde{A}_{mn} + N_{mn} \tilde{B}_{mn}) \exp \varphi_{mn}^{(s)} = -\omega \varepsilon \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \rho_{pq}^{(3)}. \end{cases} \quad (2.17)$$

(z=-S)

$$\begin{cases} \sum_{m, n=-\infty}^{\infty} (N_{mn} \tilde{A}_{mn} + M_{mn}^{(2)} \tilde{B}_{mn}) \exp \varphi_{mn}^{(s)} = 0, \\ \sum_{m, n=-\infty}^{\infty} (N_{mn} \tilde{A}_{mn} + M_{mn}^{(2)} \tilde{B}_{mn}) \exp \varphi_{mn}^{(s)} = \omega \varepsilon \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \rho_{pq}^{(4)}, \end{cases} \quad (2.18)$$

(z=-S)

სადაც $M_{mn}^{(1)} = \frac{1}{h_{mn}} (h_{mn}^2 + h_n^2)$, $M_{mn}^{(2)} = \frac{1}{h_{mn}} (h_{mn}^2 + h_m^2)$, $N_{mn} = \frac{h_m h_n}{h_{mn}}$,

$$\psi_{mn}^{(o)} = \varphi_{mn}^{(s)} = i(h_m x + h_n y) = ij_{mn} r \cos(\varphi - \alpha_{mn}),$$

$$\cos \alpha_{mn} = h_m / j_{mn}, \quad \sin \alpha_{mn} = h_n / j_{mn}, \quad j_{mn} = \sqrt{h_m^2 + h_n^2} = \sqrt{k^2 - h_{mn}^2}$$

$$f_1(x, y) = \frac{k\alpha_3}{\sqrt{1-\alpha_2^2}} \exp[ik(\alpha_1 x + \alpha_2 y)],$$

$$\left\{ \begin{aligned} \rho_{pq}^{(1)} &= \frac{\tilde{\gamma}}{2\tilde{k}_{pq}} \Omega_{pq}^e \tilde{G}_{pq}^-(0) + \frac{i\omega\mu}{2k_{pq}} \tilde{\Omega}_{pq}^h G_{pq}^+(0), \\ \rho_{pq}^{(2)} &= -\frac{\tilde{\gamma}}{2\tilde{k}_{pq}} \tilde{\Omega}_{pq}^e \tilde{G}_{pq}^-(0) - \frac{i\omega\mu}{2k_{pq}} \Omega_{pq}^h G_{pq}^+(0), \\ \rho_{pq}^{(3)} &= -\frac{\tilde{\gamma}}{2\tilde{k}_{pq}} \Omega_{pq}^e \tilde{G}_{pq}^-(-S) + \frac{i\omega\mu}{2k_{pq}} \tilde{\Omega}_{pq}^h G_{pq}^+(-S), \\ \rho_{pq}^{(4)} &= -\frac{\tilde{\gamma}}{2\tilde{k}_{pq}} \tilde{\Omega}_{pq}^e \tilde{G}_{pq}^-(-S) - \frac{i\omega\mu}{2k_{pq}} \Omega_{pq}^h G_{pq}^+(-S). \end{aligned} \right. \quad (2.19)$$

გადავიდეთ ახალ უცნობებზე, რომლებიც განისაზღვრებიან შემდეგი სახით :

$$Z_{mn}^\pm = A_{mn} \pm \tilde{A}_{mn} + \sqrt{1-\alpha_2^2} \delta_{m0} \delta_{n0}, \quad t_{mn}^\pm = B_{mn} \pm \tilde{B}_{mn} - \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\sqrt{1-\alpha_2^2}} \delta_{m0} \delta_{n0}$$

ამისათვის შევკრიბოთ და გამოვაკლოთ ჯერ (2.15) და (2.17), შემდეგ კი (2.16) და (2.18) გამოსახულებების შესაბამისი განტოლებები. მაშინ მივიღებთ ახალ ფუნქციონალურ განტოლებათა სისტემებს Z_{mn}^\pm და t_{mn}^\pm კოეფიციენტებისათვის:

$$\left\{ \begin{aligned} 2f_1(x, y) + \sum_{m, n=-\infty}^{\infty} (M_{mn}^{(1)} Z_{mn}^\pm + N_{mn} t_{mn}^\pm) \exp \psi_{mn}^{(0)} &= \begin{cases} 0 \\ \omega \epsilon \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \tilde{\rho}_{pq}^{(1)}, \end{cases} \\ \sum_{m, n=-\infty}^{\infty} (N_{mn} Z_{mn}^\pm + M_{mn}^{(2)} t_{mn}^\pm) \exp \psi_{mn}^{(0)} &= \begin{cases} 0 \\ -\omega \epsilon \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \tilde{\rho}_{pq}^{(2)}, \end{cases} \end{aligned} \right. \quad (2.20)$$

$$\tilde{\rho}_{pq}^{(1)} = -\frac{\tilde{\gamma}}{2\tilde{k}_{pq}} \Omega_{pq}^e \begin{Bmatrix} -\operatorname{sh} \frac{\tilde{\gamma}S}{2} \\ +\operatorname{sh} \frac{\tilde{\gamma}S}{2} \end{Bmatrix} \tilde{G}_{pq}^\pm(S/2) + \frac{i\omega\mu}{2k_{pq}} \tilde{\Omega}_{pq}^h \begin{Bmatrix} -\operatorname{sh} \frac{\gamma S}{2} \\ +\operatorname{sh} \frac{\gamma S}{2} \end{Bmatrix} G_{pq}^\mp(S/2), \quad (2.21)$$

$$\tilde{\rho}_{pq}^{(2)} = -\frac{\tilde{\gamma}}{2\tilde{k}_{pq}} \tilde{\Omega}_{pq}^e \begin{Bmatrix} -\operatorname{sh} \frac{\tilde{\gamma}S}{2} \\ +\operatorname{sh} \frac{\tilde{\gamma}S}{2} \end{Bmatrix} \tilde{G}_{pq}^{\pm}(S/2) - \frac{i\omega\mu}{2k_{pq}} \Omega_{pq}^h \begin{Bmatrix} -\operatorname{sh} \frac{\gamma S}{2} \\ +\operatorname{sh} \frac{\gamma S}{2} \end{Bmatrix} G_{pq}^{\mp}(S/2), \quad (2.21a)$$

გარდავქმნათ მოცემული ფუნქციონალური განტოლებების სისტემები უსასრულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემებად. ამისათვის გავამრავლოთ (2.20)

$\{\exp(\Psi_{m'n'}^{(0)})\}$ ფუნქციათა სიმრავლეზე და ვაინტეგრით $[-a/2, a/2]$ და $[-b/2, b/2]$

შუალედებში. შედეგად მივიღებთ:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{\nu\mu}^{(1)} \mathbf{Z}_{\nu\mu}^{\pm} + \mathbf{N}_{\nu\mu} \mathbf{t}_{\nu\mu}^{\pm} = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \mathbf{R}_{pq}^{(1)\pm} - \frac{2\alpha_3 k}{\sqrt{1-\alpha_2^2}} \delta_{\nu 0} \delta_{\mu 0}, \\ \mathbf{N}_{\nu\mu} \mathbf{Z}_{\nu\mu}^{\pm} + \mathbf{M}_{\nu\mu}^{(2)} \mathbf{t}_{\nu\mu}^{\pm} = -\sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \mathbf{R}_{pq}^{(2)\pm}, \end{cases} \quad (2.22)$$

($\nu=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ $\mu=0, \pm 1, \pm 2, \dots$).

სადაც

$$\mathbf{R}_{pq}^{(1)\pm} = 2\pi\omega\varepsilon i^{-(p-1)} \left(\frac{\tilde{\gamma}}{\tilde{k}_{pq} (j_{\nu\mu}^2 - \tilde{k}_{pq}^2)} \tilde{\Theta}_{\nu\mu}^{pq} + \frac{i\omega\mu}{ak_{pq}^2 (j_{\nu\mu}^2 - k_{pq}^2)} \Theta_{\nu\mu}^{pq} \right), \quad (2.23)$$

$$\mathbf{R}_{pq}^{(2)\pm} = -2\pi\omega\varepsilon i^{-(p-1)} \left(\frac{\tilde{\gamma}}{\tilde{k}_{pq} (j_{\nu\mu}^2 - \tilde{k}_{pq}^2)} \hat{\Theta}_{\nu\mu}^{pq} - \frac{i\omega\mu}{ak_{pq}^2 (j_{\nu\mu}^2 - k_{pq}^2)} \bar{\Theta}_{\nu\mu}^{pq} \right), \quad (2.24)$$

$$\Theta_{\nu\mu}^{pq} = (\mathbf{U}_{pq\nu\mu}^{(1)} - apj_{\nu\mu} \mathbf{U}_{3p\nu\mu}^{(1)}) \mathbf{J}_p(ak_{pq}) \begin{Bmatrix} -\operatorname{sh}(\gamma S/2) \\ +\operatorname{ch}(\gamma S/2) \end{Bmatrix} G_{pq}^{\mp}(S/2),$$

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{pq\nu\mu}^{(1)} = & [p(p-1) - (ak_{pq})^2] \mathbf{J}_{p-1}(aj_{\nu\mu}) \mathbf{Q}'_h[(p-1)\alpha_{\nu\mu}] + [p(p+1) - (ak_{pq})^2] \times \\ & \times \mathbf{J}_{p+1}(aj_{\nu\mu}) \mathbf{Q}'_h[(p+1)\alpha_{\nu\mu}], \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\mathbf{U}_{3p\nu\mu}^{(1)} = \mathbf{J}'_{p-1}(aj_{\nu\mu}) \mathbf{Q}'_h[(p-1)\alpha_{\nu\mu}] - \mathbf{J}'_{p+1}(aj_{\nu\mu}) \mathbf{Q}'_h[(p+1)\alpha_{\nu\mu}], \quad (2.26)$$

$$\tilde{\Theta}_{\nu\mu}^{pq} = (U_{1p\nu\mu}^{(1)} - aj_{\nu\mu} U_{2p\nu\mu}^{(1)}) J_{p+1}(a\tilde{k}_{pq}) \begin{cases} -\text{sh}(\tilde{\gamma}S/2) \\ +\text{ch}(\tilde{\gamma}S/2) \end{cases} G_{pq}^{\pm}(S/2),$$

$$U_{1p\nu\mu}^{(1)} = (p-1)J_{p-1}(aj_{\nu\mu})Q_e[(p-1)\alpha_{\nu\mu}] + (p+1)J_{p+1}(aj_{\nu\mu})Q_e[(p+1)\alpha_{\nu\mu}], \quad (2.27)$$

$$U_{2p\nu\mu}^{(1)} = J'_{p-1}(aj_{\nu\mu})Q_e[(p-1)\alpha_{\nu\mu}] - J'_{p+1}(aj_{\nu\mu})Q_e[(p+1)\alpha_{\nu\mu}], \quad (2.28)$$

$$\bar{\Theta}_{\nu\mu}^{pq} = (U_{pq\nu\mu}^{(2)} - apj_{\nu\mu} U_{3p\nu\mu}^{(2)}) J_p(ak_{pq}) \begin{cases} -\text{sh}(\gamma S/2) \\ +\text{ch}(\gamma S/2) \end{cases} G_{pq}^{\mp}(S/2),$$

$$U_{pq\nu\mu}^{(2)} = [p(p-1) - (ak_{pq})^2] J_{p-1}(aj_{\nu\mu})Q_h[(p-1)\alpha_{\nu\mu}] - [p(p+1) - (ak_{pq})^2] \times \\ \times J_{p+1}(aj_{\nu\mu})Q_h[(p+1)\alpha_{\nu\mu}], \quad (2.29)$$

$$U_{3p\nu\mu}^{(2)} = J'_{p-1}(aj_{\nu\mu})Q_h[(p-1)\alpha_{\nu\mu}] + J'_{p+1}(aj_{\nu\mu})Q_h[(p+1)\alpha_{\nu\mu}], \quad (2.30)$$

$$\hat{\Theta}_{\nu\mu}^{pq} = (U_{1p\nu\mu}^{(2)} - aj_{\nu\mu} U_{2p\nu\mu}^{(2)}) J_{p+1}(a\tilde{k}_{pq}) \begin{cases} -\text{sh}(\tilde{\gamma}S/2) \\ +\text{ch}(\tilde{\gamma}S/2) \end{cases} \tilde{G}_{pq}^{\pm}(S/2),$$

$$U_{1p\nu\mu}^{(2)} = (p-1)J_{p-1}(aj_{\nu\mu})Q'_e[(p-1)\alpha_{\nu\mu}] - (p+1)J_{p+1}(aj_{\nu\mu})Q'_e[(p+1)\alpha_{\nu\mu}], \quad (2.31)$$

$$U_{2p\nu\mu}^{(2)} = J'_{p-1}(aj_{\nu\mu})Q'_e[(p-1)\alpha_{\nu\mu}] + J'_{p+1}(aj_{\nu\mu})Q'_e[(p+1)\alpha_{\nu\mu}], \quad (2.32)$$

მაშასადამე $R_{pq}^{(1)\pm}$ და $R_{pq}^{(2)\pm}$ ერთმანეთში გადადიან თუკი გამოვიყენებთ ცვლილებებს:

$$\begin{aligned} Q_e[(p\pm 1)\alpha_{\nu\mu}] &\Leftrightarrow \pm Q'_e[(p\pm 1)\alpha_{\nu\mu}], \\ Q_h[(p\pm 1)\alpha_{\nu\mu}] &\Leftrightarrow \mp Q'_h[(p\pm 1)\alpha_{\nu\mu}]. \end{aligned} \quad (2.33)$$

გამოვიყენოთ სასაზღვრო პირობები მაგნიტური ველის მდგენელებისათვის ცილინდრულ კოორდინატებში:

$$\left. \begin{aligned} H_{r1} &= H_{r2} \\ H_{\phi 1} &= H_{\phi 2} \end{aligned} \right|_{z=0} \quad \left. \begin{aligned} H_{r3} &= H_{r2} \\ H_{\phi 3} &= H_{\phi 2} \end{aligned} \right|_{z=-S} \quad (2.34)$$

როგორც ცნობილია

$$H_r = H_x \cos \varphi + H_y \sin \varphi$$

$$H_\varphi = H_y \cos \varphi - H_x \sin \varphi$$

მაშასადამე სასაზღვრო პირობები ცხადი სახით შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$\left\{ \begin{aligned} \sin \varphi (H_{y_0}^0 + H_{y_1}^0) + \cos \varphi (H_{x_0}^0 + H_{x_1}^0) &= \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \tilde{\rho}_{pq}^{(1)}, \\ \cos \varphi (H_{y_0}^0 + H_{y_1}^0) - \sin \varphi (H_{x_0}^0 + H_{x_1}^0) &= \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \tilde{\rho}_{pq}^{(2)}, \\ \sin \varphi H_{y_3}^0 + \cos \varphi H_{x_3}^0 &= \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \tilde{\rho}_{pq}^{(3)}, \\ \cos \varphi H_{y_3}^0 - \sin \varphi H_{x_3}^0 &= \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \tilde{\rho}_{pq}^{(4)}. \end{aligned} \right. \quad (2.35)$$

$$\left\{ \begin{aligned} H_{y_0}^0 + H_{y_1}^0 &= \sqrt{1 - \alpha_2^2} + \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} A_{mn} \exp \psi_{mn}^{(0)}, \\ H_{y_3}^0 &= \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} \tilde{A}_{mn} \exp \varphi_{mn}^{(s)}, \\ H_{x_0}^0 + H_{x_1}^0 &= -\frac{\alpha_1 \alpha_2}{\sqrt{1 - \alpha_2^2}} + \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} B_{mn} \exp \psi_{mn}^{(0)}, \\ H_{x_3}^0 &= \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} \tilde{B}_{mn} \exp \varphi_{mn}^{(s)}. \end{aligned} \right. \quad (2.36)$$

სადაც

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{pq}^{(1,2)} &= \mp \frac{i\omega \epsilon_1}{2\tilde{k}_{pq}} \left[J_{p-1}(\tilde{k}_{pq} r) \pm J_{p+1}(\tilde{k}_{pq} r) \right] \tilde{G}_{pq}^+(0) \begin{Bmatrix} Q_e'(p\varphi) \\ Q_e(p\varphi) \end{Bmatrix} - \\ &\quad - \frac{\gamma}{2k_{pq}} \left[J_{p-1}(k_{pq} r) \mp J_{p+1}(k_{pq} r) \right] \tilde{G}_{pq}^-(0) \begin{Bmatrix} Q_h(p\varphi) \\ Q_h'(p\varphi) \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{pq}^{(3,4)} = & \mp \frac{i\omega\varepsilon_1}{2\tilde{k}_{pq}} \left[J_{p-1}(\tilde{k}_{pq}r) \pm J_{p+1}(\tilde{k}_{pq}r) \right] \tilde{G}_{pq}^+(S) \begin{Bmatrix} Q'_e(p\varphi) \\ Q_e(p\varphi) \end{Bmatrix} - \\ & - \frac{\gamma}{2k_{pq}} \left[J_{p-1}(k_{pq}r) \mp J_{p+1}(k_{pq}r) \right] G_{pq}^-(S) \begin{Bmatrix} Q_h(p\varphi) \\ Q'_h(p\varphi) \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.38)$$

(I სტრიქონები შეესაბამება პირველ ინდექსებს, ხოლო II კი მეორეებს)

საბოლოოდ შევკრიბოთ და გამოვაკლოთ ჯერ (2.35) სისტემის I და III, შემდეგ კი II და IV განტოლებები, მაშინ მივიღებთ ფუნქციონალურ განტოლებათა სისტემების კიდევ ერთ წყვილს:

$$\begin{cases} \sin \varphi \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} Z_{mn}^{\pm} \exp \psi_{mn}^{(0)} + \cos \varphi \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} t_{mn}^{\pm} \exp \psi_{mn}^{(0)} = \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \Phi_{pq}^{(1)}, \\ \cos \varphi \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} Z_{mn}^{\pm} \exp \psi_{mn}^{(0)} - \sin \varphi \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} t_{mn}^{\pm} \exp \psi_{mn}^{(0)} = \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \Phi_{pq}^{(2)}, \end{cases} \quad (2.39)$$

$$\Phi_{pq}^{(1)} = \tilde{\rho}_{pq}^{(1)} \pm \tilde{\rho}_{pq}^{(3)}, \quad \Phi_{pq}^{(2)} = \tilde{\rho}_{pq}^{(2)} \pm \tilde{\rho}_{pq}^{(4)}.$$

განვსაზღვროთ \tilde{X}_{pq} , \tilde{Y}_{pq} , X_{pq} , Y_{pq} უცნობები Z_{mn}^{\pm} და t_{mn}^{\pm} კოეფიციენტების საშუალებით. ამისათვის (2.39) სისტემის I და II განტოლება გავამრავლოთ შესაბამისად ფუნქციებზე $Q'_e(i\varphi)[J_{i-1}(\tilde{k}_{it}r) + J_{i+1}(\tilde{k}_{it}r)]rdrd\varphi$ $Q'_h(i\varphi)[J_{i-1}(k_{it}r) - J_{i+1}(k_{it}r)]rdrd\varphi$ და ავიღოთ ინტეგრალი საზღვრებში $[0,a]$, $[0,2\pi]$.

მივიღებთ:

$$\tilde{G}_{pq}^{\pm}(-S/2) = -\tilde{k}_{pq} F_1^{\pm} / 2i\omega\varepsilon_1 \pi a^2 J_{p+1}^2(\tilde{k}_{pq}a) \begin{Bmatrix} + \operatorname{ch}(\tilde{\gamma}S/2) \\ - \operatorname{sh}(\tilde{\gamma}S/2) \end{Bmatrix}, \quad (2.40)$$

$$G_{pq}^{\mp}(-S/2) = k_{pq} F_2^{\pm} / 2\pi a^2 \gamma J_p^2(k_{pq}a) \left[1 - (p/ak_{pq})^2 \right] \begin{Bmatrix} + \operatorname{ch}(\gamma S/2) \\ - \operatorname{sh}(\gamma S/2) \end{Bmatrix}, \quad (2.41)$$

სადაც

$$F_1^{\pm} = \pi i^{p-1} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (Z_{mn}^{\pm} \lambda_{pmn}^{(1)*} - t_{mn}^{\pm} \lambda_{pmn}^{(2)*}) \cdot \frac{J_{p+1}(\tilde{k}_{pq}a)}{(j_{mn}^2 - \tilde{k}_{pq}^2)}, \quad (2.42)$$

$$F_2^\pm = -\pi i^{p-1} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (Z_{mn}^\pm \lambda_{pqmn}^{(1)*} - t_{mn}^\pm \lambda_{pqmn}^{(2)*}) \cdot \frac{J_p(\mathbf{k}_{pq} \mathbf{a})}{\mathbf{k}_{pq} \mathbf{a} (j_{mn}^2 - k_{pq}^2)}, \quad (2.43)$$

$$\begin{cases} \lambda_{pmn}^{(1,2)} = U_{1pmn}^{(1,2)} - \mathbf{a} j_{mn} U_{2pmn}^{(1,2)}, \\ \lambda_{pqmn}^{(1,2)} = U_{pqmn}^{(1,2)} - \mathbf{p} \mathbf{a} j_{mn} U_{3pmn}^{(1,2)}, \end{cases} \quad (2.44)$$

* ფუნქციის კომპლექსურად შეუღლებულია.

ჩავსვათ (2.40), (2.41) გამოსახულებები (2.23) და (2.28) სიდიდეებში და შემდგომ კი (2.22) განტოლებათა სისტემაში. საბოლოოდ მივიღებთ დასმული ამოცანის შესაბამის უსასრულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემას:

$$\begin{cases} M_{\nu\mu}^{(1)} Z_{\nu\mu}^\pm + N_{\nu\mu} t_{\nu\mu}^\pm + h_\nu \zeta_{\nu\mu} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (D_{1mn}^\pm Z_{mn}^\pm + D_{2mn}^\pm t_{mn}^\pm) = V_{\nu\mu}, \\ N_{\nu\mu} Z_{\nu\mu}^\pm + M_{\nu\mu}^{(2)} t_{\nu\mu}^\pm + h_\mu \zeta_{\nu\mu} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (D_{3mn}^\pm Z_{mn}^\pm + D_{4mn}^\pm t_{mn}^\pm) = 0, \end{cases} \quad (2.45)$$

$$(\nu=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \mu=0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

სადაც

$$D_{1,2mn}^\pm = \pm \frac{\pi i}{\epsilon_r \mathbf{a}^2} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \left(\frac{\tilde{\gamma}}{(j_{\nu\mu}^2 - \tilde{k}_{pq}^2)(j_{mn}^2 - \tilde{k}_{pq}^2)} \lambda_{p\nu\mu}^{(1)} \lambda_{pmn}^{*(1,2)} \left\{ \begin{array}{l} \text{th}(\tilde{\gamma}S/2) \\ \text{cth}(\tilde{\gamma}S/2) \end{array} \right\} + \right. \quad (2.46)$$

$$\left. + \frac{k_l^2}{\gamma(j_{\nu\mu}^2 - k_{pq}^2)(j_{mn}^2 - k_{pq}^2)[(\mathbf{a}k_{pq})^2 - p^2]} \lambda_{pq\nu\mu}^{(1)} \lambda_{pqmn}^{*(1,2)} \left\{ \begin{array}{l} \text{th}(\gamma S/2) \\ \text{cth}(\gamma S/2) \end{array} \right\} \right),$$

$D_{3,4mn}^\pm$ მიიღება $D_{1,2mn}^\pm$ გამოსახულებიდან (2.33) ცვლილების

გათვალისწინებთ, $\zeta_{\nu\mu} = \frac{h_{\nu\mu}}{dl}$, ხოლო დანარჩენი სიდიდეები კი ისეთივე გვექნება,

როგორც (1.29) განტოლებათა სისტემაში.

შემოვიტანოთ უგანზომილებო ცვლადები $\theta_1=2a/d$, $\theta_2=2a/l$, $\chi_1=d/\lambda$, $\chi_2=l/\lambda$, $\delta=S/\lambda$,
 $(\theta_1\chi_1=\theta_2\chi_2)$.

მაშინ მივიღებთ:

$$\begin{cases} \tilde{M}_{\nu\mu}^{(1)} Z_{\nu\mu}^\pm + \tilde{N}_{\nu\mu} t_{\nu\mu}^\pm + H_\nu \tilde{\zeta}_{\nu\mu} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (\tilde{D}_{1mn}^\pm Z_{mn}^\pm + \tilde{D}_{2mn}^\pm t_{mn}^\pm) = \tilde{V}_{\nu\mu}, \\ \tilde{N}_{\nu\mu} Z_{\nu\mu}^\pm + \tilde{M}_{\nu\mu}^{(2)} t_{\nu\mu}^\pm + H_\mu \tilde{\zeta}_{\nu\mu} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (\tilde{D}_{3mn}^\pm Z_{mn}^\pm + \tilde{D}_{4mn}^\pm t_{mn}^\pm) = 0, \end{cases} \quad (2.47)$$

$$(\nu=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \mu=0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

სისტემის მატრიცული ელემენტებისათვის გვაქვს:

$$\tilde{D}_{1,2mn}^\pm = \pm \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \left(\frac{\tilde{\Gamma}}{(\hat{j}_{\nu\mu}^2 - \bar{k}_{pq}^2)(\hat{j}_{mn}^2 - \bar{k}_{pq}^2)} \hat{\lambda}_{p\nu\mu}^{(1)} \hat{\lambda}_{pqn}^{*(1,2)} \begin{Bmatrix} \text{th}(\pi\delta\tilde{\Gamma}) \\ \text{cth}(\pi\delta\tilde{\Gamma}) \end{Bmatrix} + \right. \quad (2.48)$$

$$\left. + \frac{\varepsilon_r}{\Gamma(\hat{j}_{\nu\mu}^2 - \bar{k}_{pq}^2)(\hat{j}_{mn}^2 - \bar{k}_{pq}^2)(\beta_{pq}^2 - p^2)} \hat{\lambda}_{pq\nu\mu}^{(1)} \hat{\lambda}_{pqmn}^{*(1,2)} \begin{Bmatrix} \text{th}(\pi\delta\Gamma) \\ \text{cth}(\pi\delta\Gamma) \end{Bmatrix} \right),$$

$$\begin{cases} \hat{\lambda}_{pqn}^{(1,2)} = \hat{U}_{1pqn}^{(1,2)} - \pi\theta_1\chi_1 \hat{j}_{mn} \hat{U}_{2pqn}^{(1,2)}, \\ \hat{\lambda}_{pqmn}^{(1,2)} = \hat{U}_{pqmn}^{(1,2)} - \pi\theta_1\chi_1 p \hat{j}_{mn} \hat{U}_{3pqn}^{(1,2)}, \end{cases} \quad (2.49)$$

$$\begin{aligned} \hat{U}_{1p\nu\mu}^{(1,2)} &= (p-1) J_{p-1}(\pi\theta_1\chi_1 \hat{j}_{\nu\mu}) \begin{Bmatrix} Q_e[(p-1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q'_e[(p-1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{Bmatrix} \pm \\ &\pm (p+1) J_{p+1}(\pi\theta_1\chi_1 \hat{j}_{\nu\mu}) \begin{Bmatrix} Q_e[(p+1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q'_e[(p+1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{Bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{U}_{2p\nu\mu}^{(1,2)} &= J'_{p-1}(\pi\theta_1\chi_1 \hat{j}_{\nu\mu}) \begin{Bmatrix} Q_e[(p-1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q'_e[(p-1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{Bmatrix} \mp \\ &\mp J'_{p+1}(\pi\theta_1\chi_1 \hat{j}_{\nu\mu}) \begin{Bmatrix} Q_e[(p+1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q'_e[(p+1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{Bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\hat{U}_{pq\nu\mu}^{(1,2)} = [p(p-1) - \beta_{pq}^2] J_{p-1}(\pi\theta_1\chi_1\hat{j}_{\nu\mu}) \left\{ \begin{array}{l} Q'_h[(p-1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q_h[(p-1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{array} \right\} \pm$$

$$\pm [p(p+1) - \beta_{pq}^2] J_{p+1}(\pi\theta_1\chi_1\hat{j}_{\nu\mu}) \left\{ \begin{array}{l} Q'_h[(p+1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q_h[(p+1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{array} \right\},$$

$$\hat{U}_{3pq\nu\mu}^{(1,2)} = J'_{p-1}(\pi\theta_1\chi_1\hat{j}_{\nu\mu}) \left\{ \begin{array}{l} Q'_h[(p-1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q_h[(p-1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{array} \right\} \mp$$

$$\mp J'_{p+1}(\pi\theta_1\chi_1\hat{j}_{\nu\mu}) \left\{ \begin{array}{l} Q'_h[(p+1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q_h[(p+1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{array} \right\},$$

$\tilde{D}_{3,4mn}^\pm$ მიიღება (2.48) გამოსახულებიდან (2.33) - ის გამოყენებით;

$$\tilde{\zeta}_{\nu\mu} = \frac{\pi i H_{\nu\mu} \theta_1 \theta_2}{\epsilon_r}, \quad H_m = \alpha_1 + (m/\chi_1), \quad H_n = \alpha_2 + (n/\chi_2), \quad H_{mn} = \sqrt{1 - H_m^2 - H_n^2},$$

$$\hat{j}_{mn} = \sqrt{H_m^2 + H_n^2}, \quad \hat{\alpha}_{mn} = \text{arctg}(H_n / H_m), \quad \tilde{V}_{\nu\mu} = \frac{2\alpha_3}{\sqrt{1 - \alpha_2^2}} \delta_{\nu 0} \delta_{\mu 0},$$

$$\tilde{\Gamma} = \frac{\tilde{\gamma}}{k} = \sqrt{\bar{k}_{pq}^2 - \epsilon_r}, \quad \Gamma = \frac{\gamma}{k} = \sqrt{\bar{k}_{pq}^2 - \epsilon_r}, \quad \hat{k}_{pq} = \frac{\tilde{k}_{pq}}{k} = \frac{\tilde{\beta}_{pq}}{\pi\theta_1\chi_1}, \quad \bar{k}_{pq} = \frac{k_{pq}}{k} = \frac{\beta_{pq}}{\pi\theta_1\chi_1},$$

$\tilde{M}_{\nu\mu}^{(1,2)}$ და $\tilde{N}_{\nu\mu}$ კი ემთხვევა (1.31) - ში არსებულ სიდიდეებს.

(2,47) განტოლებათა სისტემა საბოლოოდ შეიძლება ასე გადავწეროთ:

$$\begin{cases} Z_{\nu\mu}^\pm + \tilde{\zeta}_{\nu\mu} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (K_{1mn}^\pm Z_{mn}^\pm + K_{2mn}^\pm t_{mn}^\pm) = W_{\nu\mu}^{(1)}, \\ t_{\nu\mu}^\pm + \tilde{\zeta}_{\nu\mu} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (K_{3mn}^\pm Z_{mn}^\pm + K_{4mn}^\pm t_{mn}^\pm) = W_{\nu\mu}^{(2)}, \end{cases} \quad (2.50)$$

$$(\nu=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \mu=0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

სადაც მატრიცული ელემენტებს და თავისუფალ წევრებს გააჩნიათ პირველ თავში აღნიშნული სახე.

§2.3 რიცხვითი შედეგები და მათი ანალიზი

დასმული ამოცანის შედეგების მისაღებად, პირველ რიგში, უნდა აღინიშნოს, რომ თავში მოყვანილი მოსაზრებების გამო ამოცანის შესაბამისი (2,50) განტოლებათა სისტემის მატრიცული ელემენტების კრებადობის საკითხი ეჭვს არ იწვევს, რასაც ადასტურებს რიცხობრივი გამოკვლევა. მათი ყოფაქცევა საშუალებას გვაძლევს ამოვხსნათ იგი რედუქციის მეთოდით.

მიღებული შედეგების ანალიზი ნათლად აჩვენებს, რომ განსახილველ სტრუქტურას სწორკუთხა ხვრელებიან ეკრანთან შედარებით, გააჩნია როგორც მსგავსი, ასევე განსხვავებული თვისებებიც. ზოგადად ამ მსგავსი თვისებებისათვის აღსანიშნავია ერთი თვალშისაცემი კანონზომიერება. კერძოდ, მათი წანაცვლება მაღალსიხშირული არისაკენ. ეს მოვლენა ადვილად შეიძლება აიხსნას, თუკი გავითვალისწინებთ, რომ ეკრანის დიფრაქციული მახასიათებლები დიდად არის დამოკიდებული ხვრელის ტალღამტარულ თვისებებზე და მასში გამრბენი ტალღის არსებობაზე. იდენტური პარამეტრების შემთხვევაში წრიული კვეთის ტალღამტარში ძირითადი ტალღის დაბადების შესაბამისი კრიტიკული სიხშირე უფრო მაღალია, ვიდრე ოთხკუთხაში. შედეგად გარკვეული თვისობრივი ცვლილებები დაიკვირვება შედარებით მაღალსიხშირულ დიაპაზონში.

1. ნახ.2.2-2.5 -ზე მიღებული შედეგები კიდევ ერთხელ ადასტურებს, რომ შევსების კოეფიციენტის (θ) შემცირება იწვევს გასული ველის ინტენსივობის კლებას, თანაც უფრო მეტად, ვიდრე ეს გვქონდა ნახ.1.2-1.6 -ზე. ეს მოვლენა გამოწვეულია ეკრანის მეტალური ნაწილის ფართის ხვედრითი წილის გაზრდით (ტოლი პერიოდების დროს, ერთიდაიგივე θ -ს შემთხვევაში, წრის ფართობი უფრო ნაკლებია, ვიდრე კვადრატისა) და შესაბამისად არეკვლის ხარისხის ზრდით.

ველის გავლის კოეფიციენტის $|T_{00}|$ -ის ეკრანის სისქეზე (δ) დამოკიდებულების ხასიათზე დაკვირვება (ნახ.2.2) და მისი შედარება ნახ.1.2-თან გვაფიქრებინებს, რომ ახლა ხვრელების ტალღამტარული თვისებები ვლინდება შედარებით უფრო მეტი სისქის მქონე ეკრანებისათვის. ასეთ სისქეებზე ეკრანი აბსოლუტურად გაუმჭვირვალა იმ მომენტამდე, სანამ ხვრელში არ წარმოიშვება ტალღამტარული მოდა, ანუ სანამ χ მეტი არ გახდება $\chi_{gr} = \beta_{pq} / \pi\theta_1$ -ზე.

„სრიალის,, წერტილებთან ($\chi=1; 1,41$) მიახლოებისას დაიკვირვება წინა თავიდან უკვე ნაცნობი ოსცილაციები (ნახ.2.2, 2.3, 2.5). ამასთან ეს ოსცილაციები

გამოიკვეთება მხოლოდ მას შემდეგ, რაც ხვრელში გავლას დაიწყებს გამრბენი ტალღა. ა.მ. $\theta=0,5$ დროს ოსცილაცია დაიკვირვება $\chi=1,41$ - ის მახლობლად, ხოლო $\theta=0,75$ - თვის კი $\chi=1$ და $\chi=1,41$ - თან. ეს ოსცილაციები მიმდინარეობს ნახაზზე წარმოდგენილი დამოკიდებულებების შედარებით მდორე წირის მიმართ. მათი მაქსიმუმები ერთის ტოლი ხდება (აბსოლუტური გავლა) მხოლოდ „სრიალის,, პირველ წერტილთან. მსგავსი ოსცილაციები დაიკვირვება მაღალი რიგის ჰარმონიკებისთვისაც (ნახ.2.6).

ეკრანში გაჟონილი ველის ჰარმონიკებს შორის ურთიერთკავშირი და და მათ შორის ენერჯის გადანაწილების მსვლელობა ზუსტად შეგვიძლია აღვადგინოთ ნახ.2.7,2.8 - ზე მოცემული გრაფიკების საშუალებით. აქ ნათლად ჩანს, თუ როდის ხდება ახალი გავრცელებადი ჰარმონიკების დაბადება და რომელი მათგანი გასცემს ან მიიღებს ენერჯიას.

ეკრანში ველის გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება δ პარამეტრზე მოცემულია ნახ.2.9 - ზე. ეს დამოკიდებულება ატარებს კლებადი ექსპონენტას სახეს მანამდე, სანამ ხვრელში არ აღიძვრება გამრბენი მოდა ($\chi=1,18$). ამის შემდეგ ცვლილება ნელ-ნელა უახლოვდება პერიოდულს და ეს პერიოდულობა მით უფრო ზუსტია, რაც ნაკლებია მოდები ტალღამტარულ მონაკვეთში. მსგავსი დამოკიდებულება აღენიშნებათ მაღალი რიგის ჰარმონიკებსაც (ნახ.2.10).

2. ნახ.2.11 -2.15 - ზე მოცემული გრაფიკები წარმოდგენას გვაძლევს, თუ როგორ გავლენას ახდენს ხვრელის დიელექტრიკული მასალით ($\epsilon_r > 1$) შევსება ეკრანის დიფრაქციულ თვისებებზე. ჩვენთვის წინა თავიდან უკვე ცნობილი მოვლენების (ნახ.2.11 -2.12) გარდა დაიკვირვება მეტად საინტერესო შედეგები:

ა). ნახ.2. 13- ზე $\delta=0,5\chi$, $\chi=0,75$ პარამეტრებისათვის $\epsilon_r = 3,4$ - ის შემთხვევაში მესერის შევსების კოეფიციენტის საკმაოდ დიდ დიაპაზონში ($0,62 < \theta < 0,92$) ცვლილებისას ეკრანი მთლიანად გამჭვირვალეა;

ბ). $|T_{00}|$ - ის ϵ_r - ზე დამოკიდებულების სურათიდან (ნახ.2.14) ჩანს, რომ ერთტალღოვან დიაპაზონში ($\chi=0,5$), გარკვეული პერიოდულობით, განსაზღვრული ϵ_r -თვის ($\epsilon_r = 2, 8, \dots$) გრაფიკს აქვს რეზონანსული მრუდის სახე და ამ დროს მაქსიმუმები თითქმის ერთიანს აღწევენ, ანუ ველის უდიდესი ნაწილი გაიჟონება მესერში:

გ). ნახ.2.15 - ის ანალიზისას, შეიძლება მივიღეთ დასკვნამდე, რომ ვინაიდან ადგილი აქვს დამოკიდებულების პერიოდულ ცვლილებას, ამიტომ ხვრელების დიელექტრიკებით შევსება ($\epsilon_r > 1$), საშუალებას გვაძლევს საჭიროების მიხედვით შევამციროთ ეკრანის სისქე.

3. დიფრაქციულ სისტემაზე პირველადი ველის კუთხით დაცემის დროს მიღებული შედეგები მოცემულია ნახ.2.16,2.17-ზე. მათზე დაკვირვების საფუძველზე შეგვიძლია კიდევ ერთხელ დავაფიქსიროთ, რომ იმ შემთხვევაში, როცა ერთმანეთს ემთხვევა ორი მოვლენა - სივრცული ჰარმონიკისა და ტალღამტარული მოდის წარმოქმნა ვიწრო სიხშირულ ზოლში, გრაფიკს აქვს მკვეთრი მაქსიმუმი. მაგალითად ნახ.2.17 - ზე, როცა $\psi = 30^\circ$, $\chi = 1,6$ - ის მახლობლობაში წარმოიქმნება (0,-3) ჰარმონიკა და E_{02} ტიპის მოდა, რაც იწვევს საკმაოდ განიერი რეზონანსული ხაზის გაჩენას.

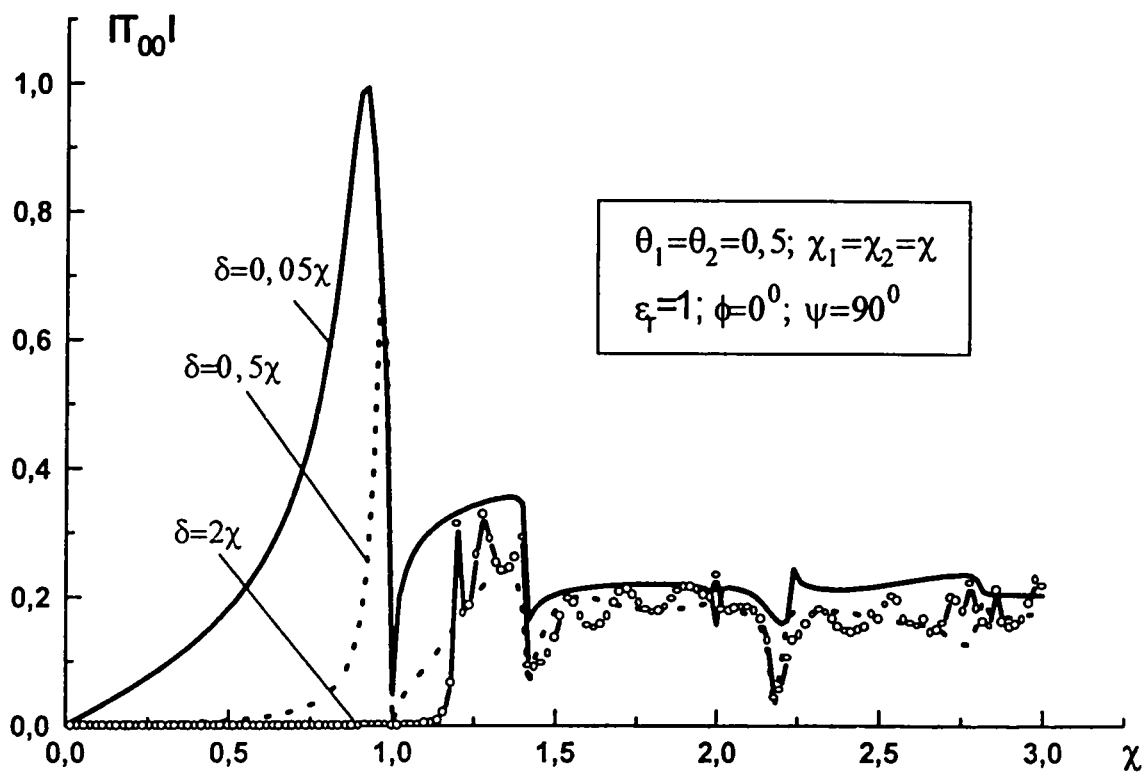
4. წრიული კვეთის ნახევრადღია რეზონატორებისაგან შედგენილ ბრტყელ ეკრანზე ელექტრომაგნიტური ტალღების დიფრაქციის ამოცანის შედეგები წარმოდგენილია ნახ.2.18,2.21 -ზე. „ზღურბლური„ მოვლენების შესწავლისას კიდევ ერთხელ შეგვიძლია შევნიშნოთ, რომ ველი რეზონატორებში, ისევე როგორც გამჭოლ ხვრელებში, თავის ტალღურ თვისებებს ამჟღავნებს შედარებით უფრო დიდი სისქის ეკრანებისათვის (ნახ.2.18, $\delta = 2,5\chi$). მცირე სისქეების შემთხვევაში სარკული სხივის ენერგია ძალიან მცირეა და ძირითადად ხდება ამ ენერგიის გადაქაჩვა მაღალ სივრცულ ჰარმონიკებში. ნახ.2.19-ზე სარკული სხივის ენერგიის დამოკიდებულება ხვრელის რადიუსზე გვიჩვენებს, რომ ნახ.1.18-თან შედარებით $\theta = \frac{n}{4}$ -მნიშვნელობებზე

აღარ დაიმზირება სრული გავლის ეფექტი. ამჯერად ეკრანის მცირე სისქეებისას $\delta = n\chi / 4$ -ზე შეინიშნება სრული გაუმჭვირვალობის ეფექტი, რომელიც სისქის ზრდასთან ერთად ქრება.

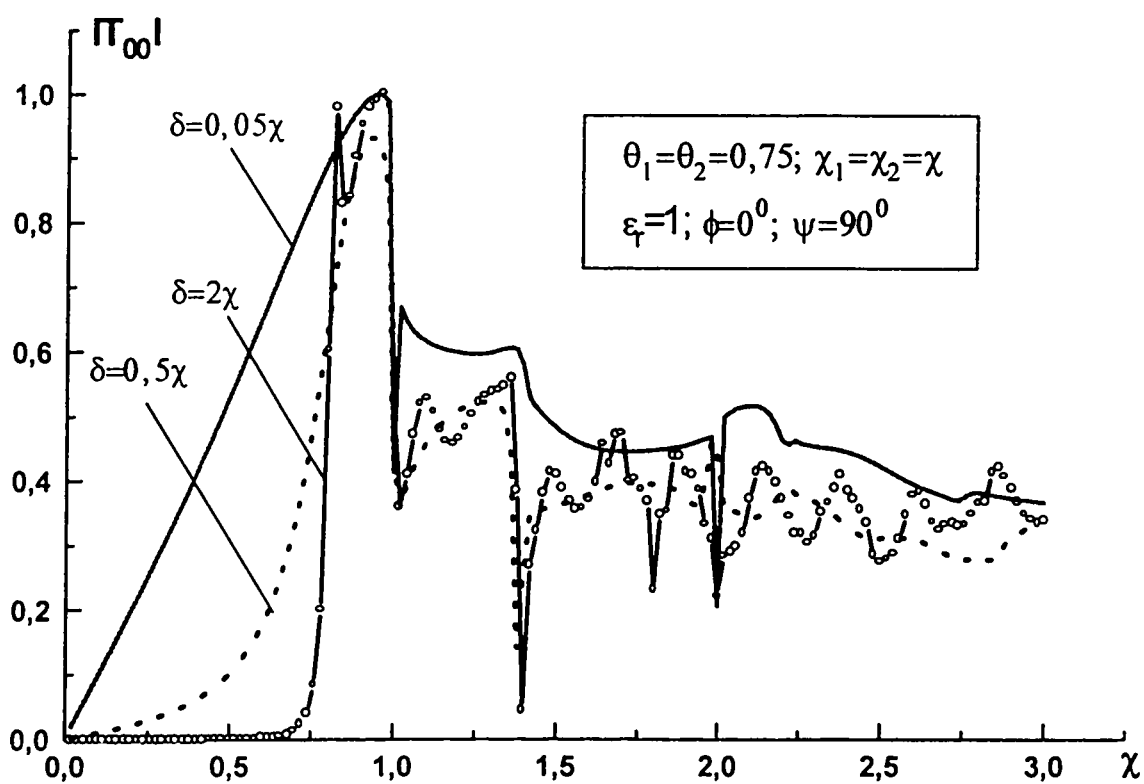
„სრიალის„ წერტილებზე სივრცული ჰარმონიკების ამპლიტუდების მოდულის დამოკიდებულება ეკრანის სისქესა (δ) და ხვრელების რადიუსზე (θ) მოცემულია ნახ.2.20,2.21-ზე. იგი გვიჩვენებს, რომ წრიული კვეთის რეზონატორებისაგან შედგენილ სტრუქტურაზე აღარ დაიკვირვება ორმაგი რეზონანსების მოვლენა, რომელსაც ადგილი ქონდა მართკუთხა რეზონატორებისათვის. ამჯერად ყველა ჰარმონიკებისათვის ადგილი აქვს ჩვენთვის ნაცნობ პერიოდულ ცვლილებებს.

5. ნახ.2.22, 2.23-ზე მოცემულია პერფორირებული ეკრანის ახლო ველების განაწილების სურათები სხვადასხვა ϵ_r -ის შემთხვევაში. როგორც ვხედავთ, ხვრელის ქვეშ ველის მაქსიმუმებია უკვე განლაგებული წერტილებში $x, y = n\lambda$, $z = -n\frac{\lambda}{2}$; ($n = 0, 1, 2, \dots$), ხოლო ამპლიტუდური ჩრდილები მოთავსებულია არა ხვრელის ქვეშ, არამედ მეტალური ნაწილის ქვეშ წერტილებში $x, y = \pm n\frac{\lambda}{2}$, $z = -n\frac{\lambda}{2}$;

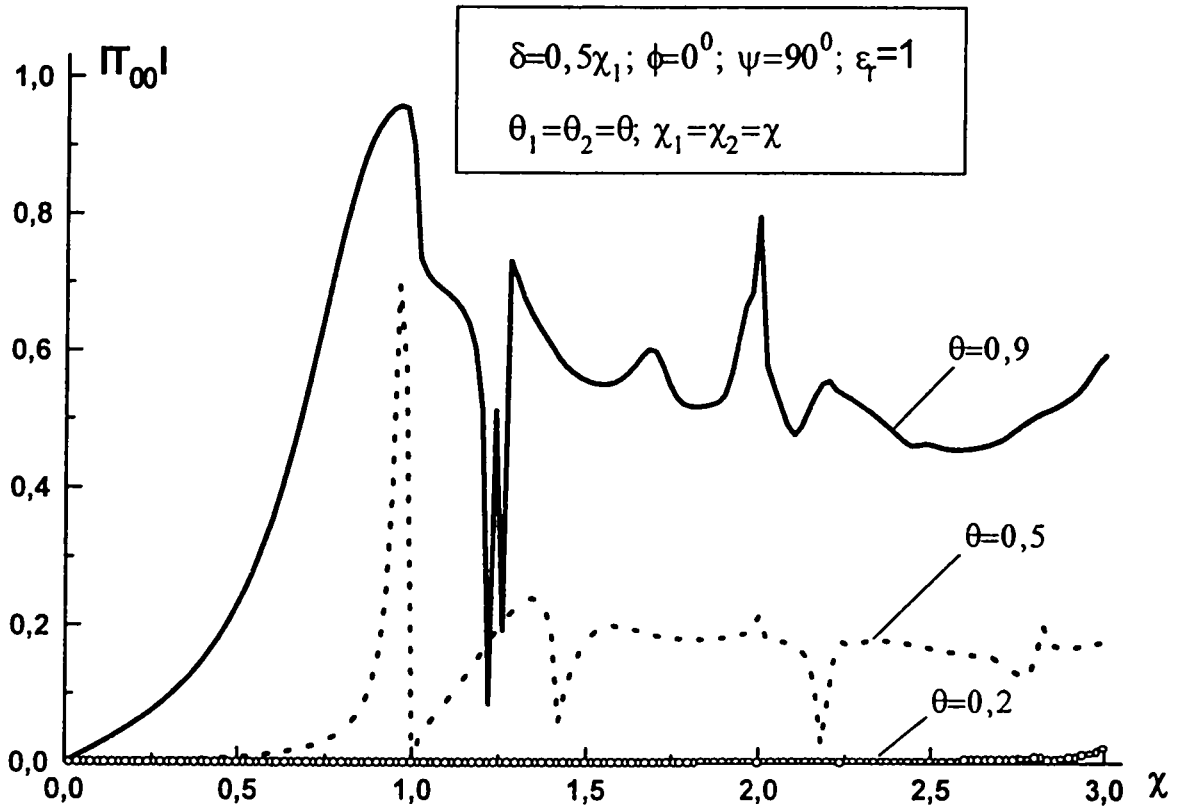
მოცემული ორი სურათის შედარება გვიჩვენებს, რომ ნახ.2.22 -ისაგან განსხვავებით $\epsilon_r = 5$ -ის დროს (ნახ.2.23)-ზე გასული და არეკვლილი ველის სტრუქტურა თითქმის იდენტურია. მაშასადამე შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ მოცემულ პარამეტრებზე მიიღწევა ეკრანით გამოყოფილი არეების სრული შეთანხმება.



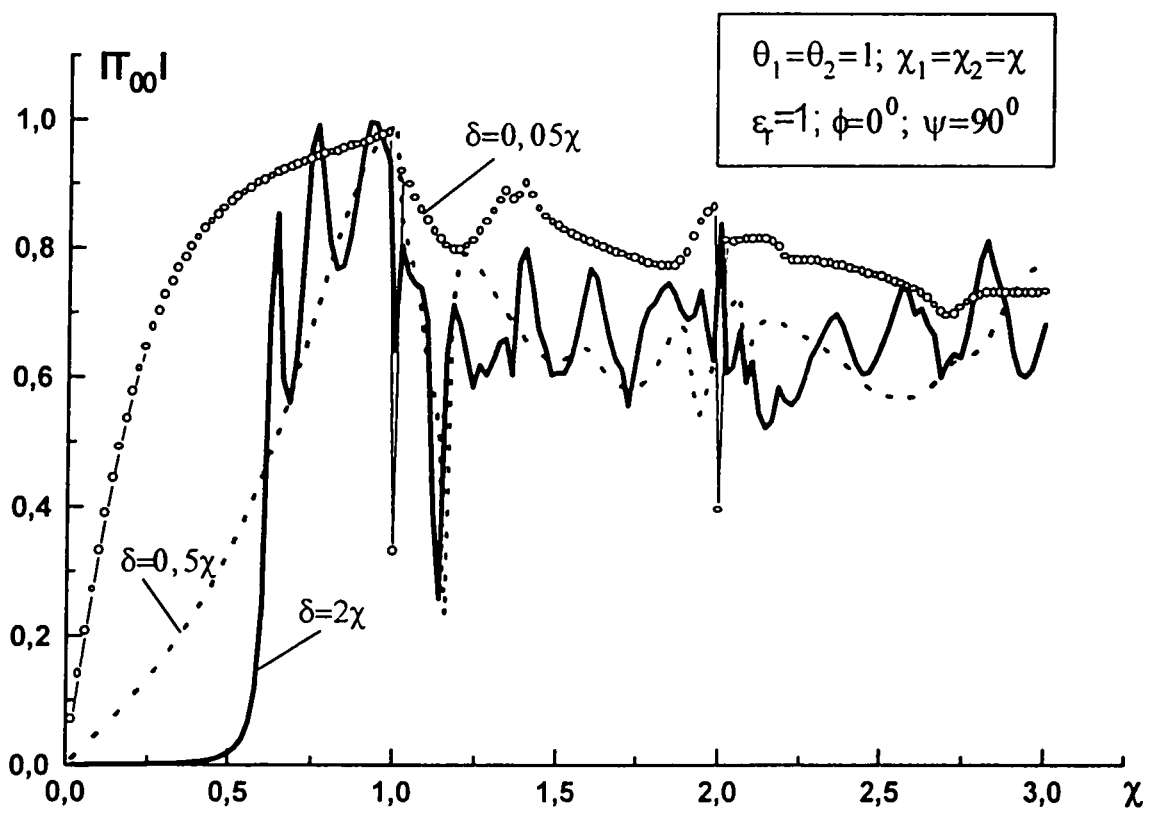
ნახ. 2.2. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე ეკრანის სხვადასხვა სისქის შემთხვევაში



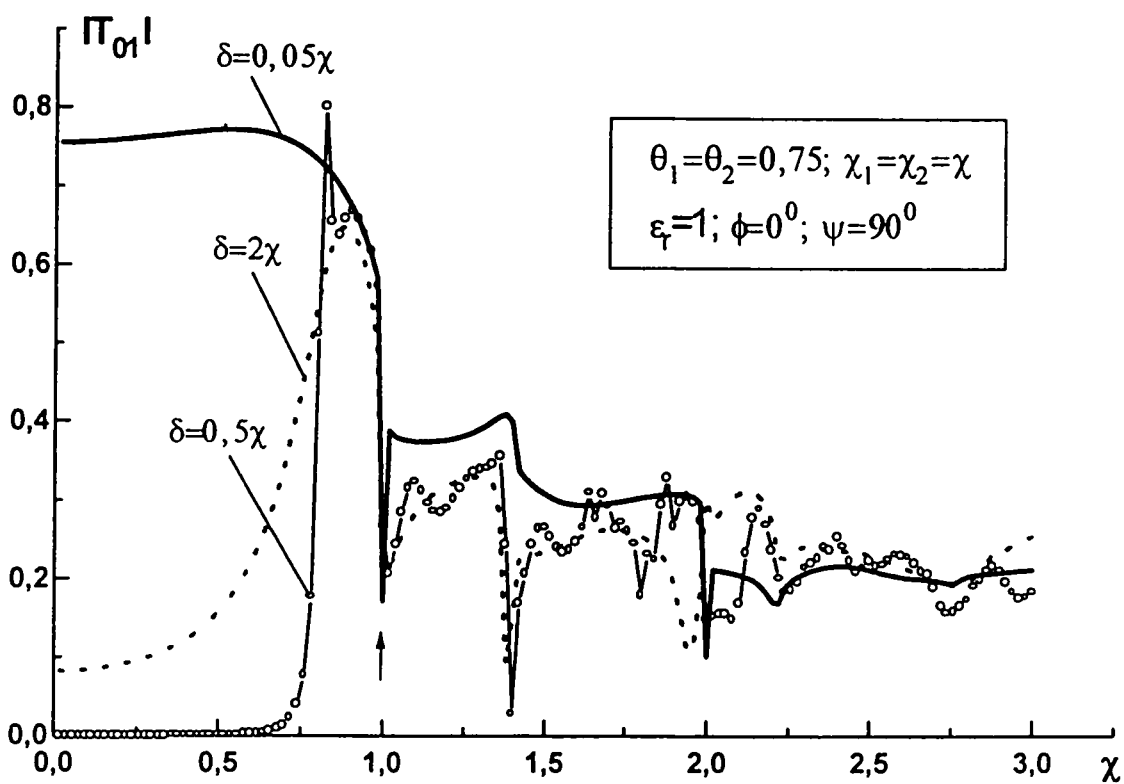
ნახ. 2.3. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე ეკრანის სხვადასხვა სისქის შემთხვევაში



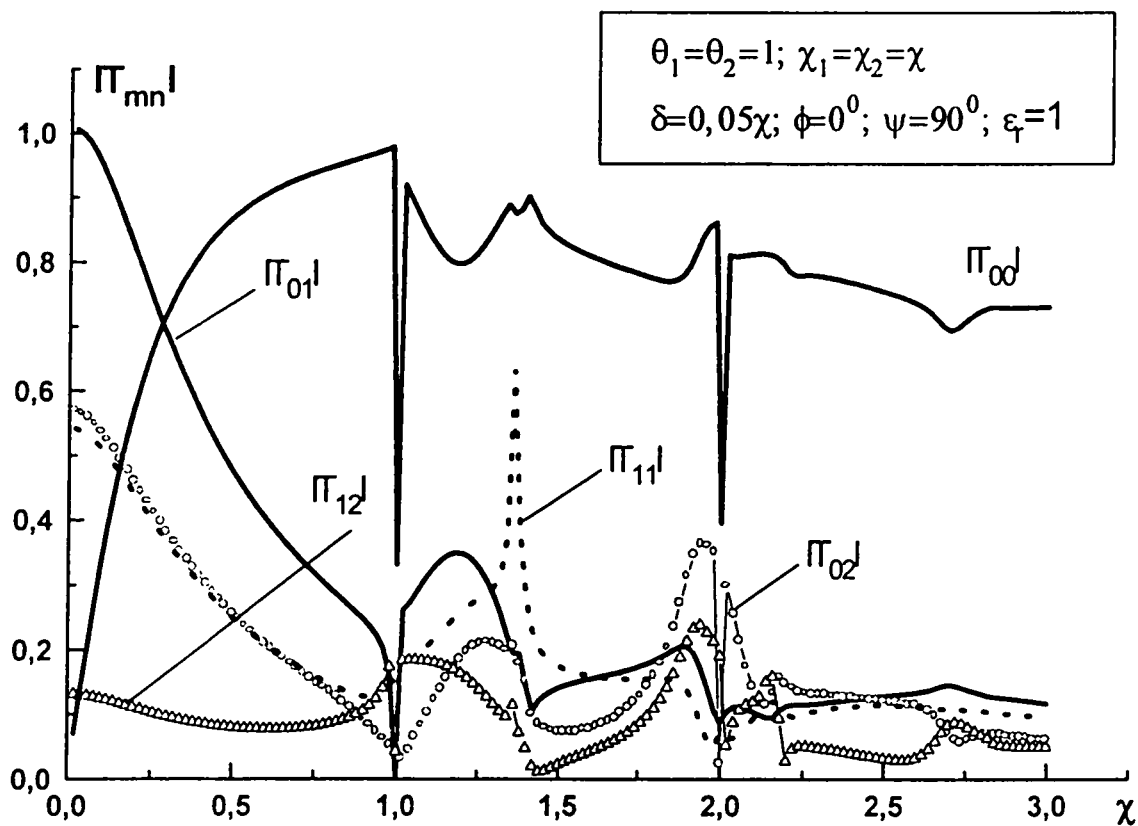
ნახ. 2.4. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე ხვრელების სხვადასხვა ზომების შემთხვევაში



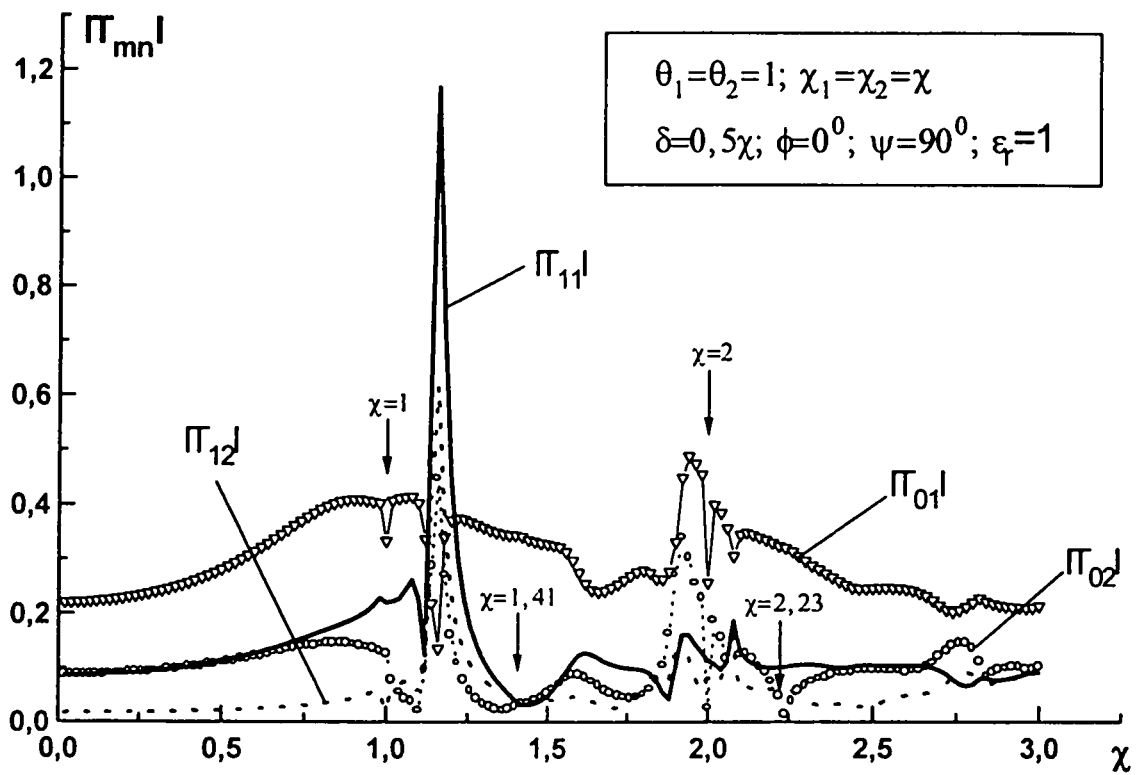
ნახ. 2.5. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე ეკრანის სხვადასხვა სისქის შემთხვევაში



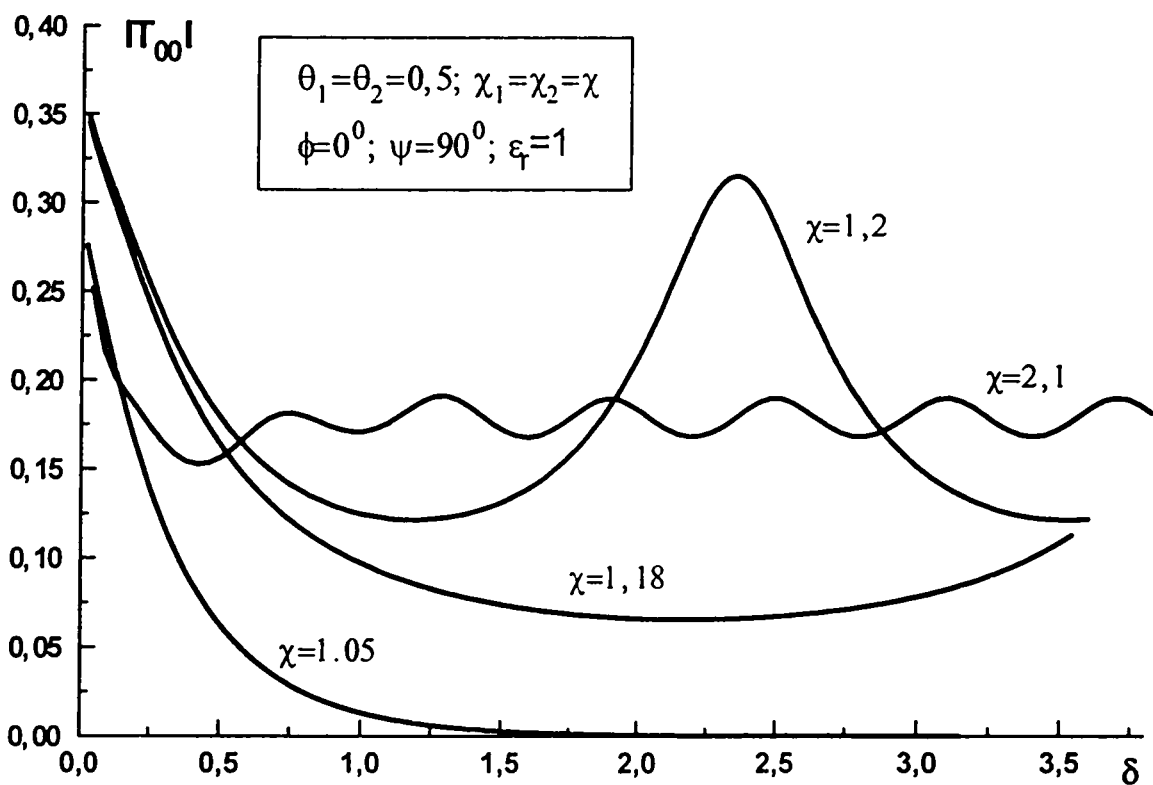
ნახ.2.6. გასული ჰარმონიკების ამპლიტუდების მოდულის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე ეკრანის სხვადასხვა სისქის შემთხვევაში



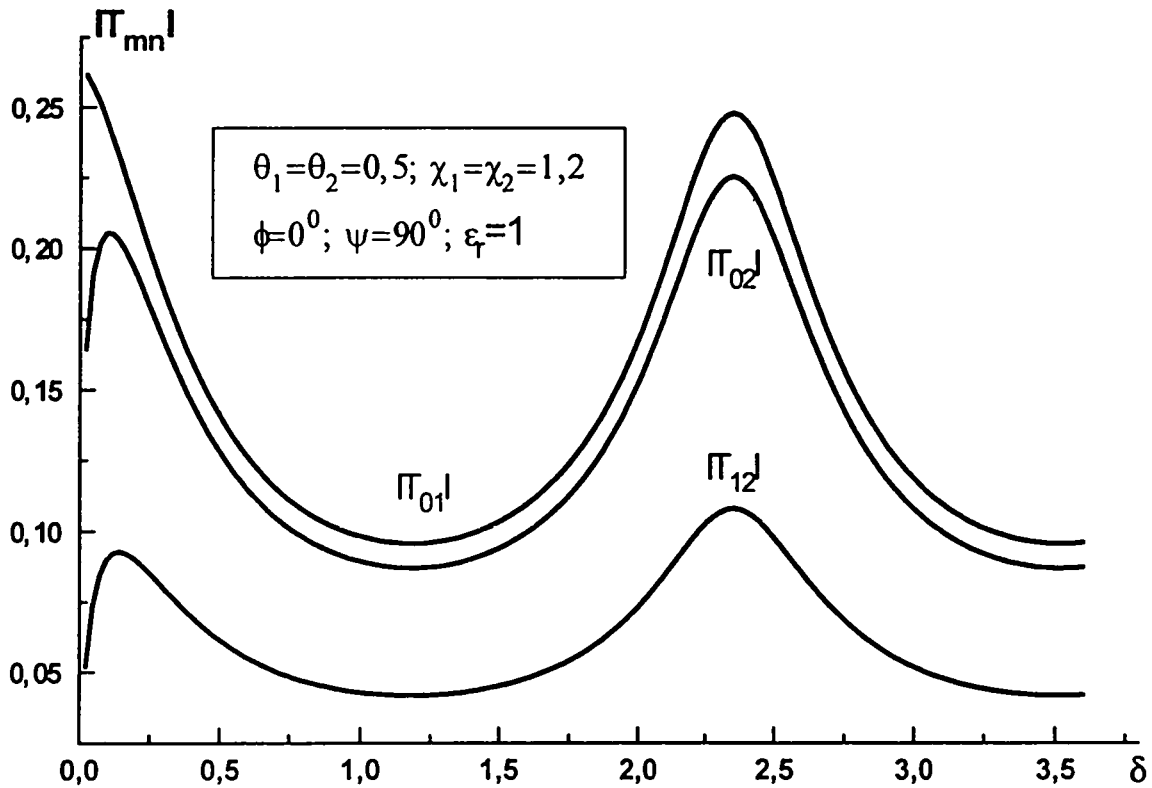
ნახ.2.7. გასული ველის ჰარმონიკების ამპლიტუდების მოდულის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე,



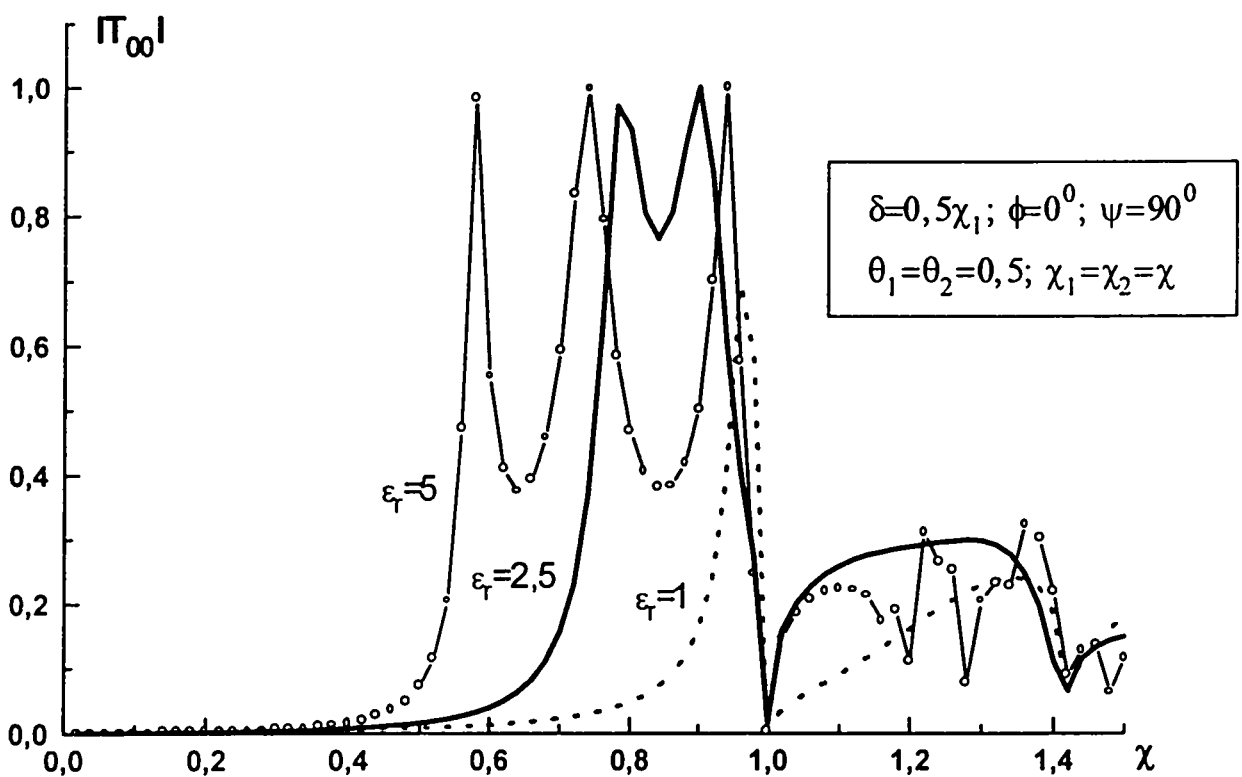
ნახ.2.8 გასული ჰარმონიკების ამპლიტუდების მოდულის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე



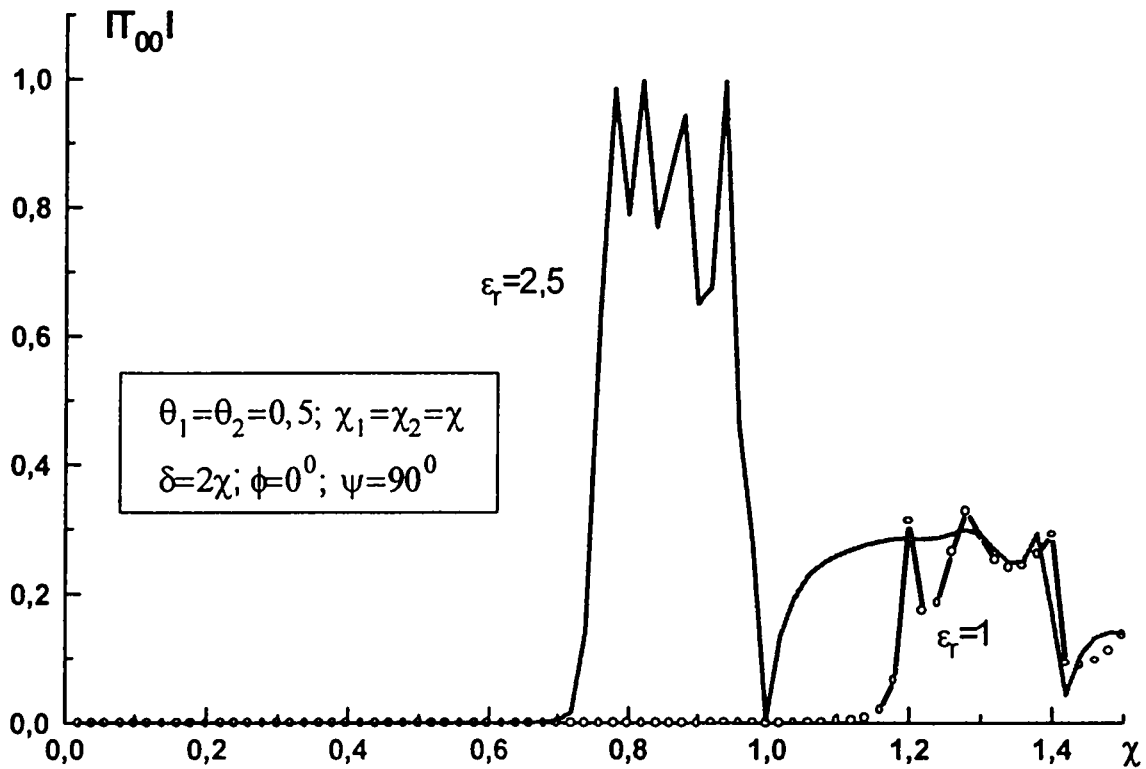
ნახ.2.9 გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება ეკრანის სიხშირეზე მესერის სხვადასხვა პერიოდის შემთხვევაში



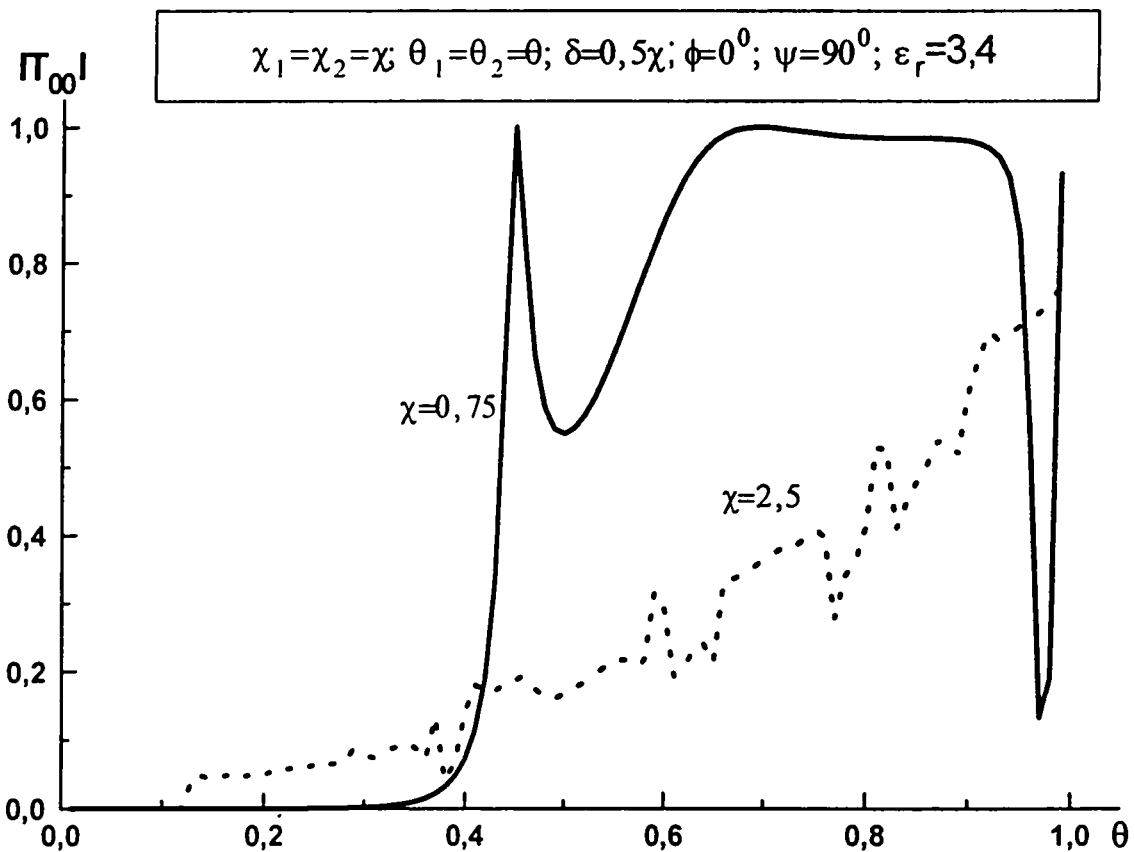
ნახ.2.10 გასული ჰარმონიკების ამპლიტუდების მოდულის დამოკიდებულება ეკრანის სისქეზე



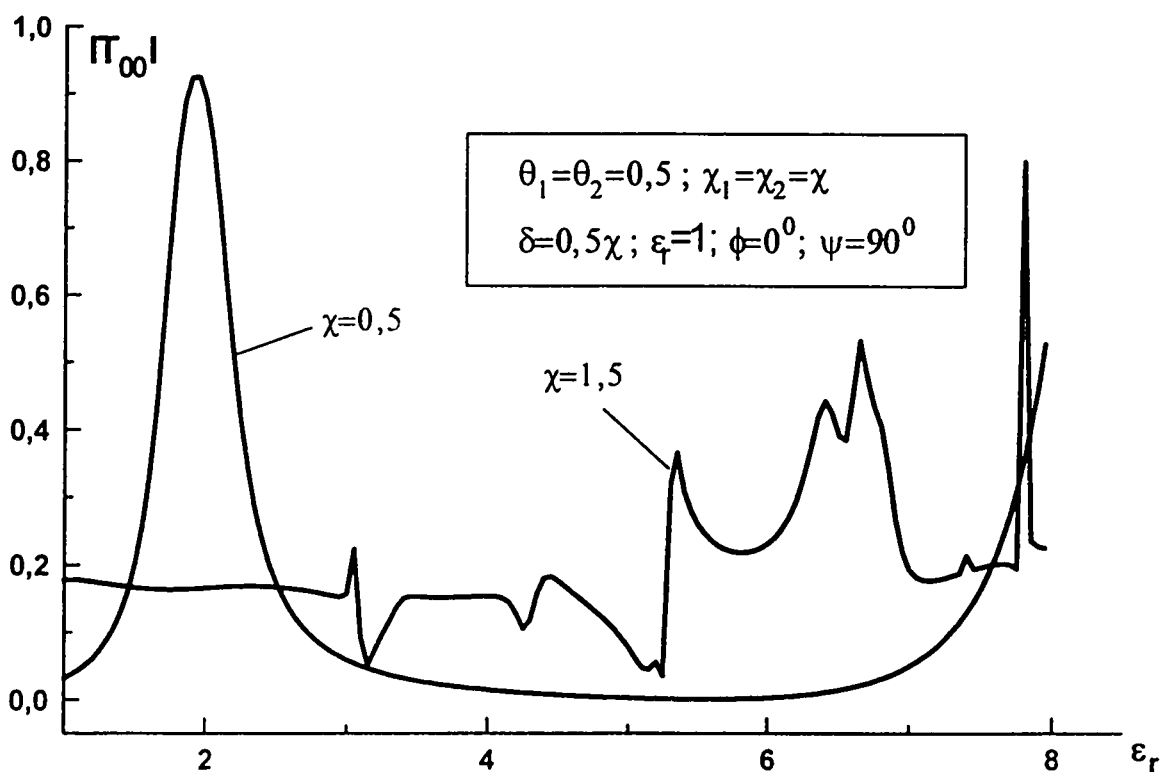
ნახ. 2.11. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე ხვრელების სხვადასხვა დიელექტრიკით შევსებისას



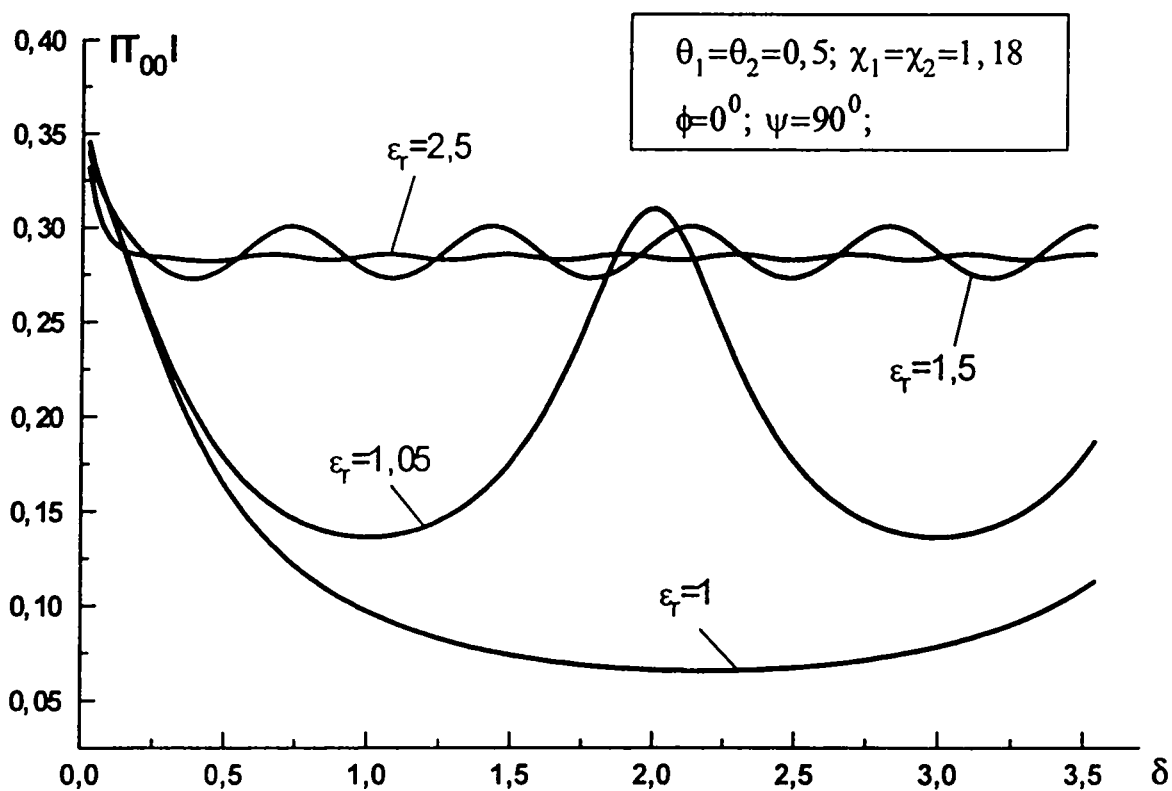
ნახ. 2.12. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე ხვრელების სხვადასხვა დიელექტრიკით შევსებისას



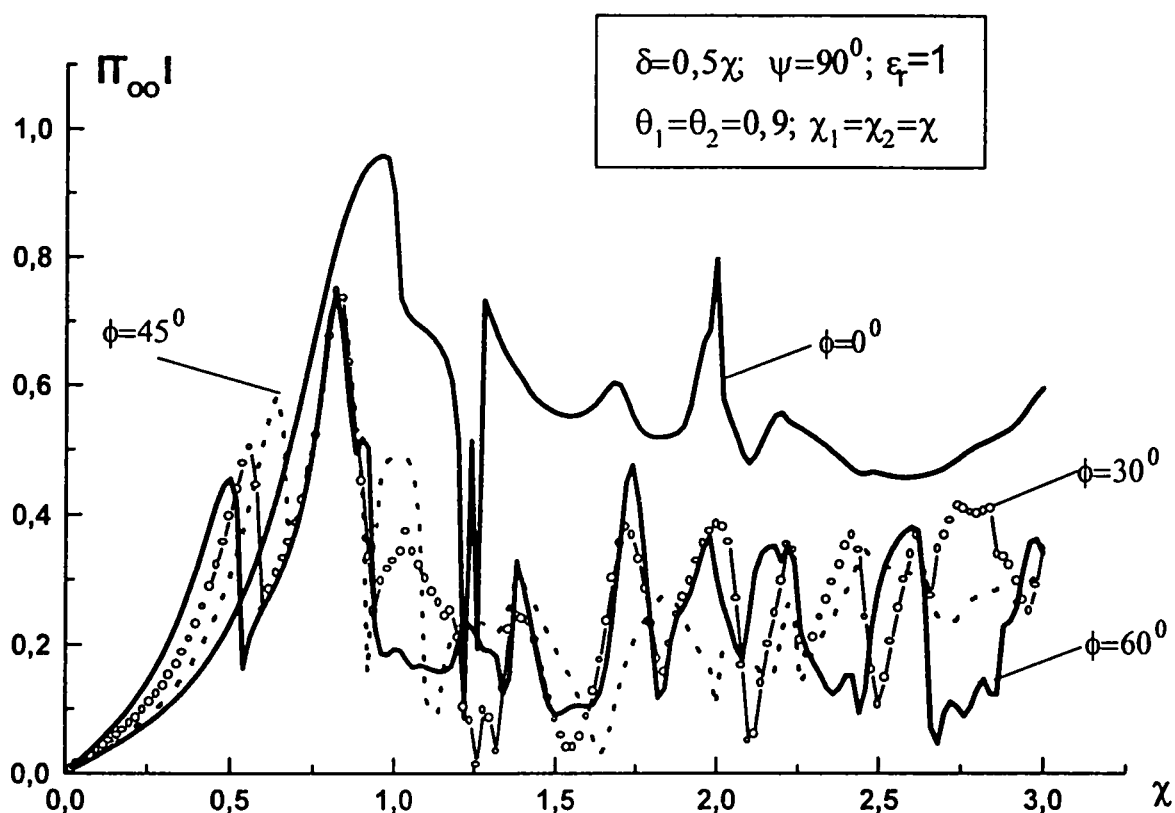
ნახ. 2.13. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება ხვრელების რადიუსზე მათი სხვადასხვა დიელექტრიკით შევსებისას



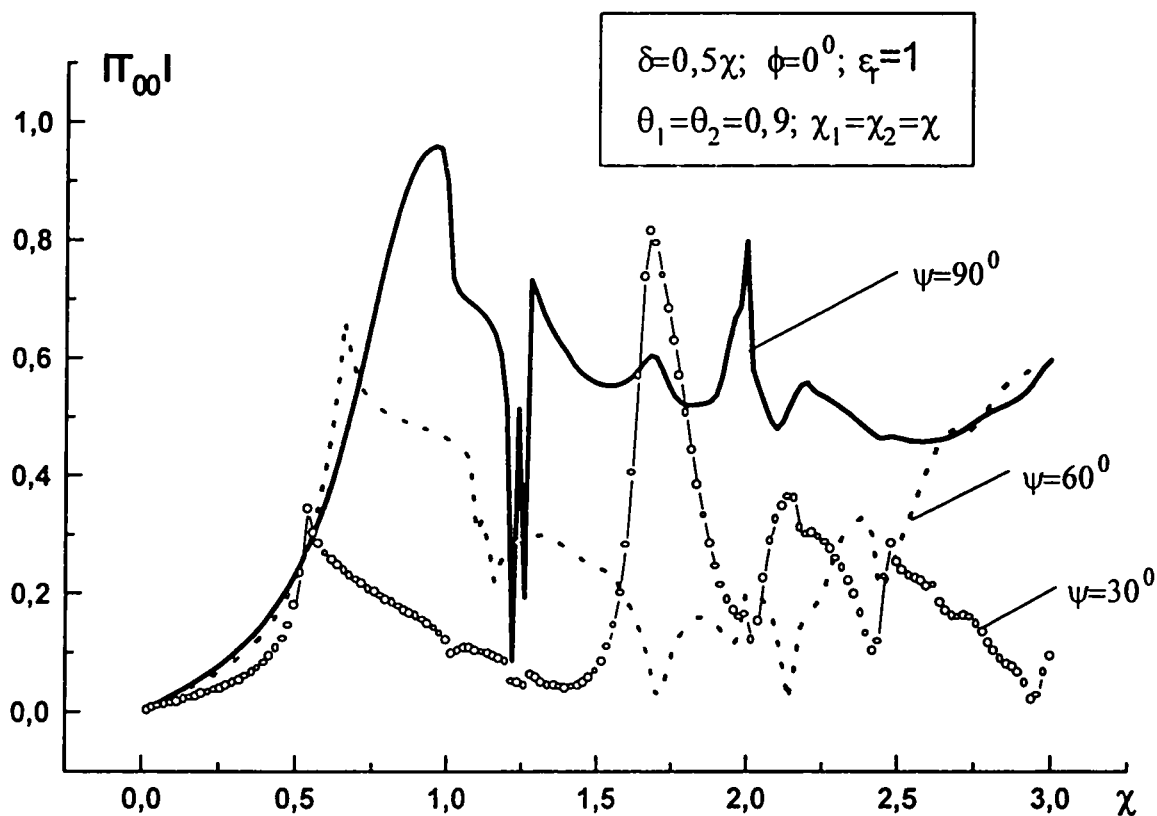
ნახ. 2.14. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება ხვრელების შიგნით არსებული ნივთიერების ფარდობით დიელექტრიკულ შეღწევადობაზე



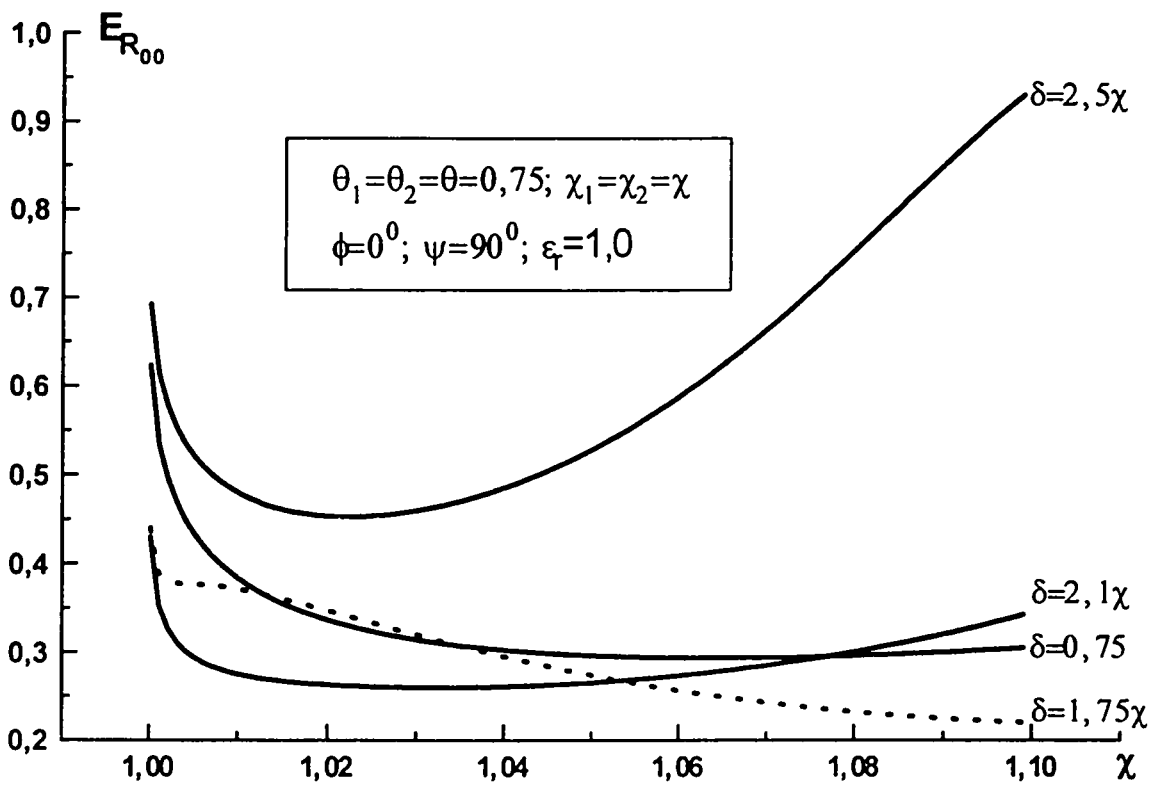
ნახ. 2.15. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება ეკრანის სისქეზე ხვრელების სხვადასხვა დიელექტრიკით შევსებისას



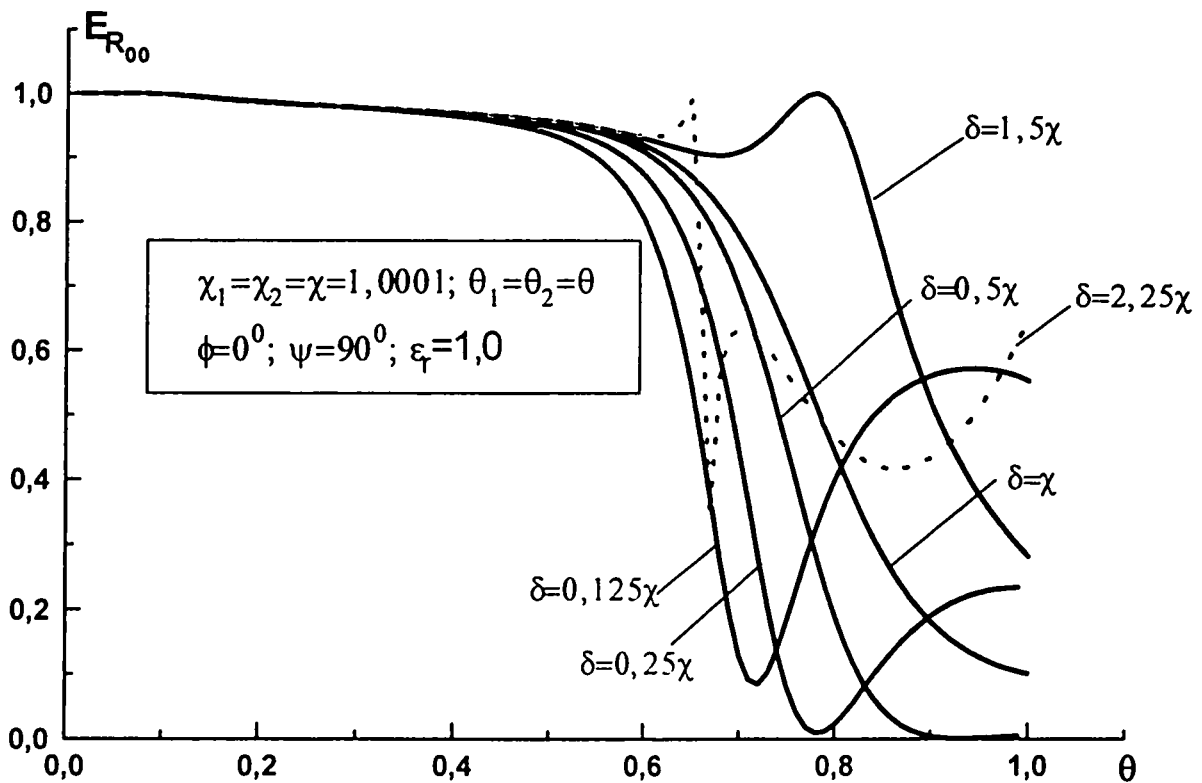
ნახ. 2.16. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე ტალღის დაცემის კუთხის სხვადასხვა მნიშვნელობისას



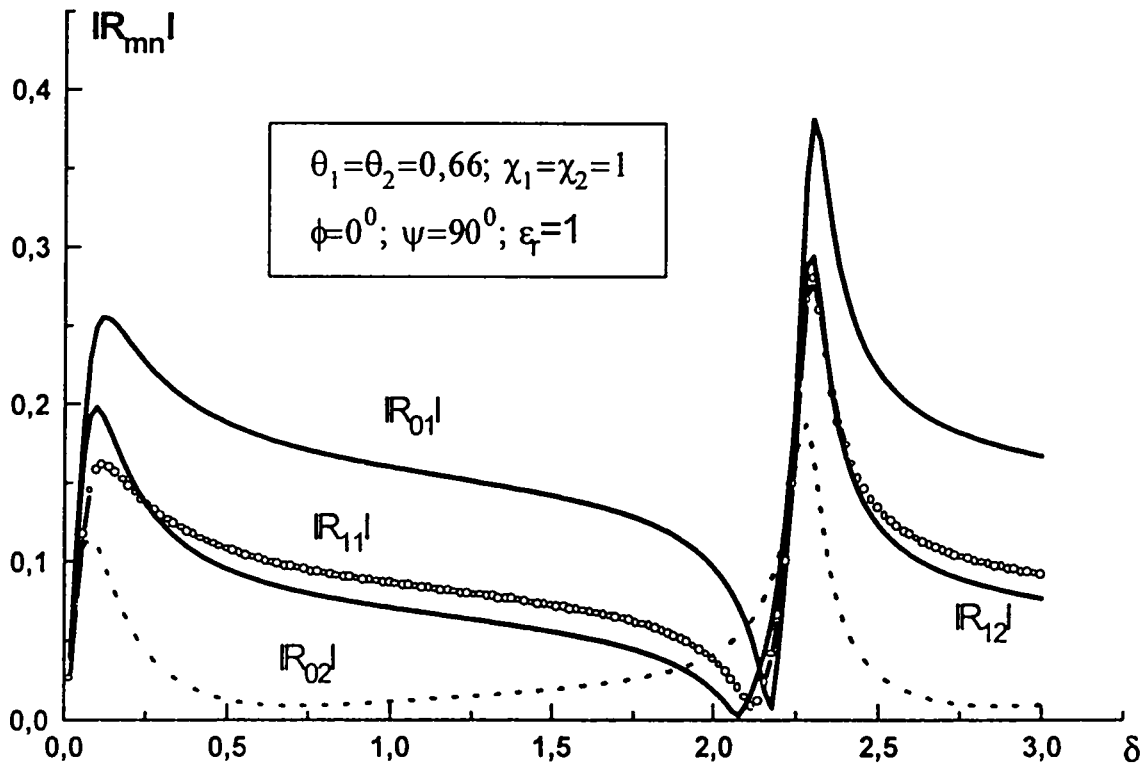
ნახ. 2.17. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე დაცემული ტალღის \mathbf{H} ვექტორის დახრის კუთხის სხვადასხვა მნიშვნელობისას



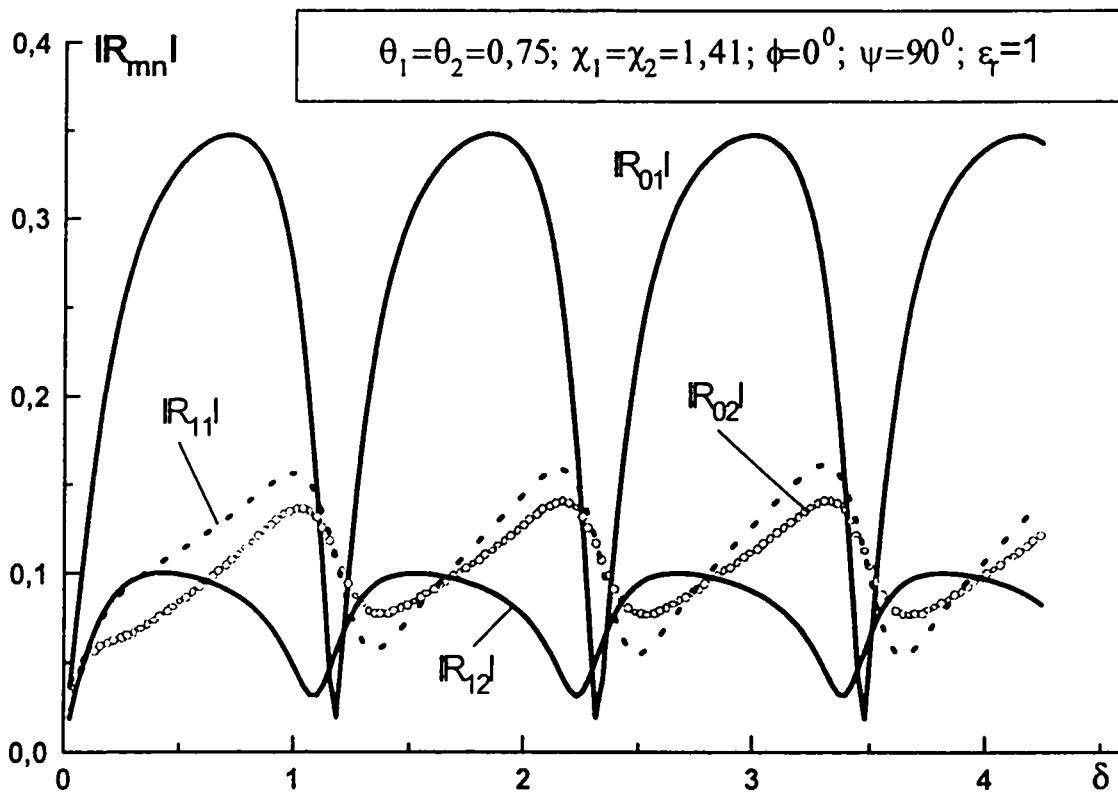
ნახ.2.18. ვულის ანომალური გაბნევა რეზონატორების მესერიდან



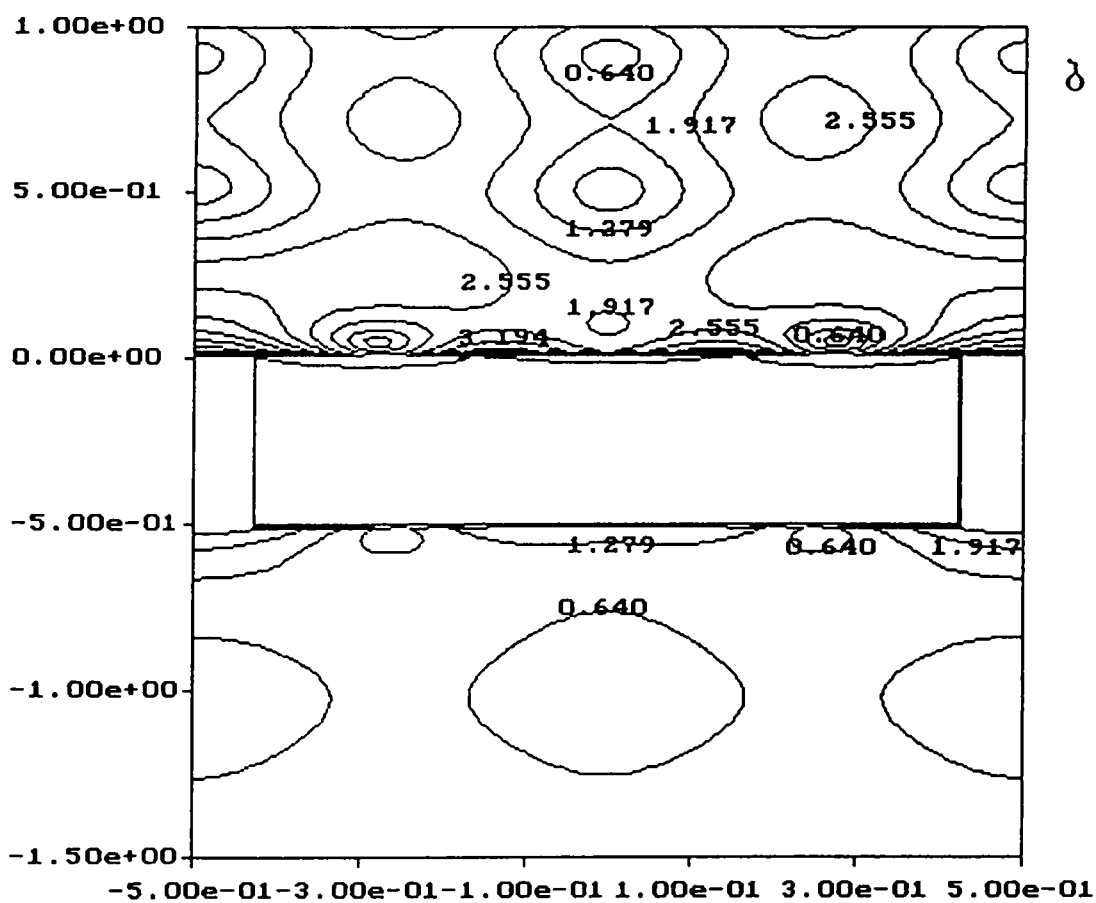
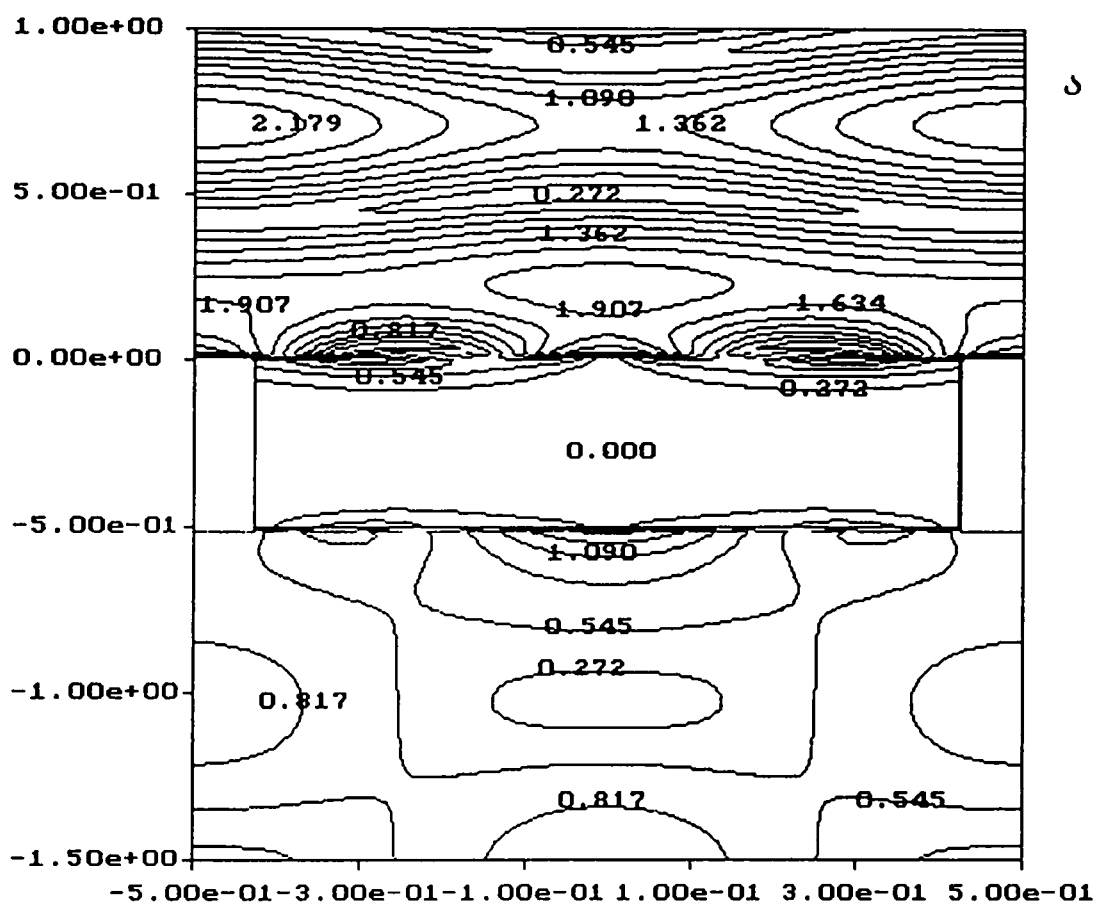
ნახ.2.19. სარკული ტალლის ენერჯის დამოკიდებულება რეზონატორების განივ ზომებზე „სრიალის“ წერტილის მახლობლად



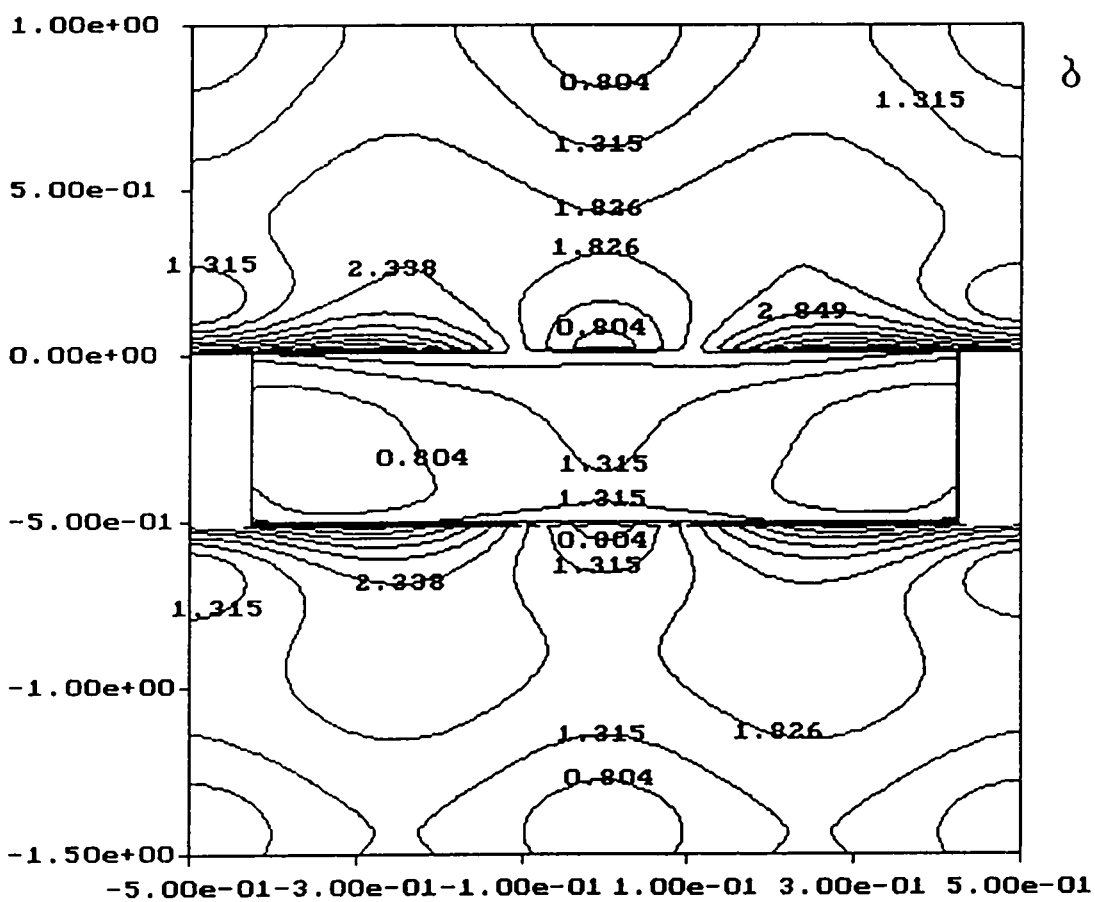
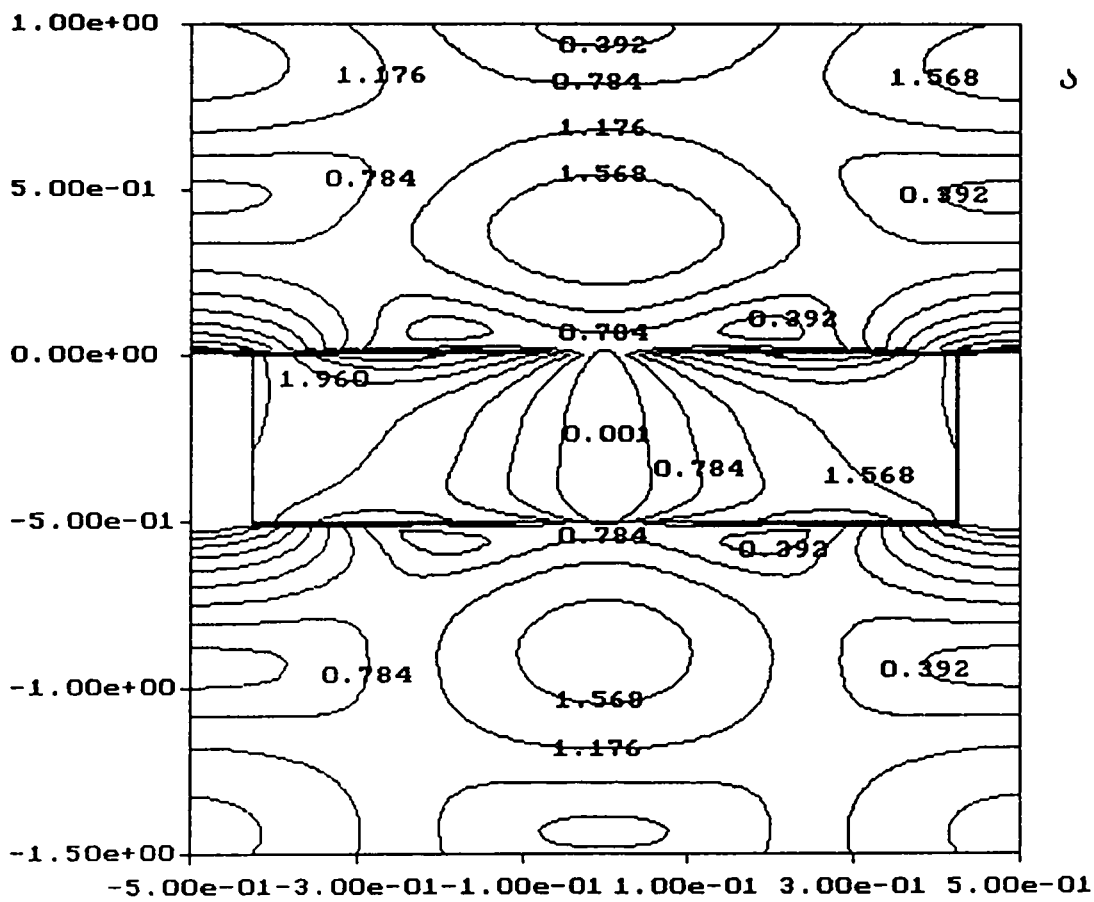
ნახ.2.20 გაბნეული ველის ჰარმონიკების ამპლიტუდების მოდულის დამოკიდებულება რეზონატორების სიღრმეზე „სრიალის“ წერტილის მახლობლად



ნახ.2.21. გაბნეული ველის ჰარმონიკების ამპლიტუდების მოდულის დამოკიდებულება რეზონატორების სიღრმეზე „სრიალის“ წერტილის მახლობლად



ნახ.2.22 მაგნიტური ველის დაძაბულობის ამპლიტუდის იზოხაზები
 კორიზონტალურ (ა) და ვერტიკალურ(ბ) კრილებში ,,სრიალის,,
 წერტილის მახლობლად
 ($\chi=1,000$; $\delta=0,5\chi$; $\theta=0,85$; $\epsilon_r=1$; $\varphi=0^0$; $\psi=90^0$)



ნახ.2.23 მაგნიტური ველის დაძაბულობის ამპლიტუდის იზოხაზები
 კორიზონტალურ (ა) და ვერტიკალურ (ბ) ჭრილებში ,,სრიალის,
 წერტილის მახლობლად
 ($\chi=1,000$; $\delta=0,5\chi$; $\theta=0,85$; $\epsilon_r=5$; $\varphi=0^0$; $\psi=90^0$)

თავი 3

ბრტყელი ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქცია კოაქსიალური განივკვეთის ხვრელების მქონე სასრული სისქის მეტალურ ეკრანზე

§ 3.1 ამოცანის დასმა

განვიხილოთ წინა თავებში წარმოდგენილი უსასრულო მეტალური ეკრანი კოაქსიალური განივკვეთის მქონე ხვრელებით (ნახ.3.1) (\mathbf{b} და \mathbf{a} კოაქსიალის შიგა და გარე რადიუსებია), რომელიც მოთავსებულია ϵ , μ ელექტრული პარამეტრების მქონე თავისუფალ გარემოში.

დავუშვათ, განსახილველ სისტემას $z > 0$ მიმართულებიდან ეცემა ბრტყელი ელექტრომაგნიტური ტალღა, რომლის კომპონენტებსაც აქვს (2. 1) სახე.

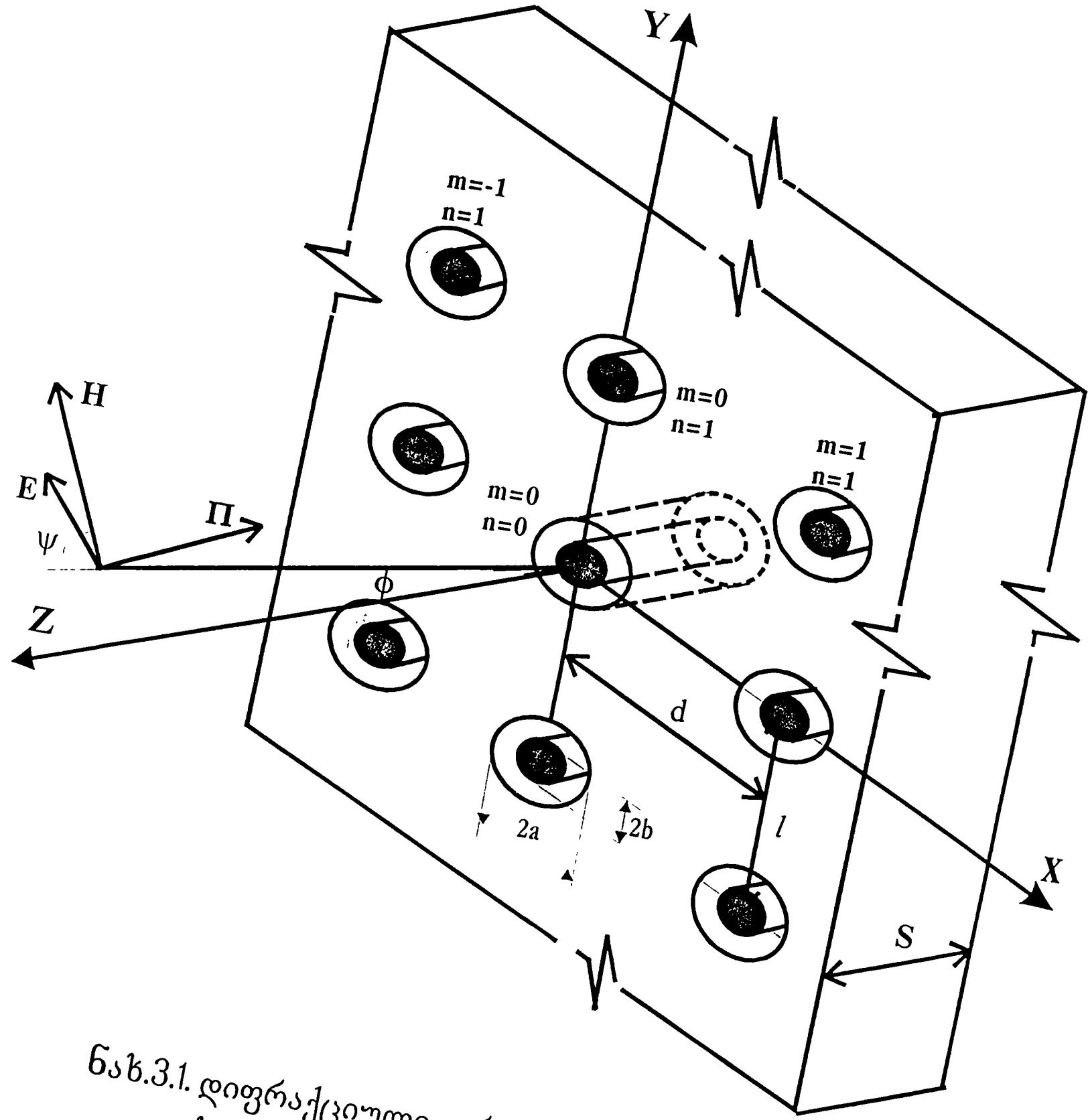
დასმული ამოცანის გადაწყვეტის მეთოდის ანალოგიურია ჩვენს მიერ ზემოთ განხილული შემთხვევებისა. ამიტომ ეკრანის გარეთ ველი წარმოიდგინება (1.5) - (1.8) ფორმულებით. რაც შეეხება ხვრელებში არსებულ ველს, მისი ჩაწერა შესაძლებელია კოაქსიალური ტალღამტარის საკუთარი ფუნქციების ორმაგი მწკრივის სახით.

თავდაპირველად წარმოვადგინოთ ხვრელში ველის გასწვრივი (z -ის პარალელური) მდგენელები:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{z2} = \xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \tilde{\mathbf{G}}_{pq}^+(z) \tilde{\mathbf{Z}}_p(\tilde{\mathbf{k}}_{pq} \mathbf{r}) \mathbf{Q}_e(p\varphi), \\ \mathbf{H}_{z2} = \xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \mathbf{G}_{pq}^+(z) \mathbf{Z}_p(\mathbf{k}_{pq} \mathbf{r}) \mathbf{Q}_h(p\varphi), \end{cases} \quad (3.1)$$

სადაც

$$\tilde{\mathbf{Z}}_p(\tilde{\mathbf{k}}_{pq} \mathbf{r}) = \mathbf{J}_p(\tilde{\mathbf{k}}_{pq} \mathbf{r}) - \mathbf{N}_p(\tilde{\mathbf{k}}_{pq} \mathbf{r}) \frac{\mathbf{J}_p(\tilde{\mathbf{k}}_{pq} \mathbf{b})}{\mathbf{N}_p(\tilde{\mathbf{k}}_{pq} \mathbf{b})},$$



ნახ.3.1. დიფრაქციული ეკრანი კოაქსიალური
ხვრელებით

$$Z_p(\mathbf{k}_{pq}\mathbf{r}) = J_p(\mathbf{k}_{pq}\mathbf{r}) - N_p(\mathbf{k}_{pq}\mathbf{r}) \frac{J'_p(\mathbf{k}_{pq}\mathbf{b})}{N'_p(\mathbf{k}_{pq}\mathbf{b})},$$

$J_p(\mathbf{z})$, $N_p(\mathbf{z})$ - ბესელის და ნეიმანის p -ური რიგის ფუნქციებია (შტრიხი აღნიშნავს

ფუნქციის წარმოებულს არგუმენტით), $\tilde{\mathbf{k}}_{pq} = \frac{\tilde{\beta}_{pq}}{a}$, $\mathbf{k}_{pq} = \frac{\beta_{pq}}{a}$ რადიალური

ტალღური რიცხვებია, $\tilde{\beta}_{pq}$ და β_{pq} წარმოადგენენ $\tilde{Z}_p(\tilde{\mathbf{k}}_{pq}\mathbf{r}) = 0$ და $Z'_p(\mathbf{k}_{pq}\mathbf{r}) = 0$

განტოლებების ფესვებს როცა $\mathbf{r}=\mathbf{a},\mathbf{b}$; $Q_{e,h}(p\alpha) = \frac{\cos p\alpha}{\sin p\alpha} = \frac{e^{-ip\alpha}}{e^{ip\alpha}}$ - ტალღამტარული

\mathbf{E} და \mathbf{H} ტიპის ტალღების კუთხური დამოკიდებულებაა;

$$\begin{cases} \mathbf{G}^+_{pq}(\mathbf{z}) = \mathbf{X}_{pq} \exp(\gamma_{pq}\mathbf{z}) + \mathbf{Y}_{pq} \exp(-\gamma_{pq}\mathbf{z}), \\ \tilde{\mathbf{G}}^+_{pq}(\mathbf{z}) = \tilde{\mathbf{X}}_{pq} \exp(\tilde{\gamma}_{pq}\mathbf{z}) + \tilde{\mathbf{Y}}_{pq} \exp(-\tilde{\gamma}_{pq}\mathbf{z}), \end{cases} \quad (3.2)$$

$\tilde{\mathbf{X}}_{pq}$, $\tilde{\mathbf{Y}}_{pq}$, \mathbf{X}_{pq} , \mathbf{Y}_{pq} -ტალღამტარის მონაკვეთების ბოლოებზე ტალღის

არეკვლის კოეფიციენტებია; $\tilde{\gamma}_{pq} = \tilde{\gamma} = \sqrt{\tilde{\mathbf{k}}_{pq}^2 - \mathbf{k}_1^2}$, $\gamma_{pq} = \gamma = \sqrt{\mathbf{k}_{pq}^2 - \mathbf{k}_1^2}$

შესაბამისად \mathbf{E} და \mathbf{H} ტიპის ტალღის გავრცელების მუდმივებია კოაქსიალური

ტალღამტარის მონაკვეთებში; $\mathbf{k}_1^2 = \mathbf{k}^2 \epsilon_r$ (\mathbf{k}_1, ϵ_1 - ტალღური რიცხვი და

დიელექტრიკული შეღწევადობაა ხვრელებში არსებული დიელექტრიკის შიგნით,

ხოლო $\epsilon_r = \epsilon_1/\epsilon$ ფარდობითი დიელექტრიკული შეღწევადობაა);

$\xi_{mn} = \exp[i\mathbf{k}(\alpha_1 m d + \alpha_2 n l)]$ - როგორც ყოველთვის, ფაზური წანაცვლებაა.

გამოვიყენოთ (2.4) ფორმულები და დავაკავშიროთ ველის განივი მდგენელები ზევით წარმოდგენილ გასწვრივ კომპონენტებთან. მაშინ ცილინდრული ფუნქციებისათვის ცნობილი რეკურენტული თანაფარდობების გამოყენებით მივიღებთ:

E ტიპის ტალღებისათვის ($E_z \neq 0, H_z = 0$)

$$\left\{ \begin{aligned} E_{r2}^e &= -\xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{\tilde{\gamma}}{\tilde{k}_{pq}} \tilde{G}_{pq}^-(z) \tilde{Z}'_p(\tilde{k}_{pq} r) Q_e(p\varphi), \\ E_{\varphi 2}^e &= -\xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{\tilde{\gamma} p}{\tilde{k}_{pq}^2 r} \tilde{G}_{pq}^-(z) \tilde{Z}_p(\tilde{k}_{pq} r) Q'_e(p\varphi), \\ H_{r2}^e &= -\xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{i\omega \epsilon_1 p}{\tilde{k}_{pq}^2 r} \tilde{G}_{pq}^+(z) \tilde{Z}_p(\tilde{k}_{pq} r) Q'_e(p\varphi), \\ H_{\varphi 2}^e &= \xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{i\omega \epsilon_1}{\tilde{k}_{pq}} \tilde{G}_{pq}^+(z) \tilde{Z}'_p(\tilde{k}_{pq} r) Q_e(p\varphi). \end{aligned} \right. \quad (3.3)$$

H ტიპის ტალღებისათვის ($E_z = 0, H_z \neq 0$)

$$\left\{ \begin{aligned} E_{r2}^h &= \xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{i\omega \mu p}{k_{pq}^2 r} G_{pq}^+(z) Z_p(k_{pq} r) Q'_h(p\varphi), \\ E_{\varphi 2}^h &= -\xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{i\omega \mu}{k_{pq}} G_{pq}^+(z) Z'_p(k_{pq} r) Q_h(p\varphi), \\ H_{r2}^h &= -\xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{\gamma}{k_{pq}} G_{pq}^-(z) Z'_p(k_{pq} r) Q_h(p\varphi), \\ H_{\varphi 2}^h &= -\xi_{mn} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \frac{\gamma p}{k_{pq}^2 r} G_{pq}^-(z) Z_p(k_{pq} r) Q'_h(p\varphi). \end{aligned} \right. \quad (3.4)$$

აქ (') ფუნქციის არგუმენტით წარმოებული ალმნიშვნელია, ხოლო

$$\tilde{G}_{pq}^-(z) = \tilde{X}_{pq} \exp(\gamma_{pq} z) - \tilde{Y}_{pq} \exp(-\gamma_{pq} z),$$

$$G_{pq}^-(z) = X_{pq} \exp(\gamma_{pq} z) - Y_{pq} \exp(-\gamma_{pq} z),$$

საბოლოოდ მივაღებ (2,10) გამოსახულებამდე, სადაც

$$\left\{ \begin{aligned} \Omega_{pq}^{e,h} &= \mathbf{Z}_{p-1} \left(\begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{k}}_{pq} \\ \mathbf{k}_{pq} \end{Bmatrix} \mathbf{r} \right) \mathbf{Q}_{e,h} [(p-1)\varphi] - \mathbf{Z}_{p+1} \left(\begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{k}}_{pq} \\ \mathbf{k}_{pq} \end{Bmatrix} \mathbf{r} \right) \mathbf{Q}_{e,h} [(p+1)\varphi], \\ \tilde{\Omega}_{pq}^{e,h} &= \mathbf{Z}_{p-1} \left(\begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{k}}_{pq} \\ \mathbf{k}_{pq} \end{Bmatrix} \mathbf{r} \right) \mathbf{Q}'_{e,h} [(p-1)\varphi] + \mathbf{Z}_{p+1} \left(\begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{k}}_{pq} \\ \mathbf{k}_{pq} \end{Bmatrix} \mathbf{r} \right) \mathbf{Q}'_{e,h} [(p+1)\varphi], \end{aligned} \right. \quad (3.5)$$

ზვრელში არსებული სრული ველი საბოლოოდ შეიძლება წარმოვადგინოთ \mathbf{E} და \mathbf{H} ტიპის ტალღების სუპერპოზიციის საშუალებით:

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{\mathbf{E}} &= \bar{\mathbf{E}}^e + \bar{\mathbf{E}}^h \\ \bar{\mathbf{H}} &= \bar{\mathbf{H}}^e + \bar{\mathbf{H}}^h \end{aligned} \right. \quad (3.6)$$

§ 2. 2. ამოცანის ფუნქციონალურ და ალგებრულ განტოლებათა სისტემები

ამოცანის ამოხსნის ერთადერთობის პირობის თანახმად, საჭიროა სხვადასხვა არეებში ჩაწერილმა ველის მდგენელებმა დააკმაყოფილონ (2.14) სასაზღვრო პირობები არეთა გამყოფ ზედაპირებზე ($\mathbf{z}=0$, $\mathbf{z}=\mathbf{S}$). შედეგად (2.13) -ის გათვალისწინებით, ისევ მივაღწეოთ (2.15) - (2.18) განტოლებებთან.

ჩვენთვის უკვე ცნობილი პროცედურით, შემოვიღოთ ახალი უცნობები:

$$\mathbf{Z}_{mn}^{\pm} = \mathbf{A}_{mn} \pm \tilde{\mathbf{A}}_{mn} + \sqrt{1 - \alpha_2^2} \delta_{mo} \delta_{no}, \quad \mathbf{t}_{mn}^{\pm} = \mathbf{B}_{mn} \pm \tilde{\mathbf{B}}_{mn} - \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\sqrt{1 - \alpha_2^2}} \delta_{mo} \delta_{no}$$

რომლებიც ფიგურირებენ (2.20) ფუნქციონალურ განტოლებათა სისტემებში. ეს სისტემები პროექტირების მეთოდით კვლავ დაიყვანება (2.22) უსასრულო ალგებრულ განტოლებათა სისტემებზე.

სადაც

$$\mathbf{R}_{pq}^{(l)\pm} = 2\pi\omega\varepsilon \mathbf{i}^{-(p-1)} \left(\frac{\tilde{\gamma}}{\tilde{\mathbf{k}}_{pq} (j_{\nu\mu}^2 - \tilde{\mathbf{k}}_{pq}^2)} \tilde{\Theta}_{\nu\mu}^{pq} + \frac{\mathbf{i}\omega\mu}{\mathbf{a}\mathbf{k}_{pq}^2 (j_{\nu\mu}^2 - \mathbf{k}_{pq}^2)} \Theta_{\nu\mu}^{pq} \right), \quad (3.7)$$

$$\mathbf{R}_{pq}^{(2)\pm} = -2\pi\omega\varepsilon \ i^{-(p-1)} \left(\frac{\tilde{\gamma}}{\tilde{\mathbf{k}}_{pq}^2 (j_{v\mu}^2 - \tilde{\mathbf{k}}_{pq}^2)} \hat{\Theta}_{v\mu}^{pq} - \frac{i\omega\mu}{a\mathbf{k}_{pq}^2 (j_{v\mu}^2 - \mathbf{k}_{pq}^2)} \bar{\Theta}_{v\mu}^{pq} \right), \quad (3.8)$$

$$\Theta_{v\mu}^{pq} = (\mathbf{U}_{pqv\mu}^{(1)} - a\mathbf{p}j_{v\mu} \mathbf{W}_{pqv\mu}^{(1)}) \begin{cases} -\text{sh}(\gamma S/2) \\ +\text{ch}(\gamma S/2) \end{cases} \mathbf{G}_{pq}^{\mp}(S/2),$$

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{pqv\mu}^{(1)} = & \{ [p(p-1) - (a\mathbf{k}_{pq})^2] \mathbf{J}_{p-1}(a\mathbf{j}_{v\mu}) \mathbf{Q}'_h[(p-1)\alpha_{v\mu}] + [p(p+1) - (a\mathbf{k}_{pq})^2] \times \\ & \times \mathbf{J}_{p+1}(a\mathbf{j}_{v\mu}) \mathbf{Q}'_h[(p+1)\alpha_{v\mu}] \} \mathbf{Z}_p(a\mathbf{k}_{pq}) - \{ [p(p-1) - (b\mathbf{k}_{pq})^2] \mathbf{J}_{p-1}(b\mathbf{j}_{v\mu}) \times \\ & \times \mathbf{Q}'_h[(p-1)\alpha_{v\mu}] + ([p(p+1) - (b\mathbf{k}_{pq})^2]/(b/a)^2) \mathbf{J}_{p+1}(b\mathbf{j}_{v\mu}) \times \\ & \times \mathbf{Q}'_h[(p+1)\alpha_{v\mu}] \} \mathbf{Z}_p(b\mathbf{k}_{pq}), \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{pqv\mu}^{(1)} = & \{ \mathbf{J}'_{p-1}(a\mathbf{j}_{v\mu}) \mathbf{Q}'_h[(p-1)\alpha_{v\mu}] - \mathbf{J}'_{p+1}(a\mathbf{j}_{v\mu}) \mathbf{Q}'_h[(p+1)\alpha_{v\mu}] \} \mathbf{Z}_p(a\mathbf{k}_{pq}) - \\ & - (b/a) \{ \mathbf{J}'_{p-1}(b\mathbf{j}_{v\mu}) \mathbf{Q}'_h[(p-1)\alpha_{v\mu}] - \mathbf{J}'_{p+1}(b\mathbf{j}_{v\mu}) \mathbf{Q}'_h[(p+1)\alpha_{v\mu}] \} \mathbf{Z}_p(b\mathbf{k}_{pq}), \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\tilde{\Theta}_{v\mu}^{pq} = (\tilde{\mathbf{U}}_{pqv\mu}^{(1)} - a\mathbf{j}_{v\mu} \tilde{\mathbf{W}}_{pqv\mu}^{(1)}) \begin{cases} -\text{sh}(\tilde{\gamma} S/2) \\ +\text{ch}(\tilde{\gamma} S/2) \end{cases} \mathbf{G}_{pq}^{\pm}(S/2),$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{U}}_{pqv\mu}^{(1)} = & \{ (p-1) \mathbf{J}_{p-1}(a\mathbf{j}_{v\mu}) \mathbf{Q}_e[(p-1)\alpha_{v\mu}] + (p+1) \mathbf{J}_{p+1}(a\mathbf{j}_{v\mu}) \mathbf{Q}_e[(p+1)\alpha_{v\mu}] \} \times \\ & \times \tilde{\mathbf{Z}}_{p+1}(a\tilde{\mathbf{k}}_{pq}) - \{ (p-1) \mathbf{J}_{p-1}(b\mathbf{j}_{v\mu}) \mathbf{Q}_e[(p-1)\alpha_{v\mu}] + (p+1) \mathbf{J}_{p+1}(b\mathbf{j}_{v\mu}) \times \\ & \times \mathbf{Q}_e[(p+1)\alpha_{v\mu}] \} \tilde{\mathbf{Z}}_{p+1}(b\tilde{\mathbf{k}}_{pq}), \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{W}}_{pqv\mu}^{(1)} = & \{ \mathbf{J}'_{p-1}(a\mathbf{j}_{v\mu}) \mathbf{Q}_e[(p-1)\alpha_{v\mu}] - \mathbf{J}'_{p+1}(a\mathbf{j}_{v\mu}) \mathbf{Q}_e[(p+1)\alpha_{v\mu}] \} \tilde{\mathbf{Z}}_{p+1}(a\tilde{\mathbf{k}}_{pq}) - \\ & - (b/a) \{ \mathbf{J}'_{p-1}(b\mathbf{j}_{v\mu}) \mathbf{Q}_e[(p-1)\alpha_{v\mu}] - \mathbf{J}'_{p+1}(b\mathbf{j}_{v\mu}) \mathbf{Q}_e[(p+1)\alpha_{v\mu}] \} \times \\ & \times \tilde{\mathbf{Z}}_{p+1}(b\tilde{\mathbf{k}}_{pq}), \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\bar{\Theta}_{\nu\mu}^{pq} = (U_{pq\nu\mu}^{(2)} - a p j_{\nu\mu} U_{3p\nu\mu}^{(2)}) \begin{Bmatrix} -\operatorname{sh}(\gamma S/2) \\ +\operatorname{ch}(\gamma S/2) \end{Bmatrix} G_{pq}^{\mp}(S/2),$$

$$U_{pq\nu\mu}^{(2)} = \{ [p(p-1) - (ak_{pq})^2] J_{p-1}(aj_{\nu\mu}) Q_h[(p-1)\alpha_{\nu\mu}] + [p(p+1) - (ak_{pq})^2] \times \\ \times J_{p+1}(aj_{\nu\mu}) Q_h[(p+1)\alpha_{\nu\mu}] \} Z_p(ak_{pq}) - \{ [p(p-1) - (bk_{pq})^2] J_{p-1}(bj_{\nu\mu}) \times \\ \times Q_h[(p-1)\alpha_{\nu\mu}] + ([p(p+1) - (bk_{pq})^2] / (b/a)^2) J_{p+1}(bj_{\nu\mu}) \times \\ \times Q_h[(p+1)\alpha_{\nu\mu}] \} Z_p(bk_{pq}), \quad (3.13)$$

$$W_{pq\nu\mu}^{(2)} = \{ J'_{p-1}(aj_{\nu\mu}) Q_h[(p-1)\alpha_{\nu\mu}] - J'_{p+1}(aj_{\nu\mu}) Q_h[(p+1)\alpha_{\nu\mu}] \} Z_p(ak_{pq}) - \\ - (b/a) \{ J'_{p-1}(bj_{\nu\mu}) Q_h[(p-1)\alpha_{\nu\mu}] - J'_{p+1}(bj_{\nu\mu}) Q_h[(p+1)\alpha_{\nu\mu}] \} Z_p(bk_{pq}), \quad (3.14)$$

$$\hat{\Theta}_{\nu\mu}^{pq} = (\tilde{U}_{pq\nu\mu}^{(2)} - a j_{\nu\mu} \tilde{W}_{pq\nu\mu}^{(2)}) \begin{Bmatrix} -\operatorname{sh}(\tilde{\gamma} S/2) \\ +\operatorname{ch}(\tilde{\gamma} S/2) \end{Bmatrix} \tilde{G}_{pq}^{\pm}(S/2),$$

$$\tilde{U}_{pq\nu\mu}^{(2)} = \{ (p-1) J_{p-1}(aj_{\nu\mu}) Q'_e[(p-1)\alpha_{\nu\mu}] + (p+1) J_{p+1}(aj_{\nu\mu}) Q'_e[(p+1)\alpha_{\nu\mu}] \} \times \\ \times \tilde{Z}_{p+1}(a\tilde{k}_{pq}) - \{ (p-1) J_{p-1}(bj_{\nu\mu}) Q'_e[(p-1)\alpha_{\nu\mu}] + (p+1) J_{p+1}(bj_{\nu\mu}) \times \\ \times Q'_e[(p+1)\alpha_{\nu\mu}] \} \tilde{Z}_{p+1}(b\tilde{k}_{pq}), \quad (3.15)$$

$$\tilde{W}_{pq\nu\mu}^{(2)} = \{ J'_{p-1}(aj_{\nu\mu}) Q'_e[(p-1)\alpha_{\nu\mu}] - J'_{p+1}(aj_{\nu\mu}) Q'_e[(p+1)\alpha_{\nu\mu}] \} \tilde{Z}_{p+1}(a\tilde{k}_{pq}) - \\ - (b/a) \{ J'_{p-1}(bj_{\nu\mu}) Q'_e[(p-1)\alpha_{\nu\mu}] - J'_{p+1}(bj_{\nu\mu}) Q'_e[(p+1)\alpha_{\nu\mu}] \} \times \\ \times \tilde{Z}_{p+1}(b\tilde{k}_{pq}), \quad (3.16)$$

მაშასადამე $R_{pq}^{(1)\pm}$ და $R_{pq}^{(2)\pm}$ ერთმანეთში გადადიან

$$Q_e[(p\pm 1)\alpha_{\nu\mu}] \Leftrightarrow \pm Q'_e[(p\pm 1)\alpha_{\nu\mu}], \\ Q_h[(p\pm 1)\alpha_{\nu\mu}] \Leftrightarrow \mp Q'_h[(p\pm 1)\alpha_{\nu\mu}], \quad (3.17)$$

ცვლილებების გათვალისწინებით.

გამოვიყენოთ სასაზღვრო პირობები მაგნიტური ველის მდგენელებისათვის ცილინდრულ კოორდინატებში (რომელიც გამომდინარეობს ველის უწყვეტობიდან):

$$\begin{cases} \mathbf{H}_{r1} = \mathbf{H}_{r2} \\ \mathbf{H}_{\varphi1} = \mathbf{H}_{\varphi2} \end{cases} \Big|_{z=0} \quad \begin{cases} \mathbf{H}_{r3} = \mathbf{H}_{r2} \\ \mathbf{H}_{\varphi3} = \mathbf{H}_{\varphi2} \end{cases} \Big|_{z=-S} \quad (3.18)$$

და ჩავწეროთ იგი ცხადი სახით. შედეგათ მივიღებთ (2.35) -ის მსგავს განტოლებათა სისტემას, სადაც

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{pq}^{(1,2)} = & \mp \frac{i\omega\varepsilon_1}{2\tilde{k}_{pq}} [Z_{p-1}(\tilde{k}_{pq}r) \pm Z_{p+1}(\tilde{k}_{pq}r)] \tilde{G}_{pq}^+(0) \begin{Bmatrix} Q'_e(p\varphi) \\ Q_e(p\varphi) \end{Bmatrix} - \\ & - \frac{\gamma}{2k_{pq}} [Z_{p-1}(k_{pq}r) \mp Z_{p+1}(k_{pq}r)] G_{pq}^-(0) \begin{Bmatrix} Q_h(p\varphi) \\ Q'_h(p\varphi) \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{pq}^{(3,4)} = & \mp \frac{i\omega\varepsilon_1}{2\tilde{k}_{pq}} [Z_{p-1}(\tilde{k}_{pq}r) \pm Z_{p+1}(\tilde{k}_{pq}r)] \tilde{G}_{pq}^+(S) \begin{Bmatrix} Q'_e(p\varphi) \\ Q_e(p\varphi) \end{Bmatrix} - \\ & - \frac{\gamma}{2k_{pq}} [Z_{p-1}(k_{pq}r) \mp Z_{p+1}(k_{pq}r)] G_{pq}^-(S) \begin{Bmatrix} Q_h(p\varphi) \\ Q'_h(p\varphi) \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.20)$$

თუკი ეხლა შევკრიბავთ და გამოვაკლებთ (2.35) სისტემის I და III, შემდეგ კი II და IV განტოლებებს, მაშინ მივიღებთ ფუნქციონალურ განტოლებათა სისტემების კიდევ ერთ წყვილს:

$$\begin{cases} \sin\varphi \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} Z_{mn}^{\pm} \exp\psi_{mn}^{(0)} + \cos\varphi \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} t_{mn}^{\pm} \exp\psi_{mn}^{(0)} = \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \Phi_{pq}^{(1)}, \\ \cos\varphi \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} Z_{mn}^{\pm} \exp\psi_{mn}^{(0)} - \sin\varphi \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} t_{mn}^{\pm} \exp\psi_{mn}^{(0)} = \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \Phi_{pq}^{(2)}, \end{cases} \quad (3.21)$$

$$\Phi_{pq}^{(1)} = \tilde{\rho}_{pq}^{(1)} \pm \tilde{\rho}_{pq}^{(3)}, \quad \Phi_{pq}^{(2)} = \tilde{\rho}_{pq}^{(2)} \pm \tilde{\rho}_{pq}^{(4)}.$$

განვსაზღვროთ \tilde{X}_{pq} , \tilde{Y}_{pq} , X_{pq} , Y_{pq} უცნობები Z_{mn}^{\pm} და t_{mn}^{\pm} კოეფიციენტების

საშუალებით. ამისათვის (3.21) სისტემის I და II განტოლება გავამრავლოთ

რიგ-რიგობით ფუნქციებზე: $Q_e'^*(i\varphi)[\tilde{Z}_{i-1}(\tilde{\mathbf{k}}_{it}\mathbf{r}) + \tilde{Z}_{i+1}(\tilde{\mathbf{k}}_{it}\mathbf{r})]rdrd\varphi$ და

$Q_h'^*(i\varphi)[\tilde{Z}_{i-1}(\mathbf{k}_{it}\mathbf{r}) - \tilde{Z}_{i+1}(\mathbf{k}_{it}\mathbf{r})]rdrd\varphi$ (* ფუნქციის კომპლექსურად შეუღლებულია)

და ავიღოთ ინტეგრალი საზღვრებში ($0 \leq r \leq a$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$). მაშინ რთული მათემატიკური გარდაქმნებით მივიღებთ:

$$\begin{cases} \tilde{G}_{pq}^\pm(-S/2) = -\tilde{\mathbf{k}}_{pq} F_1^\pm / 2i\omega\epsilon_1 \pi a^2 \sigma_{pq}^{(1)} \begin{cases} + \operatorname{ch}(\tilde{\gamma}S/2) \\ - \operatorname{sh}(\tilde{\gamma}S/2) \end{cases}, \\ G_{pq}^\mp(-S/2) = -\mathbf{k}_{pq}^3 F_2^\pm / 2\pi\gamma\sigma_{pq}^{(2)} \begin{cases} + \operatorname{ch}(\gamma S/2) \\ - \operatorname{sh}(\gamma S/2) \end{cases}, \end{cases} \quad (3.22)$$

აქ გვაქვს

$$\sigma_{pq}^{(1)} = [\tilde{Z}_{p+1}^2(\tilde{\mathbf{k}}_{pq}\mathbf{a}) - \tau^2 \tilde{Z}_{p+1}^2(\tilde{\mathbf{k}}_{pq}\mathbf{b})], \quad (3.23)$$

$$\sigma_{pq}^{(2)} = \{Z_p^2(\mathbf{k}_{pq}\mathbf{a})[p^2 - (\mathbf{a}\mathbf{k}_{pq})^2] - Z_p^2(\mathbf{k}_{pq}\mathbf{b})[p^2 - (\mathbf{b}\mathbf{k}_{pq})^2]\}, \quad (3.24)$$

სადაც $\tau = (\mathbf{b}/\mathbf{a})$,

$$F_1^\pm = \pi i^{p-1} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (Z_{mn}^\pm \tilde{\lambda}_{pqmn}^{(1)*} - t_{mn}^\pm \tilde{\lambda}_{pqmn}^{(2)*}) \cdot \frac{1}{(j_{mn}^2 - \tilde{\mathbf{k}}_{pq}^2)}, \quad (3.25)$$

$$F_2^\pm = -\pi i^{p-1} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (Z_{mn}^\pm \lambda_{pqmn}^{(1)*} - t_{mn}^\pm \lambda_{pqmn}^{(2)*}) \cdot \frac{1}{\mathbf{k}_{pq}\mathbf{a}(j_{mn}^2 - \mathbf{k}_{pq}^2)}, \quad (3.26)$$

$$\begin{cases} \tilde{\lambda}_{pqmn}^{(1,2)} = \tilde{U}_{pqmn}^{(1,2)} - \mathbf{a}j_{mn} \tilde{W}_{pqmn}^{(1,2)}, \\ \lambda_{pqmn}^{(1,2)} = U_{pqmn}^{(1,2)} - \mathbf{p}aj_{mn} W_{pqmn}^{(1,2)}, \end{cases} \quad (3.27)$$

ჩავსვათ (3.22) გამოსახულებები (3.7) და (3.8) სიდიდეებში და მიღებული შედეგი კი (2.22) განტოლებათა სისტემაში. საბოლოოდ მივიღებთ დასმული ამოცანის შესაბამის უსასრულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემას:

$$\begin{cases} M_{\nu\mu}^{(1)} Z_{\nu\mu}^\pm + N_{\nu\mu} t_{\nu\mu}^\pm + h_\nu \zeta_{\nu\mu} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (D_{1mn}^\pm Z_{mn}^\pm + D_{2mn}^\pm t_{mn}^\pm) = V_{\nu\mu} \\ N_{\nu\mu} Z_{\nu\mu}^\pm + M_{\nu\mu}^{(2)} t_{\nu\mu}^\pm + h_\mu \zeta_{\nu\mu} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (D_{3mn}^\pm Z_{mn}^\pm + D_{4mn}^\pm t_{mn}^\pm) = 0 \end{cases} \quad (3.28)$$

($\nu=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ $\mu=0, \pm 1, \pm 2, \dots$).

განტოლებათა სისტემებში შემავალი სიდიდეების არსი ჩვენთვის უკვე ცნობილია წინა თავიდან, ხოლო მატრიცული ელემენტებისათვის გვექნება:

$$\begin{aligned} D_{1,2mn}^{\pm} = & \pm \frac{\pi i}{\epsilon_r a^2} \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \left(\frac{\tilde{\gamma}}{(j_{v\mu}^2 - \tilde{k}_{pq}^2)(j_{mn}^2 - \tilde{k}_{pq}^2)} \sigma_{pq}^{(1)} \tilde{\lambda}_{pqv\mu}^{(1)} \tilde{\lambda}_{pqmn}^{*(1,2)} \left\{ \begin{array}{l} \text{th}(\tilde{\gamma}S/2) \\ \text{cth}(\tilde{\gamma}S/2) \end{array} \right\} + \right. \\ & \left. + \frac{k_1^2}{\gamma(j_{v\mu}^2 - k_{pq}^2)(j_{mn}^2 - k_{pq}^2)} \sigma_{pq}^{(2)} \lambda_{pqv\mu}^{(1)} \lambda_{pqmn}^{*(1,2)} \left\{ \begin{array}{l} \text{th}(\gamma S/2) \\ \text{cth}(\gamma S/2) \end{array} \right\} \right). \end{aligned} \quad (3.29)$$

შემოვიტანოთ უგანზომილებო ცვლადები $\theta_1=2a/d$, $\theta_2=2a/l$, $\chi_1=d/\lambda$, $\chi_2=l/\lambda$, $\delta=S/\lambda$, ($\theta_1\chi_1=\theta_2\chi_2$).

მაშინ, ისევე როგორც ცილინდრული ხვრელებისათვის, მივიღებთ:

$$\begin{cases} \tilde{M}_{v\mu}^{(1)} Z_{v\mu}^{\pm} + \tilde{N}_{v\mu} t_{v\mu}^{\pm} + H_v \tilde{\zeta}_{v\mu} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (\tilde{D}_{1mn}^{\pm} Z_{mn}^{\pm} + \tilde{D}_{2mn}^{\pm} t_{mn}^{\pm}) = \tilde{V}_{v\mu} \\ \tilde{N}_{v\mu} Z_{v\mu}^{\pm} + \tilde{M}_{v\mu}^{(2)} t_{v\mu}^{\pm} + H_{\mu} \tilde{\zeta}_{v\mu} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (\tilde{D}_{3mn}^{\pm} Z_{mn}^{\pm} + \tilde{D}_{4mn}^{\pm} t_{mn}^{\pm}) = 0 \end{cases} \quad (3.30)$$

($v=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ $\mu=0, \pm 1, \pm 2, \dots$)

ახალი სისტემის მატრიცულ ელემენტებს ექნებათ სახე:

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{1,2mn}^{\pm} = & \pm \sum_{\substack{p=0 \\ q=1}}^{\infty} \left(\frac{\tilde{\Gamma}}{(\hat{j}_{v\mu}^2 - \hat{k}_{pq}^2)(\hat{j}_{mn}^2 - \hat{k}_{pq}^2)} \hat{\sigma}_{pq}^{(1)} \tilde{\lambda}_{pqv\mu}^{(1)} \tilde{\lambda}_{pqmn}^{*(1,2)} \left\{ \begin{array}{l} \text{th}(\pi\delta\tilde{\Gamma}) \\ \text{cth}(\pi\delta\tilde{\Gamma}) \end{array} \right\} + \right. \\ & \left. + \frac{\epsilon_r}{\Gamma(\hat{j}_{v\mu}^2 - \bar{k}_{pq}^2)(\hat{j}_{mn}^2 - \bar{k}_{pq}^2)} \hat{\sigma}_{pq}^{(2)} \hat{\lambda}_{pqv\mu}^{(1)} \hat{\lambda}_{pqmn}^{*(1,2)} \left\{ \begin{array}{l} \text{th}(\pi\delta\Gamma) \\ \text{cth}(\pi\delta\Gamma) \end{array} \right\} \right), \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\begin{cases} \tilde{\lambda}_{pqmn}^{(1,2)} = \check{U}_{pqmn}^{(1,2)} - \pi\theta_1\chi_1 \hat{j}_{v\mu} \check{W}_{pqmn}^{(1,2)}, \\ \hat{\lambda}_{pqmn}^{(1,2)} = \hat{U}_{pqmn}^{(1,2)} - p\pi\theta_1\chi_1 \hat{j}_{v\mu} \hat{W}_{pqmn}^{(1,2)}, \end{cases} \quad (3.32)$$

$$\hat{\sigma}_{pq}^{(1)} = [\tilde{Z}_{p+1}^2(\tilde{\beta}_{pq}) - \tau^2 \tilde{Z}_{p+1}^2(\tau\tilde{\beta}_{pq})], \quad (3.33)$$

$$\hat{\sigma}_{pq}^{(2)} = \{Z_p^2(\beta_{pq})[p^2 - (\beta_{pq})^2] - Z_p^2(\tau\beta_{pq})[p^2 - (\tau\beta_{pq})^2]\}, \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{pq\nu\mu}^{(1,2)} = & (p-1) \left\{ \begin{array}{l} Q_e[(p-1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q'_e[(p-1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{array} \right\} \left[J_{p-1}(\pi\theta_1\chi_1\hat{j}_{\nu\mu})\tilde{Z}_{p+1}(\tilde{\beta}_{pq}) - \right. \\ & \left. - J_{p-1}(\pi\tau\theta_1\chi_1\hat{j}_{\nu\mu})\tilde{Z}_{p+1}(\tau\tilde{\beta}_{pq}) \right] \pm (p+1) \left\{ \begin{array}{l} Q_e[(p+1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q'_e[(p+1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{array} \right\} \times \\ & \times [J_{p+1}(\pi\theta_1\chi_1\hat{j}_{\nu\mu})\tilde{Z}_{p+1}(\tilde{\beta}_{pq}) - J_{p+1}(\pi\tau\theta_1\chi_1\hat{j}_{\nu\mu})\tilde{Z}_{p+1}(\tau\tilde{\beta}_{pq})], \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{pq\nu\mu}^{(1,2)} = & \left\{ \begin{array}{l} Q_e[(p-1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q'_e[(p-1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{array} \right\} \left[J'_{p-1}(\pi\theta_1\chi_1\hat{j}_{\nu\mu})\tilde{Z}_{p+1}(\tilde{\beta}_{pq}) - \right. \\ & \left. - \tau J'_{p-1}(\pi\tau\theta_1\chi_1\hat{j}_{\nu\mu})\tilde{Z}_{p+1}(\tilde{\beta}_{pq}) \right] \mp \left\{ \begin{array}{l} Q_e[(p+1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q'_e[(p+1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{array} \right\} \times \\ & \times [J'_{p+1}(\pi\theta_1\chi_1\hat{j}_{\nu\mu})\tilde{Z}_{p+1}(\tilde{\beta}_{pq}) - \tau J'_{p+1}(\pi\tau\theta_1\chi_1\hat{j}_{\nu\mu})\tilde{Z}_{p+1}(\tau\tilde{\beta}_{pq})], \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} \hat{U}_{pq\nu\mu}^{(1,2)} = & [p(p-1) - \beta_{pq}^2] J_{p-1}(\pi\theta_1\chi_1\hat{j}_{\nu\mu}) Z_p(\beta_{pq}) \left\{ \begin{array}{l} Q'_h[(p-1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q_h[(p-1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{array} \right\} \pm \\ & \pm [p(p+1) - \beta_{pq}^2] J_{p+1}(\pi\theta_1\chi_1\hat{j}_{\nu\mu}) Z_p(\beta_{pq}) \left\{ \begin{array}{l} Q'_h[(p+1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q_h[(p+1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{array} \right\} - \\ & - \frac{p(p-1) - \beta_{pq}^2}{\tau^2} J_{p-1}(\pi\tau\theta_1\chi_1\hat{j}_{\nu\mu}) Z_p(\tau\beta_{pq}) \left\{ \begin{array}{l} Q'_h[(p-1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q_h[(p-1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{array} \right\} \mp \\ & \mp \frac{p(p+1) - \beta_{pq}^2}{\tau^2} J_{p+1}(\pi\tau\theta_1\chi_1\hat{j}_{\nu\mu}) Z_p(\tau\beta_{pq}) \left\{ \begin{array}{l} Q'_h[(p+1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q_h[(p+1)\hat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{array} \right\}, \end{aligned} \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned}
\widehat{W}_{pq\nu\mu}^{(1,2)} = & J'_{p-1}(\pi\theta_1\chi_1\widehat{j}_{\nu\mu})Z_p(\beta_{pq})\left\{\begin{array}{l} Q'_h[(p-1)\widehat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q_h[(p-1)\widehat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{array}\right\} \mp \\
& \mp J'_{p+1}(\pi\theta_1\chi_1\widehat{j}_{\nu\mu})Z_p(\beta_{pq})\left\{\begin{array}{l} Q'_h[(p+1)\widehat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q_h[(p+1)\widehat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{array}\right\} - \\
& - J'_{p-1}(\pi\tau\theta_1\chi_1\widehat{j}_{\nu\mu})Z_p(\tau\beta_{pq})\left\{\begin{array}{l} Q'_h[(p-1)\widehat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q_h[(p-1)\widehat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{array}\right\} \pm \\
& \pm J'_{p+1}(\pi\tau\theta_1\chi_1\widehat{j}_{\nu\mu})Z_p(\tau\beta_{pq})\left\{\begin{array}{l} Q'_h[(p+1)\widehat{\alpha}_{\nu\mu}] \\ Q_h[(p+1)\widehat{\alpha}_{\nu\mu}] \end{array}\right\}, \tag{3.38}
\end{aligned}$$

$\widetilde{D}_{3,4mn}^{\pm}$ მიიღება (3.31) გამოსახულებიდან (1.17) - ის გამოყენებით.

საბოლოოდ (3.30) განტოლებათა სისტემა, წინა თავებში აპრობირებული გარდაქმნებით, დაიყვანება (1.32) სახეზე.

აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ ზღვრულ შემთხვევაში, როცა კოაქსიალის შიგა გამტარის რადიუსი მიისწრაფის ნულისაკენ ($b \rightarrow 0$ ე.ი. $\tau \rightarrow 0$), კოაქსიალური ტალღამტარის შიგნით არსებული ველის შესაბამისი ტალღური ფუნქციები გადადის წრიული კვეთის ტალღამტართა ველის ტალღურ ფუნქციებში და ამ თავში მიღებული ყველა ფორმულა ემთხვევა მეორე თავის შესაბამის გამოსახულებებს.

§3.3 რიცხვითი შედეგები და მათი ანალიზი

დასმული ამოცანის შესაბამისი წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემების რედუქციის მეთოდით ამოხსნის საფუძველზე მიღებული რიცხვითი შედეგები წარმოდგენილია ნახ.3.2-3.19-ზე. გამოთვლები ჩატარებულია $\tau=b/a=0,1$ მნიშვნელობისათვის. ამ პარამეტრის უფრო მაღალი სიდიდეების შემთხვევაში ეკრანში ველის გავლა იმდენად უმნიშვნელოა, რომ მათი განხილვა პრაქტიკულად უაზრო ხდება. წარმოდგენილი მასალის საფუძველზე, შეიძლება დავასკვნათ, რომ მესერში გავლის კოეფიციენტის სხვადასხვა პარამეტრზე დამოკიდებულების ზოგადი თვისობრივი სურათი ზემოთ განხილულ შემთხვევებთან შედარებით უცვლელი რჩება. მიუხედავად ამისა, უნდა აღინიშნოს გარკვეული სპეციფიური განსხვავებებიც:

1. წინა თავებში განხილული სტრუქტურებისათვის მიღებული შედეგებისაგან განსხვავებით, გავლის კოეფიციენტის $|T_{00}|$ -ის სიხშირულ პარამეტრზე დამოკიდებულების გრაფიკზე, ერთტალღოვან დიაპაზონში ($\chi \leq 1$), დაიკვირვება ოსცილაციური პიკების შედარებით მეტი რაოდენობა (ნახ.3.2-3.4). ეს მოვლენა გაპირობებულია სიხშირეთა შკალაზე ტალღგამტარების საკუთარი მოდების კრიტიკულ სიხშირეთა უფრო მჭიდრო განლაგებით, ვიდრე ეს გვექონდა წინა ამოცანებში. ე.ი. არსებულ გამრბენ ტალღათა მეტი რაოდენობით მოცემულ ხვრელებში. აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ თუკი ამ დიაპაზონში გავლის კოეფიციენტის ინტენსივობა ნებისმიერ ხვრელში დაახლოებით ერთი და იგივეა, გრძელტალღოვან არეში ($\chi > 1$) ეს ინტენსივობა კოაქსიალური ხვრელისათვის მკვეთრად არის შემცირებული (ნახ.34). ეს შედარებითი ანალიზი საშუალებას გვაძლევს გამოვიყენოთ მესერების ის ნაირსახეობა, რომელიც უფრო მიესადაგება დასმულ ამოცანას მოცემულ სიხშირულ დიაპაზონში.

2. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება ეკრანის ფარდობით სისქეზე (δ) მოცემულია ნახ.3.6-3.9-ზე. მიღებული შედეგების ანალიზი ნათლად აჩვენებს, რომ ხვრელებში არსებული ქრობადი ველების საშუალებით ეკრანის უკანა მხარეს გაჟონვის დონე შედარებით უფრო დაბალია და მისი ვარდნა ხდება უფრო მაღალი რიგის ექსპონენციალური ხარისხით, ვიდრე ეს გვექონდა წინა შემთხვევებში (ნახ.3-6).

ხვრელში გამრბენი ტალღების არსებობისას, მრუდების ცვლილების პერიოდულობა ძალაში რჩება გასული ველის ყველა ჰარმონიკისათვის (ნახ.3.7-3.9). ამასთან ერთად, ძირითადად გავლის კოეფიციენტისათვის, შეიმჩნევა მკვეთრი

რეზონანსები იმავე პერიოდით (ნახ.3.7). ეს რეზონანსები შეესაბამება არსებული ღია კოაქსიალური რეზონატორების „საკუთარ“ სიხშირეებს. აღსანიშნავია, რომ ხვრელებში გამრბენი ტალღების რაოდენობის ზრდასთან ერთად ხდება ამ რეზონანსული მრუდების გადაფარვა (ვინაიდან მათი კრიტიკული სიხშირეები მჭიდროდ არიან განლაგებული) და ხაზის გაგანიერება. შესაბამისად მათი აღმოჩენა მრავალმოდინანი ტალღამტარული მონაკვეთების შემთხვევაში თითქმის შეუძლებელია.

3. პერფორირებულ ეკრანებში ველის გავლის კოეფიციენტის სხვადასხვა პარამეტრებზე დამოკიდებულების ადრე დადგენილი ხასიათი გაცილებით უფრო მგრძობიარეა კოაქსიალურ ხვრელებში არსებული სივრცის მახასიათებელი ფარდობითი დიელექტრიკული შეღწევადობის (ϵ_r) ცვლილების მიმართ (ნახ.3.10-3.11), ვიდრე ეს გვექონდა წინა თავებში განხილულ შემთხვევებში. ასე მაგალითად, ერთტალღოვან დიაპაზონში ϵ_r -ზე $|T_{00}|$ - ის დამოკიდებულების სურათზე მიღებული ველის სრული გავლის პიკების რაოდენობა მოცემულ მონაკვეთზე თითქმის ორჯერ უფრო მეტია, ვიდრე ცილინდრული ხვრელებისათვის (ნახ.3.11).

4. ეკრანზე პირველადი ველის ნებისმიერი ორიენტაციით (სხვადასხვა ψ და ϕ კუთხეებისათვის) დაცემის დროს მიღებული შედეგები მოცემულია ნახ.3.12,3.13-ზე. ამ გრაფიკებიდან ჩანს, რომ ϕ და ψ კუთხეების ცვლილებისას დამოკიდებულების ხასიათი მკვეთრად ოსცილირებადი ხდება და მათი ფიზიკური ანალიზი თითქმის შეუძლებელია. მაშასადამე, აღნიშნული ორიენტაციები ტექნიკური ამოცანების გადასაწყვეტად მეტად არახელსაყრელია.

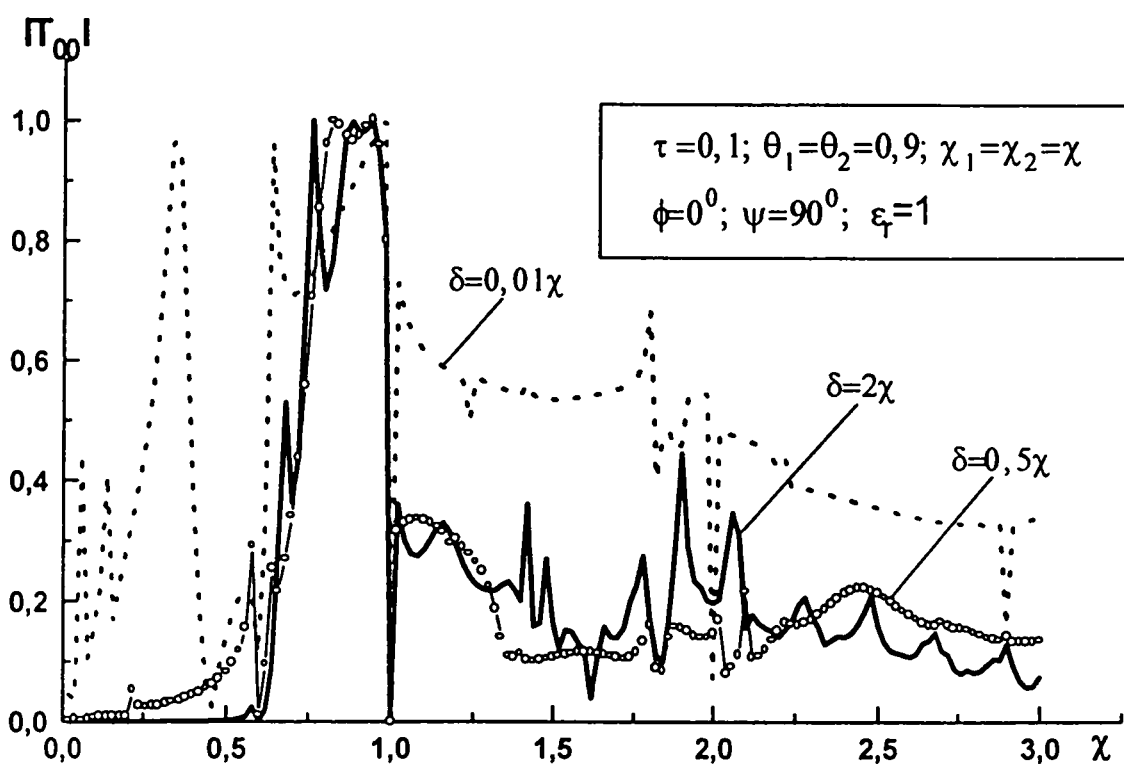
5. ნახ.3.14, 3.15-ზე მოცემულია ახლო ველების განაწილების სურათები სხვადასხვა ϵ_r -ის მნიშვნელობებისათვის. როგორც ვხედავთ, ველის მაქსიმუმები ეკრანის ორივე მხარეს განლაგებულია მეტალური ნაწილების ქვეშ. ამ წერტილების შესაბამისი განივი კოორდინატები ერთიდაიგივეა მესერის წინაც და უკანაც ($x, y, = \pm n\lambda/2$ ($n=0,1,2,\dots$)), მაშინ როცა გასწვრივი კოორდინატები სულ სხვადასხვაა. ასე მაგალითად, ეკრანის წინ კოაქსიალის შიგა გამტარის გასწვრივ ეს მაქსიმუმები მოთავსებულია $z=n\lambda/2$ ($n=1,2,3,\dots$) მნიშვნელობის შესაბამის წერტილებში, ხოლო ეკრანის დანარჩენი მეტალური ზედაპირისათვის კი $z=n\lambda$ ($n=0,1,2,\dots$)-ში. ეკრანის უკან კოორდინატები იცვლება და შესაბამისად ტოლია $z=-3n\lambda/4$ და $z=-n\lambda/2$ ($n=1,2,3,\dots$) -სა.

ნახ.3.15-ზე, ისევე როგორც ცილინდრული კვეთის ხვრელების შემთხვევაში, დაიკვირვება არეების მაქსიმალური შეთანხმების მოვლენა (როდესაც გასული და არეკვლილი ველის სტრუქტურა თითქმის იდენტურია), ოღონდ იმ განსხვავებით, რომ ახლა დიელექტრიკული შეღწევადობის მნიშვნელობა ორჯერ უფრო მცირეა ($\epsilon_r=2,5$).

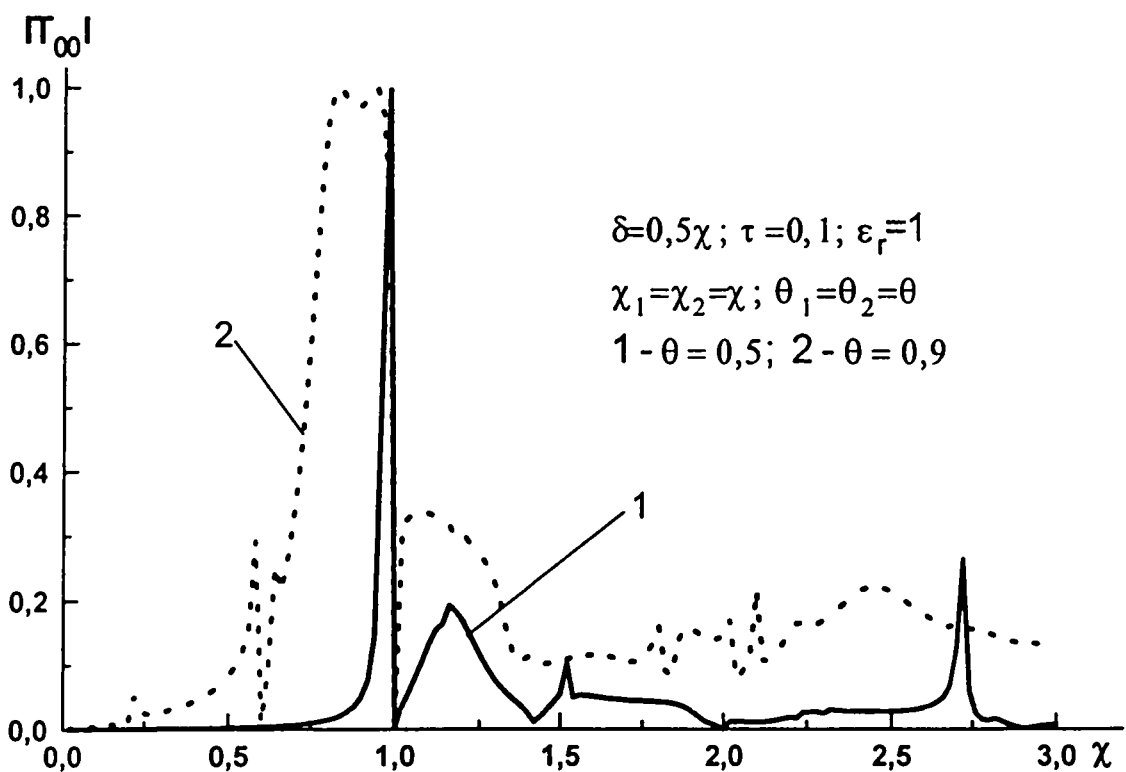
6. კოაქსიალური კვეთის ნახევრადლია რეზონატორებისაგან შედგენილ ბრტყელ ეკრანზე ელექტრომაგნიტური ტალღების დიფრაქციის ამოცანის შედეგები წარმოდგენილია ნახ.3.16-3.19 -ზე.

ამ გრაფიკებიდან ჩანს, რომ „ზღურბლური“ მოვლენების განხილვისას, ცილინდრული კვეთის ხვრელებისაგან განსხვავებით, ისევ დაიკვირვება ორმაგი რეზონანსების მოვლენები (ნახ.3.17,3.18), რომელებიც აღწერილი გვაქვს მართკუთხა ტალღამტარების მესერის ამოცანაში.

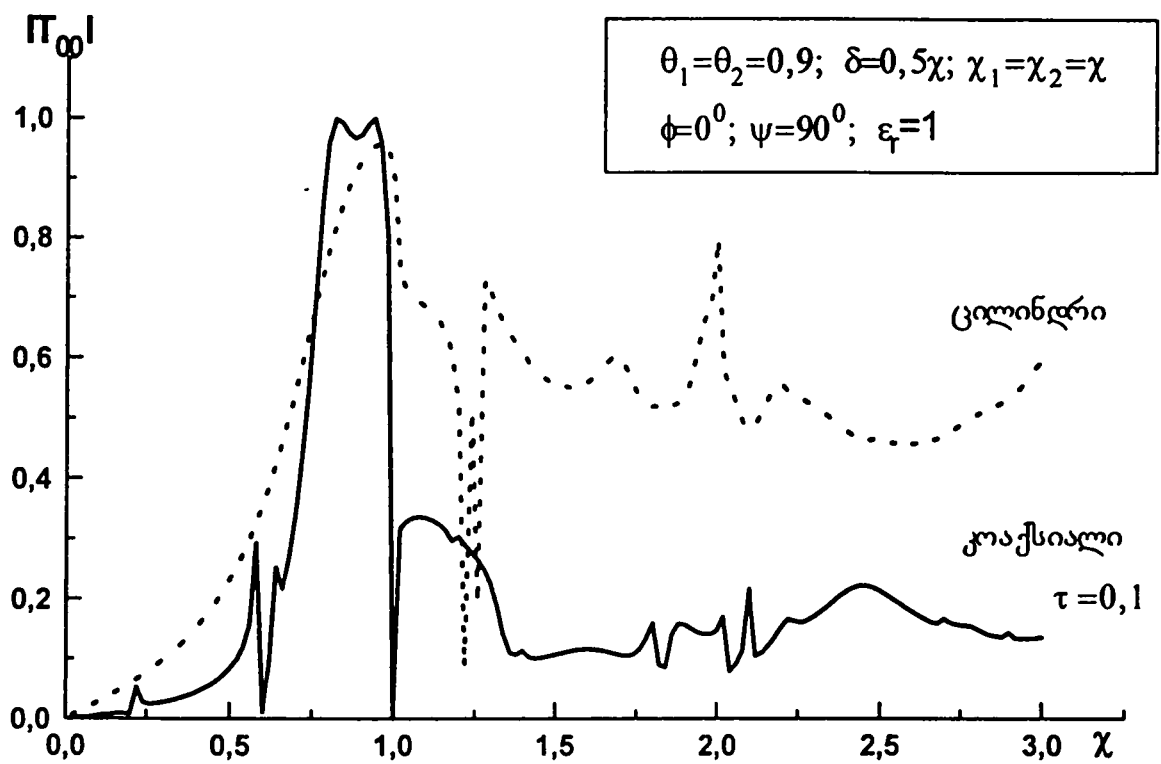
ეკრანის წინ არსებული სრული ველის ნულოვანი ჰარმონიკის ამპლიტუდის მოდულის დამოკიდებულება რეზონატორების შიგნით არსებული სივრცის ფარდობით დიელექტრიკულ შეღწევადობაზე ასახულია ნახ.3.19-ზე. ეს კოეფიციენტი პრაქტიკულად მუდმივი რჩება ϵ_r -ის მცირე დიაპაზონის გარდა. ანუ თითქმის სრული არეკვლა განიცდის მკვეთრ ჩავარდნას ϵ_r -ის გარკვეულ ვიწრო ზოლში. ამ მომენტში ხდება ველის „ჩაკეტვა“ რეზონატორების შიგნით. დაცემული ტალღის ენერგია თითქმის მთლიანად კონცენტრირდება ხვრელებში, რაც იწვევს ამრეკლი ეკრანის „ჩაბნელებას“ .



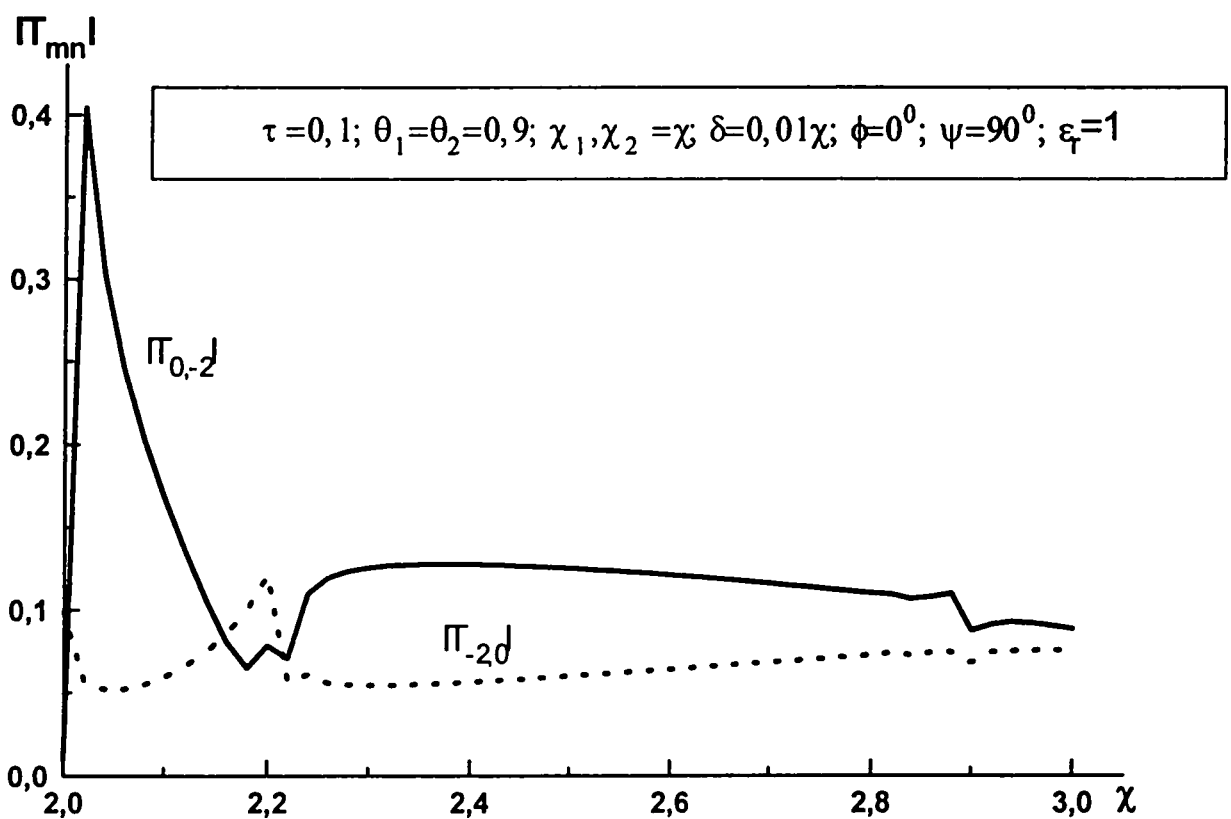
ნახ.3.2 გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირეზე



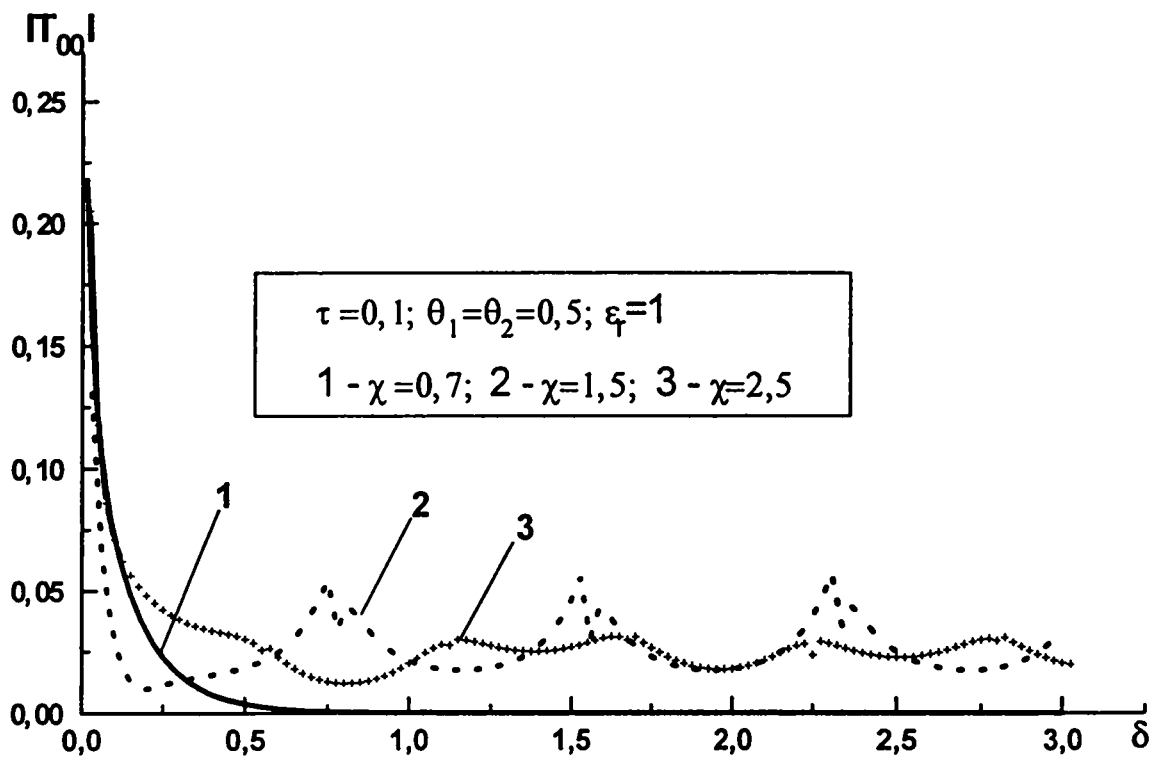
ნახ.3.3 გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირეზე



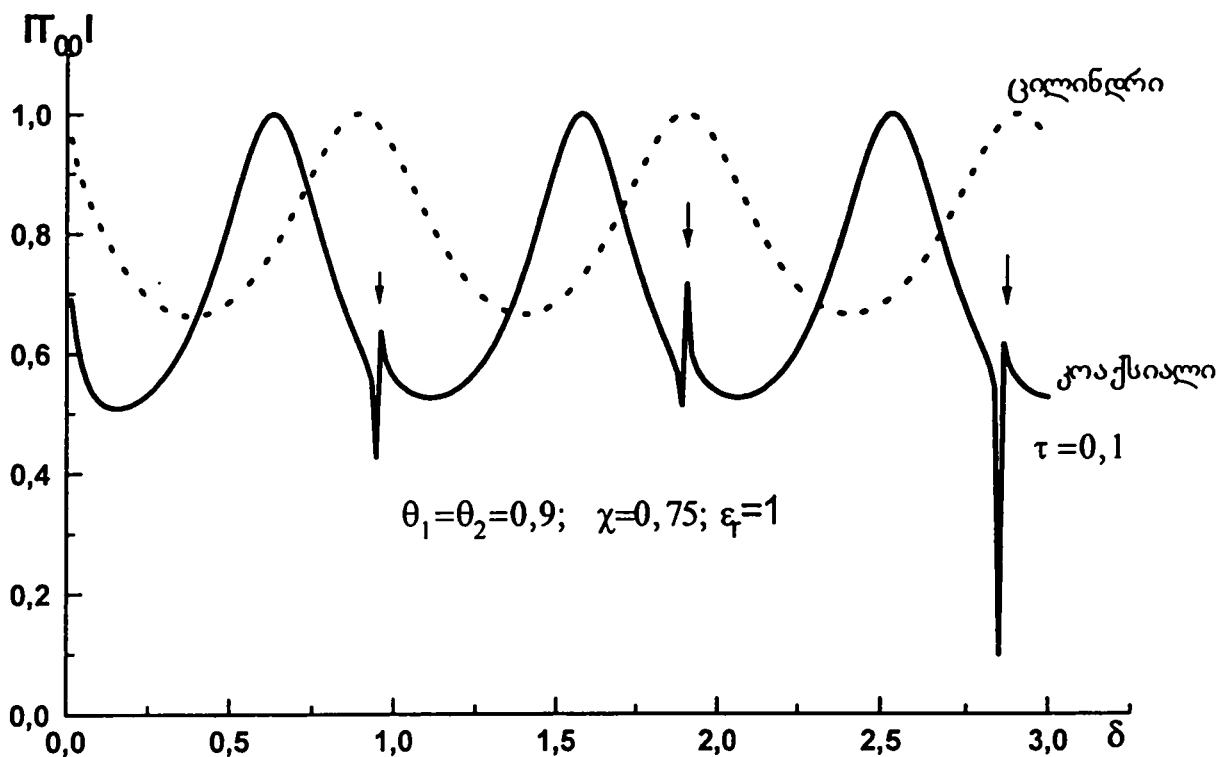
ნახ.3.4 გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირეზე



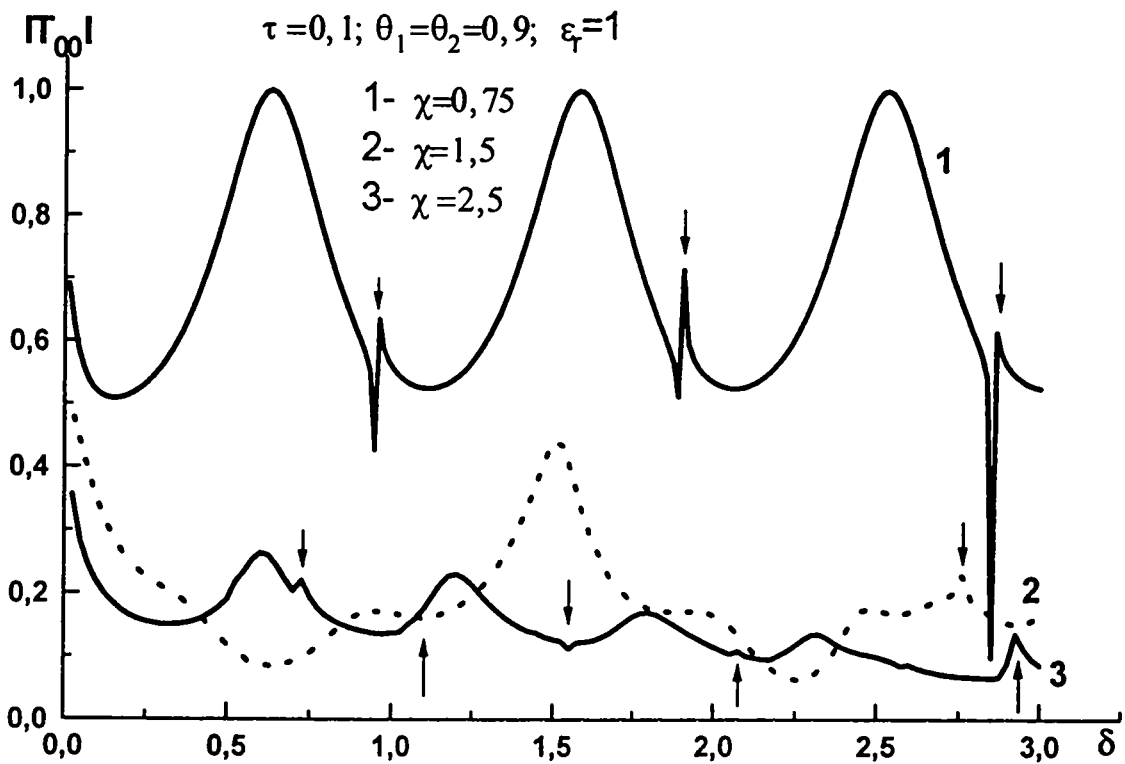
ნახ.3.5 მაღალი რიგის ჰარმონიკების ამპლიტუდების მოდულის დამოკიდებულება სიხშირეზე



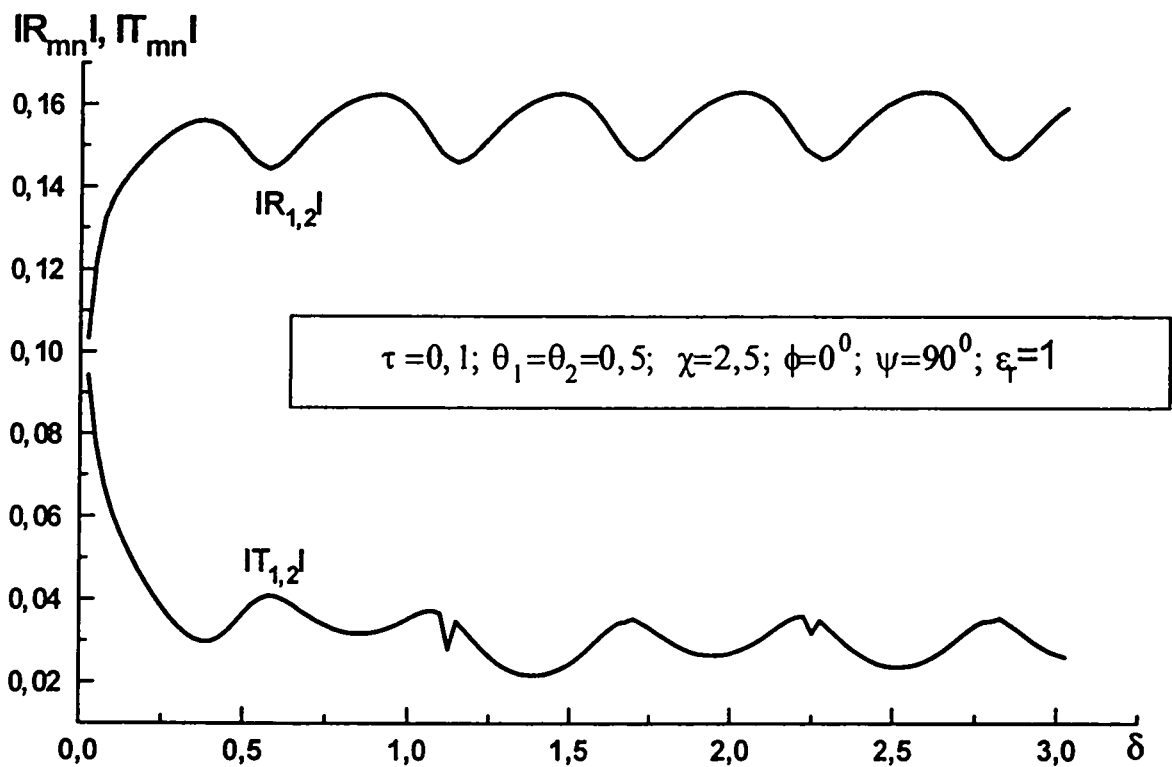
ნახ.3.6 გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება ეკრანის სისქეზე



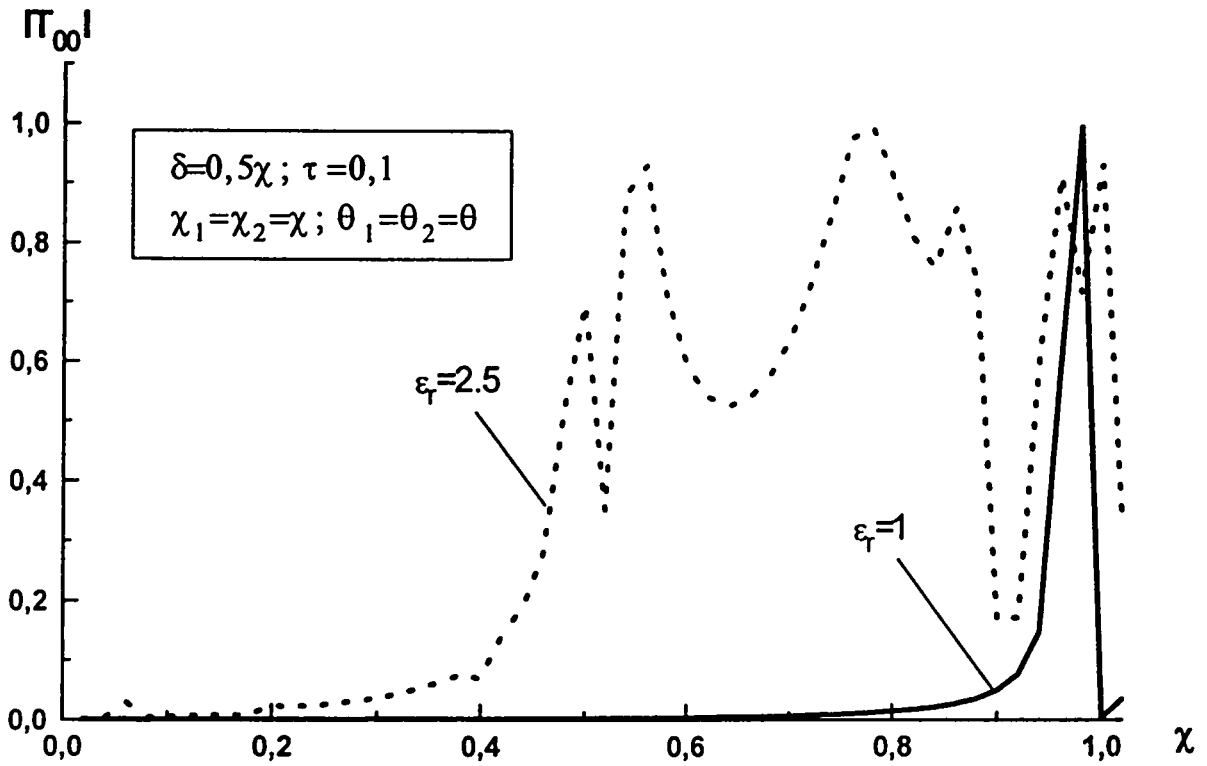
ნახ.3.7 გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება ეკრანის სისქეზე



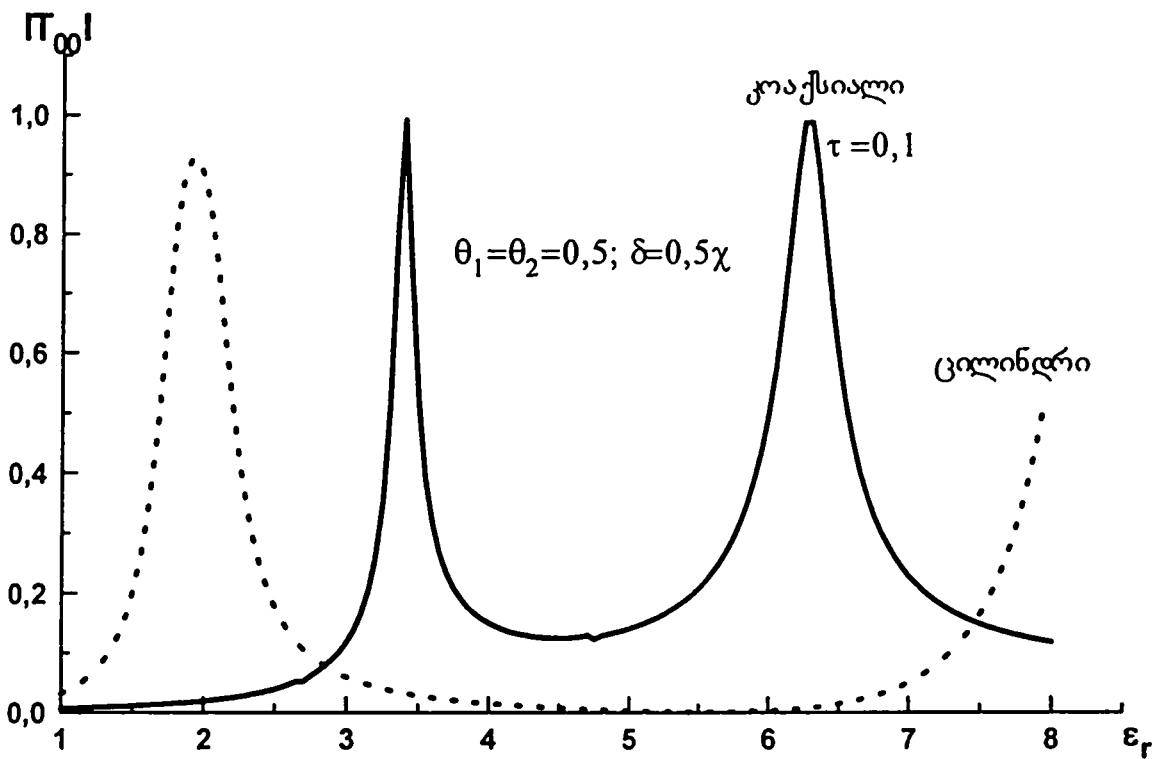
ნახ.3.8 გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება ეკრანის სისქეზე



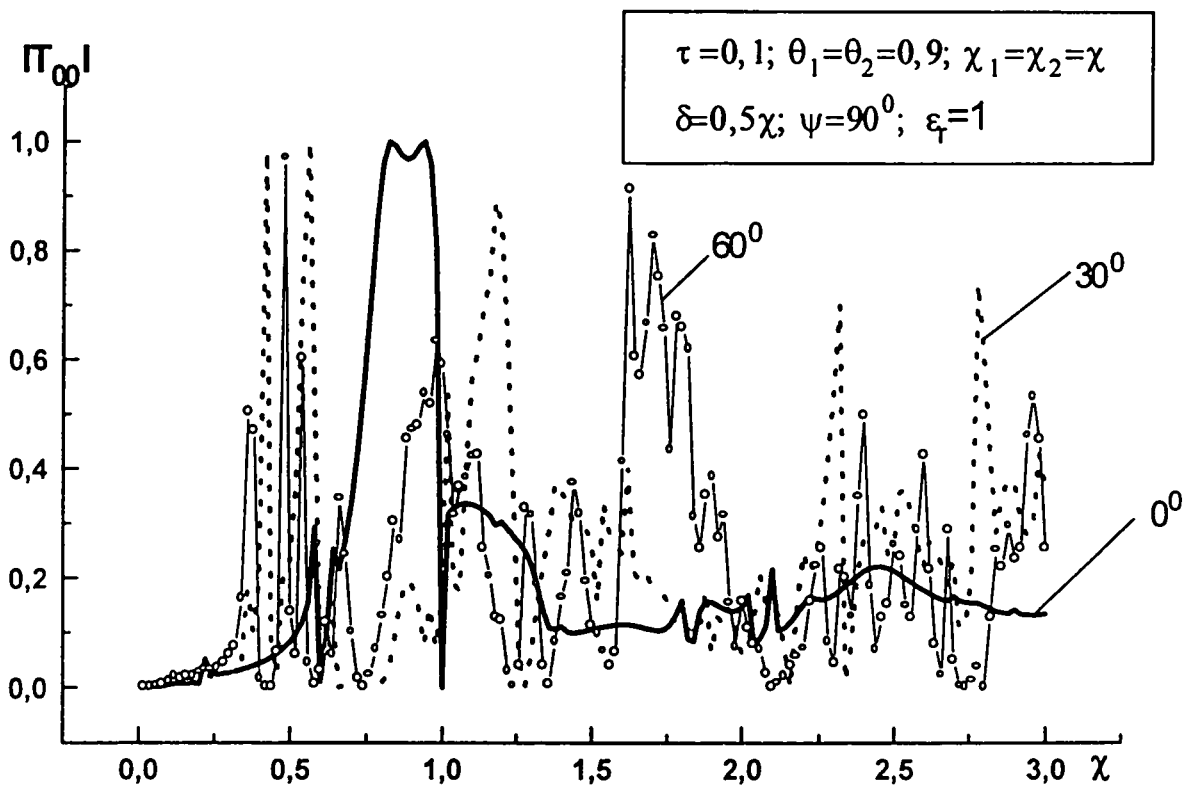
ნახ.3.9 ჰარმონიკების ამპლიტუდის მოდულის დამოკიდებულება ეკრანის სისქეზე



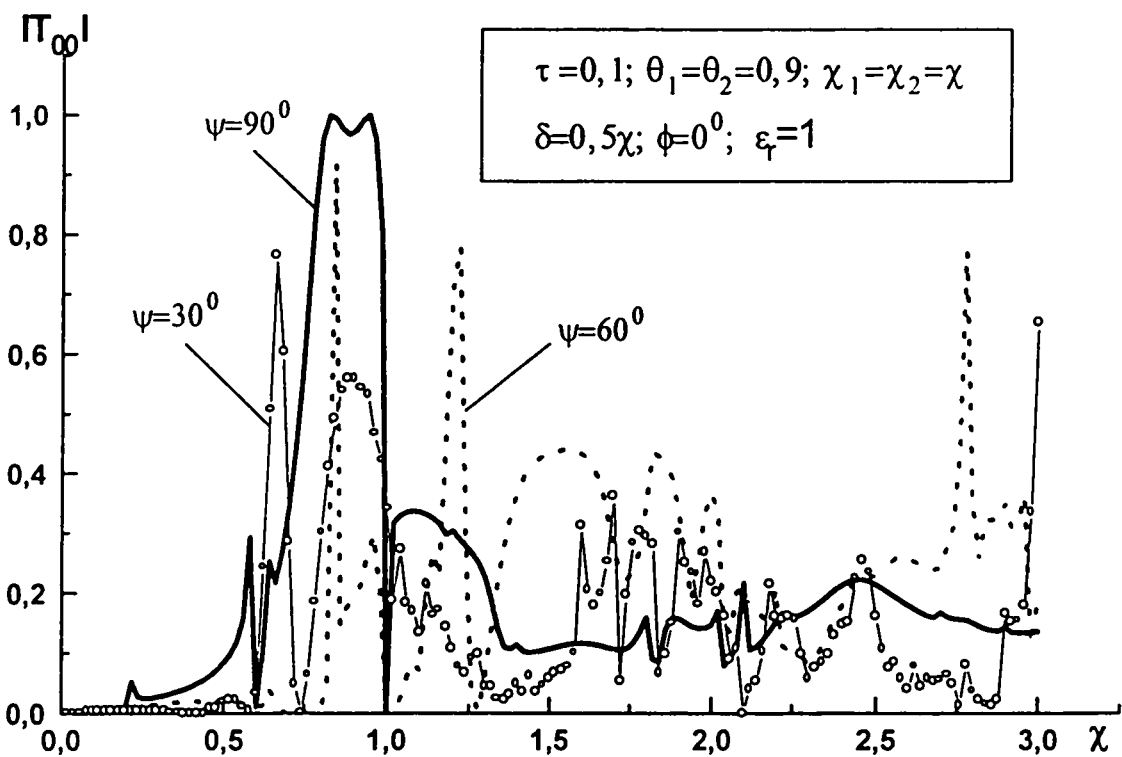
ნახ.3.10 გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება სიხშირეზე სხვადასხვა დიელექტრიკულ შეღწევადობის დროს



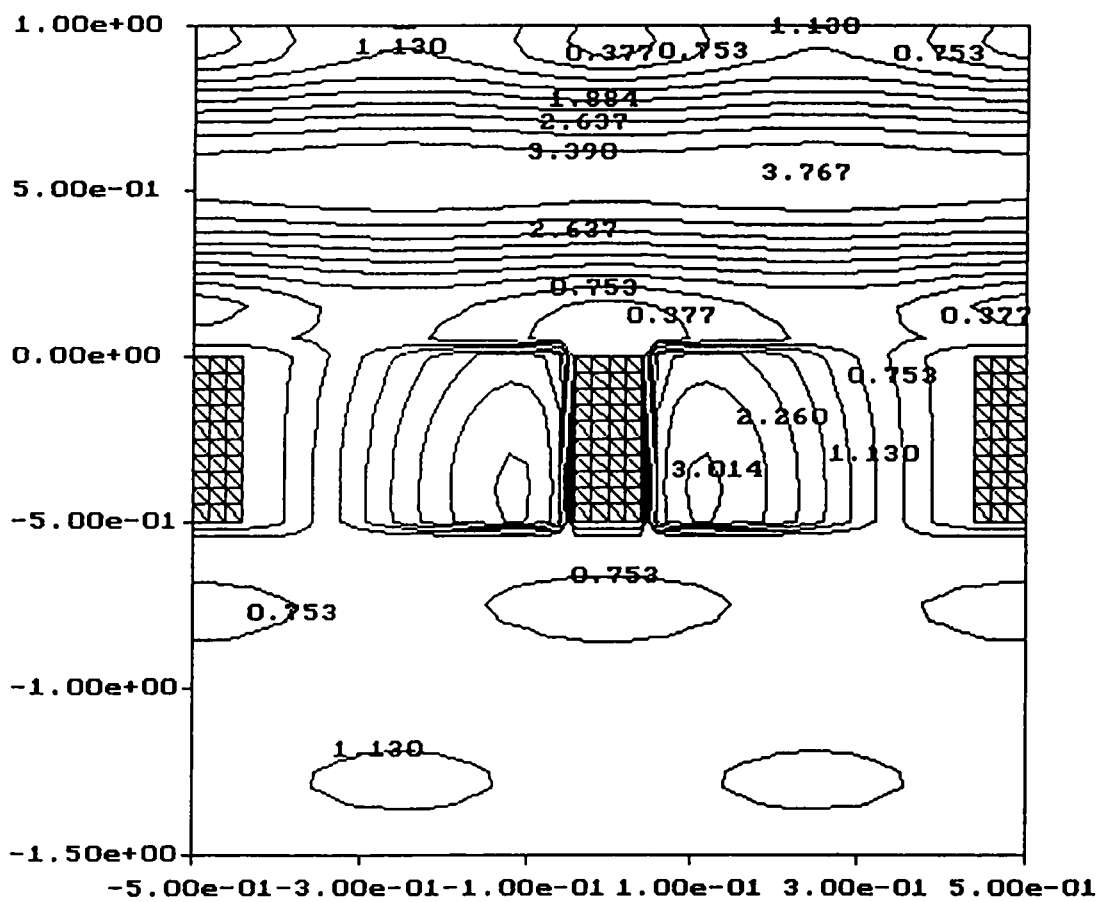
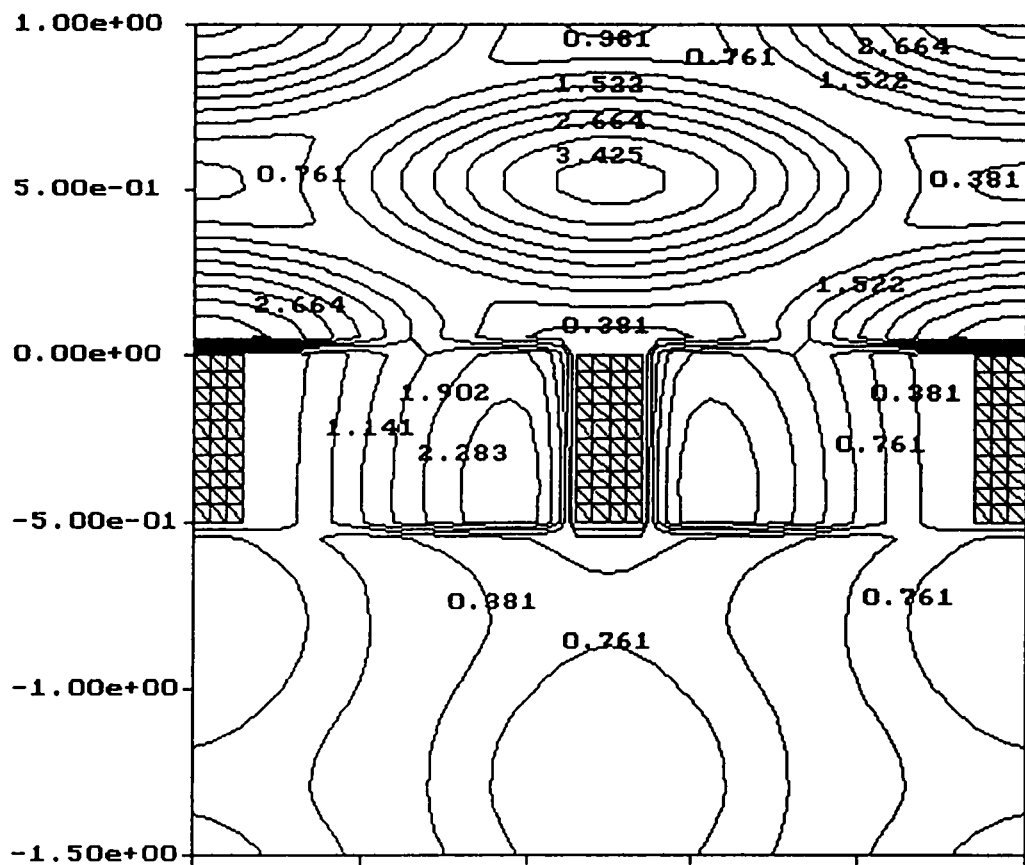
ნახ.3.11 გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება ფარდობით დიელექტრიკულ შეღწევადობაზე



ნახ.3.12 გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება ტალღის დაცემის კუთხეზე

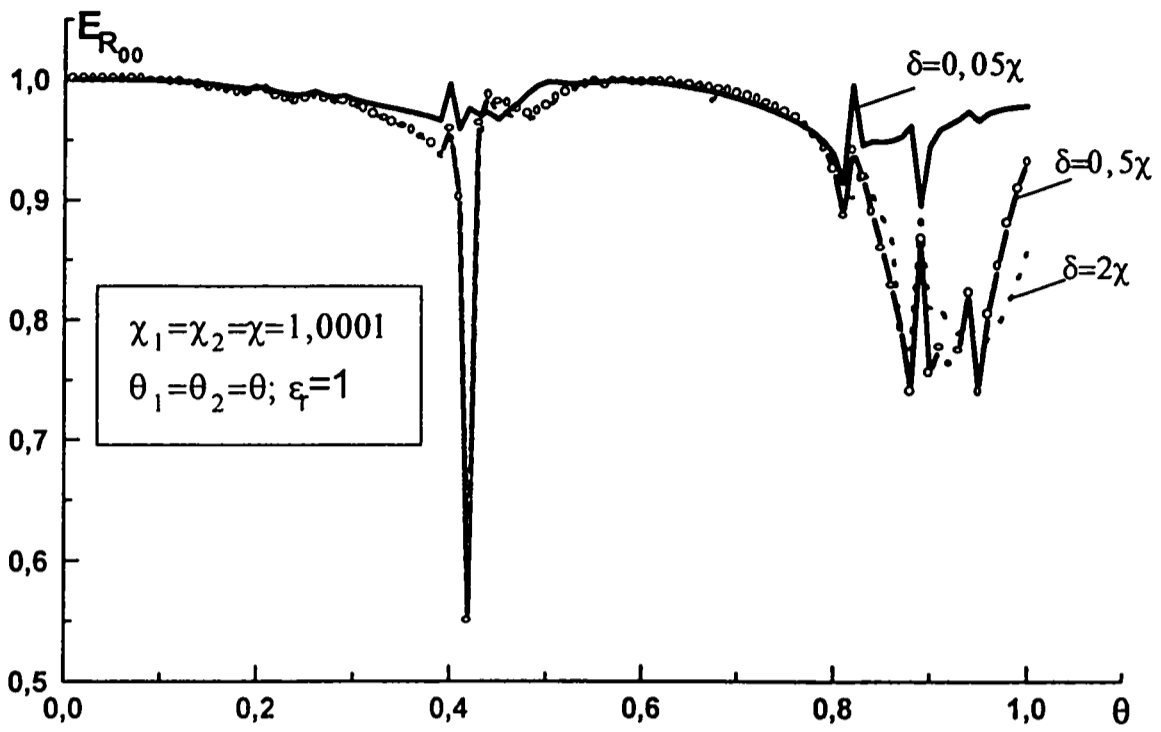


ნახ.3.13. გავლის კოეფიციენტის დამოკიდებულება H ვექტორის დახრის კუთხეზე

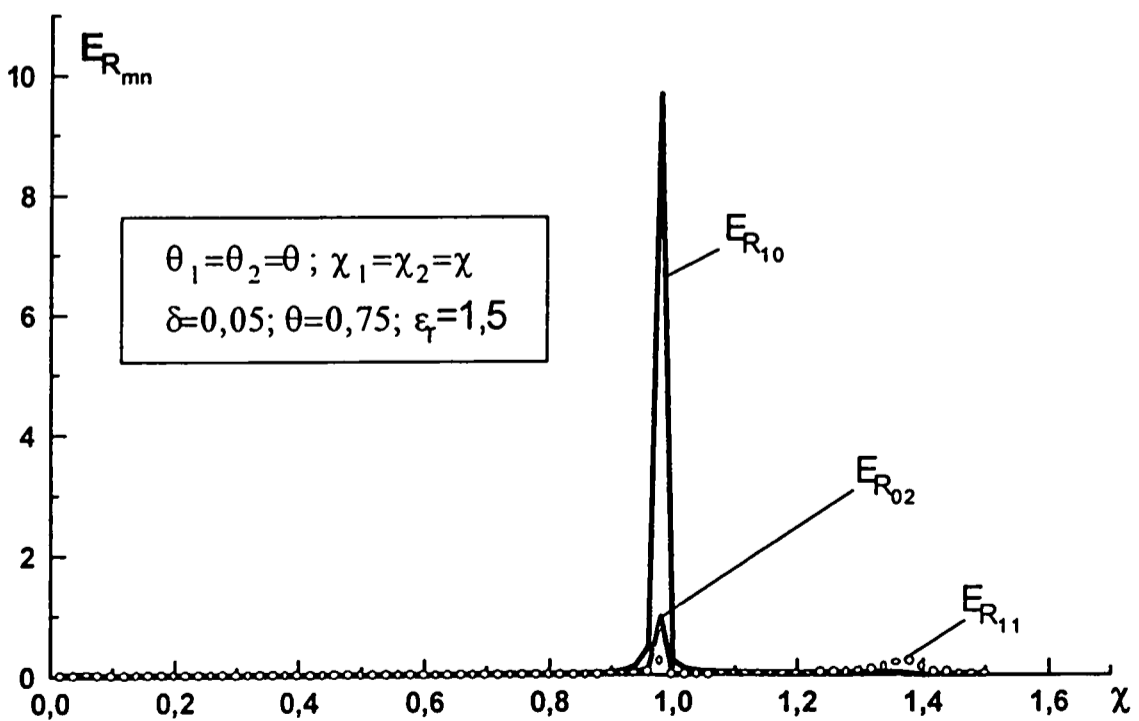


ნახ.3.14. მაგნიტური ველის დაძაბულობის ამპლიტუდის იზონაზები
 პორიზონტალურ (ა) და ვერტიკალურ (ბ) ჭრილებში, „სრიალის“,
 წერტილის მახლობლად

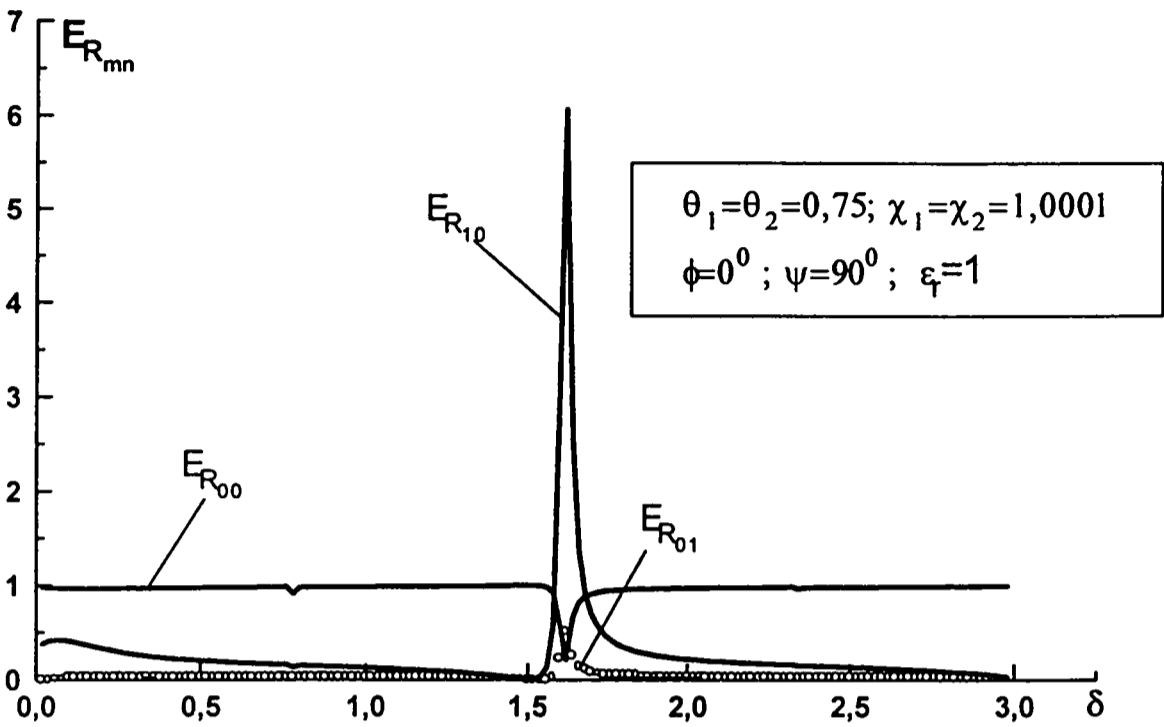
$$(\tau=0,1; \chi=1,0001; \delta=0,5\chi; \theta=0,85; \epsilon_r=1; \varphi=0^0; \psi=90^0)$$



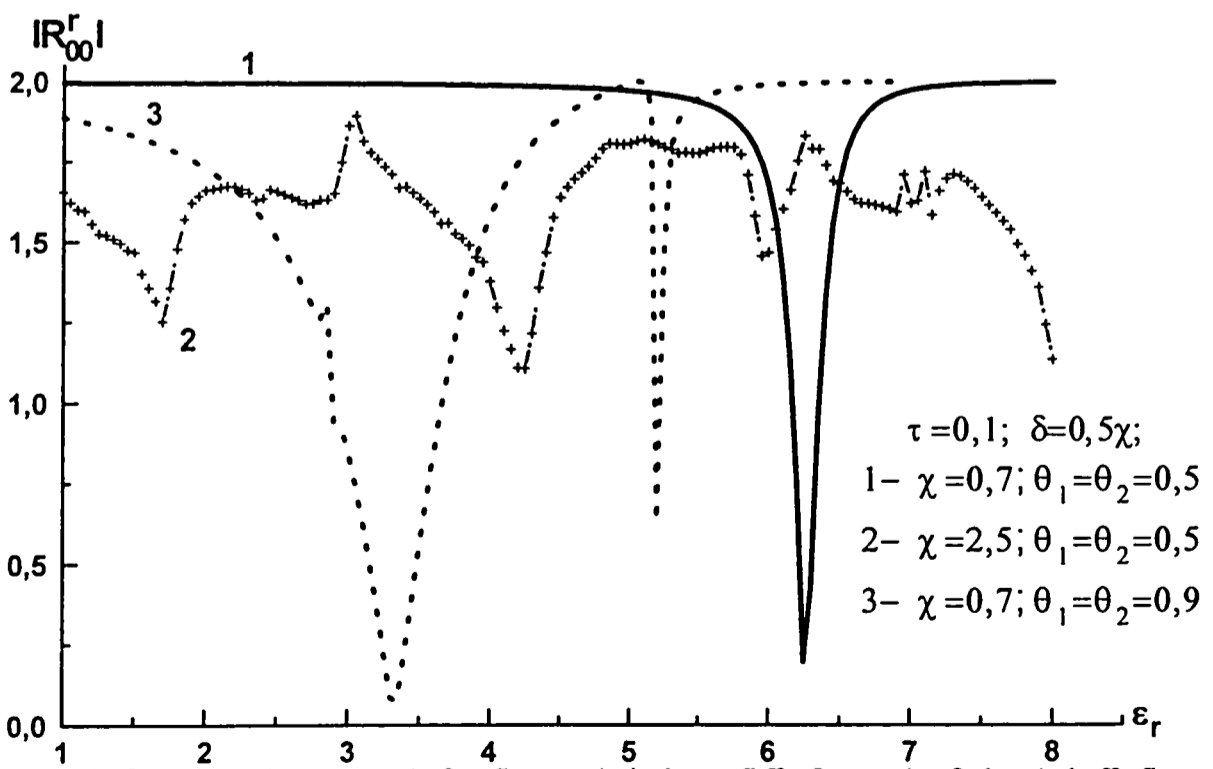
ნახ.3.16. სარკული ტალღის ენერჯის დამოკიდებულება რეზონატორების მესერის შევსების კოეფიციენტზე „სრიალის„ წერტილის მახლობლად



ნახ.3.17. ეკრანის წინ ველის პარამონიკების ენერჯის დამოკიდებულება სიხშირულ პარამეტრზე „სრიალის„ წერტილის მახლობლად



ნახ.3.18. ეკრანის წინ ველის ჰარმონიკების ენერჯის დამოკიდებულება რეზონატორების სიღრმეზე „სრიალის“ წერტილის მახლობლად



ნახ.3.19 ნახევრადღია რეზონატორებისაგან შემდგარი მესერის წინ არსებული ველის ნულოვანი ჰარმონიკის მოდულის დამოკიდებულება დიელექტრიკულ შეღწევადობაზე

ზოგადი დასკვნები

სადისერტაციო ნაშრომში მოყვანილი მასალიდან შეიძლება შემდეგი დასკვნების გაკეთება:

1. ცალკეულ არეთა მეთოდის გამოყენებით და მომენტების მეთოდის დახმარებით მკაცრად ამოხსნილია სასრული სისქის პერფორირებულ ეკრანებზე ბრტყელი ელექტრომაგნიტური ტალღის დიფრაქციის სამგანზომილებიანი ამოცანები, სხვადასხვა პროფილის მქონე ხვრელების შემთხვევაში. ამასთან წრიული და კოაქსიალური ხვრელების შემთხვევა პირველად განხილული არის ჩვეს მიერ.

2. შედგენილი და რეალიზებულია ალგორითმები რიცხვითი გამოთვლების ჩასატარებლად.

3. დეტალურად შესწავლილია მართკუთხა, წრიული და კოაქსიალური კვეთის ხვრელების მქონე ნახევრადგამჭვირვალე ბრტყელი ეკრანების ელექტროდინამიკური მახასიათებლები და ახლო ველის სივრცეში განაწილება.

დადგენილია, რომ ხვრელები ავლენენ ტალღამტარულ თვისებებს და შესაბამისად მესერში ველის ინტენსიური გავლა ხდება მხოლოდ მას შემდეგ, როცა დაცემული ტალღის სიხშირე გადააჭარბებს გამრბენი ტალღის კრიტიკულ სიხშირეს. ამასთან გაბნეული ველის სტრუქტურა, განსაკუთრებით „სრიალის“ წერტილის მახლობლად, დამოკიდებულია, როგორც მესერის გეომეტრიაზე, ისე ხვრელებში არსებული ქრობადი და გამრბენი ტალღების რაოდენობაზე.

4. ორპერიოდული მესერებისათვის, ჩვეულებრივი ვუდის ანომალიის მოვლენასთან ერთად, დადასტურებულია ამ ტიპის რეზონანსების უფრო მაღალი რიგები. დადგენილია, რომ მესერზე პირველადი ტალღის ნორმალურად დაცემის შემთხვევაში, გაბნეული ველის სივრცული ჰარმონიკების წყვილურ დაბადებასთან ერთად ადგილი აქვს კვარტეტებად დაბადებასაც.

5. შესწავლილია ეკრანში სრული გავლისა და მისგან სრული არეკვლის ეფექტები მესერის სხვადასხვა პარამეტრების ცვლილებისას. ნაჩვენებია, რომ ამ მოვლენების შესაბამისი მდებარეობები სიხშირეთა ღერძზე და მათი დიაპაზონი დამოკიდებულია ხვრელების განივკვეთის ფორმაზე.

6. გაანალიზებულია მესერის მახასიათებლების ცვლილება ხვრელების დიელექტრიკით შევსების შედეგად. ნაჩვენებია, რომ დიელექტრიკული შეღწევადობის გარკვეული მნიშვნელობებისათვის შესაძლებელია არეთა სრული შეთანხმება.

დადგენილია, რომ დასმული პრაქტიკული ამოცანის შესაბამისად, დიელექტრიკული შეღწევადობის შერჩევით, შესაძლებელია ეკრანის სისქის სათანადო შემცირება.

7. პირველად არის შესწავლილი სასრული სისქის მეტალურ ეკრანში ორმაგპერიოდულად ამოჭრილი, სხვადასხვა პროფილის, ნახევრად ღია რეზონატორებისაგან შედგენილი ამრეკლი მესერი და გაანალიზებულია მისგან გაბნეული ველის ძირითადი ელექტროდინამიკური მახასიათებლები.

„ზღურბლური“ მოვლენების შესწავლისას დადგენილია, რომ მართკუთხა და კოაქსიალური კვეთის რეზონატორებისათვის ადგილი აქვს ორმაგი რეზონანსების მოვლენებს, რაც არ აღინიშნება წრიული კვეთის შემთხვევისათვის.

8. დისერტაციის ყველა შედეგი შეიძლება ტრანსფორმირებული იქნეს ტალღგამტარული სტრუქტურებისათვის სხვა და სხვა არაერთგვაროვნებებით (ოთხკუთხა, მრგვალი და კოაქსიალური ფორმის სიმეტრიული რეზონანსული ფანჯრების სახით).

ლიტერატურა

1. Борн Н., Вольф Э. "Основы оптики". – М.: Наука 1973, 720 с.
2. Ландсберг Г.С. "Оптика". – М.: Наука, 1976, 928 с.
3. Шестопапов В.П. "Диффракционная электроника". – Харьков: Изд Харьковского университета, 1976, 231 с.
4. Нефедов Е.И., Сивов А.Н. "Электродинамика периодических структур". – М.: Наука, 1978, 208 с.
5. Амитей Н., Галиндо В., Ву Ч. "Теория и анализ фазированных антенных решеток". – М., Мир, 1974, 455 с.
6. Анохов С.П., Мурусий Т.Я., Соскин М.С. "Перестраиваемые лазеры". – М.: Радио и связь. 1982, 360 с.
7. Канарейкин Д.Б., Павлов Н.Ф., Потехин В.А. "Поляризация радиолокационных сигналов". – М.: Сов. Радио 1966. - 440 с.
8. Найденко В.И., Дубровка Ф.Ф. "Аксиально-симметричные периодические структуры и резонаторы". – Киев: Вища шк. 1985. – 224 с.
9. Вуд Р. "Физическая оптика". Л.М. ОНТИ, 1936
10. Ламб Г. "Гидродинамика". – Л. – М. : ГИТТЛ, 1947. –928 с.
11. Бриллюэн Л., Пареди М. "Распространение волн в периодических структурах". – М. : ИЛ, 1959. – 457 с.
12. Шестопапов В.П., Литвиненко Л.Н., Масалов С.А., Сологуб В.Г. "Диффракция волн на решетках". – Харьков : Изд. Харьк. Ун-та, 1973. –278 с.
13. Шестопапов В.П. "Физические основы миллиметровой и субмиллиметровой техники". Т.1. – Киев: Наук. думка, 1985. – 216с.
14. Веденский Б.А., Аренберг А.Г. "Радиоволноводы". – М.–Л. : Гостехиздат, 1946.–191 с.
15. Саусворт Дж. К. "Принципы и применения волноводной передачи". М. : Сов. радио, 1955. – 700 с.
16. Харвей Л. "Техника свехвысоких частот". – М. : Сов. радио, 1965. Т.1. – 783 с. Т.2. – 724 с.

17. Фельдштейн А.Л., Явич Л.К., Смирнов В.П. "Справочник по элементам волноводной техники". – М. : Госэнергоиздат, 1967. – 651 с.
18. Будурис Ж., Шеневье П. "Цепи сверхвысоких частот" (Теория и применение). – М. : Сов. радио
19. Капилевич Б.Ю., Трубехин Е.Р. "Волноводно-диэлектрические фильтрующие структуры". – М.: Радио и связь, 1990. –272с.
20. Мойтес Б.Я. "Электродинамические усредненные граничные условия для металлических сеток". – ЖТФ, 1955, 25, N 1, с.158-156.
21. Вайнштейн Л.А. "К электродинамической теории решеток". I, II – Электрон. больших мощностей, 1963, вып.2, с. 26-74 .
22. Сивов А.Н. Падение плоской электромагнитной волны на плоскую решетку. – Радотехника и электроника., 1961, 6, N 1, с. 58_66.
23. Кацеленбаум Б.З., Сивов А.Н. Об ошибке Ламба в задачах о дифракции на решетке из тонких круглых стержней. –Радотехника и электроника., 1964, 9, N 2, с. 360-361.
24. Астапенко В.М., Малюжинец Г.Д. Дифракция плоской звуковой волны на частой периодической решетке. – Акуст.журн. 1970, 16, вып.3, с.354-362.
25. Астапенко В.М. Асимптотика решения задачи дифракции длинной плоской электромагнитной волны на решетке из брусьев произвольного профиля. - Радотехника и электроника., 1971, 16, N 9, с. 1589-1595.
26. Игнатовский В.С. К теории решетки. – Докл. АН СССР. 1938, 20, 2, с. 105-108.
27. Вайнштейн Л.А. Дифракция электромагнитных волн на решетках из параллельных проводящих полос. –ЖТФ. 1955, 25, N 5, с. 847-852.
28. Дерюгин Л.Н. Уравнения для коэффициентов отражения волн от периодически неровной поверхности. – ДАН СССР. 1952, 87, N 6, с. 913-916.

29. Дерюгин Л.Н. К теории дифракции на отражательной решетке. ДАН СССР. 1953, 93, N 6, с. 1003-1006.
30. Twersky V. On the scattering of waves by an infinite grating. – IRE Trans. Antennas and Propag., 1956, 4, N 3, p. 330-345.
31. Carlson J.F., Heins A.E. The reflection of an electromagnetic plane wave by an infinite set of plates. I.-Quar. Appl. Math., 1947, 4, N 4, p. 313-329.
32. Baldwin G.L. Heins A.E. On the diffraction of plane wave by an infinite plane grating. – Math. Scend. 1954, 2, N 1, p. 103-119.
33. Berz F. Reflection and refraction of microwaves at a set of parallel metallic plates. – Proc. IEE, 1951, 98, Pt 3, N 1, p. 47-55.
34. Фок В.А. О некоторых интегральных уравнениях математической физики. – Мат. сб., 1944, 14, вып. 1-3, с. 3-50.
35. Ямпольский В.Г. Дифракция плоской электромагнитной волны на системе металлических полос. – Радиотехника и электроника, 1963, 8, N 4, с. 564-576.
36. Масалов С.А., Таранов И.Е. Дифракция электромагнитных волн на простраственной периодической решетке, составленной из брусьев прямоугольного поперечного сечения. – Радиотехника и электроника, 1964, 9, N 1, с. 53-60
37. Лапин А.Д. Об отражении нормальных волн от закрытого конца волновода. – Акуст. журн., 1962, 8, вып.2, с. 189-193.
38. Захаров Е.В., Пименов Ю.В. "Численный анализ дифракции радиоволн". – М. : Радио и связь, 1982, 184 с.
39. Веселов Г.И. "Метод частичных областей для электродинамических задач с некоординатными границами". : Автореф. диссертаций д-ра техн. наук. – М. , 1971, 31 с.
40. Таранов И.Е, Задача дифракции на решетке из произвольных профилей. – Журнал вычисл. математики и мат. физики, 1965, 5, N 5, с. 888-893.

41. Галишникова Т.Н., Ильинский А.С. Численное решение задачи дифракции произвольного поля на решетке цилиндров произвольного сечения. – Вычислит. методы и программирование, 1975, вып. 24, с. 235-249.
42. Ильинский А.С., Свешников А.Г. Численные методы в задачах дифракции на неоднородных периодических структурах. – Прикл. электродинамика, 1977, вып. 1, с. 51-93.
43. Ильинский А.С. Слепян Г.Я. "Колебания и волны в электродинамических системах с потерями". – М. : Изд-во Московск. ун-та, 1983, 231 с.
44. "Вычислительные методы в электродинамике" (Под редакцией Р. Миттри). – М. : Мир, 1977, 485 с.
45. "Electromagnetic theory of gratings" (Add. by R. Petit). – N.Y. Springer, 1980, 284p.
46. Авдеев Е.В., Воскресенский Г.В. Электромагнитное возбуждение периодической решетчатой структуры из проводящих лент. – Радиотехника и электрон., 1969, 14, N 5, с. 839-850.
47. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. – М. : Мир. 1974, 327 с7
48. Журов С.М. Дифракция на периодической структуре, образованной проводящими полуплоскостями конечной толщины. – Изв. вузов. Радиофизика, 1976, 19, N 2, с. 1848-1853.
49. Дерюгин Л.Н. О поверхностном резонансе на отражательной решетке. - ДАН СССР. 1954, 94, N 2, с. 203-206.
50. Дерюгин Л.Н., Фридман Г.Х. Резонансные кривые двойного резонанса на отражательной решетке. - ДАН СССР. 1956, 111, N 6, с. 1209-1211.
51. Болотовский Б.М., Лебедев А.Н. О пороговых явлениях в классической электродинамике. ЖЭТФ, 1967, 53, N 4, с.1349-1353.

52. Hessel A., Oliner A.A. A new theory of Wood's anomalies on optical gratinas. – Appl. Opt., 1965, 4, N 10, p. 1275-1297.
53. Шестопалов В.П. "Метод задачи Римана-Гильберта в теории дифракции и распространение электромагнитных волн". Харьков: Изд-ва Харьковского ун-та, 1971, 400 с.
54. Сологуб В.Г., Шестопалов В.П. Резонансные явления при дифракции плоской Н поляризованной волны на решетке из металлических брусьев. – ЖТФ, 1968, 38, N 9, с. 1505-1520.
55. Галишникова Т.Н., Ильинский А.С. Исследование резонансных свойств дифракционных полей плоской решетки из прямоугольных брусьев на основе анализа распределения токов. –Вычислительные методы и программирование, 1980, Вып. 32, с. 44-55.
56. Кусайкин А.П., Сиренко Ю.К. Эффект квазиполного незеркального отражения с большим коэффициентом телескопичности. – ЖТФ, 1985, 55, N 6, с. 1241-1243.
57. Кириленко А.А., Кусайкин А.П., Сиренко Ю.К. Незеркальное отражение волн решетками волноводного типа. Общие закономерности. – Изв. вузов. Радиофизика, 1985, 28, N 11, с. 1450-1461.
58. Агранович З.С., Марченко В.А., Шестопалов В.П. Дифракция электромагнитных волн на плоских металлических решетках.– ЖТФ, 1962, 32, N 4, с. 381-394.
59. Кеванишвили Г.Ш., Цагарейшвили О.П., Метод ортогонализации в теории дифракции на решетке из цилиндров, Радиотехника и электроника, 1976, 21. N 3, с.498-506.
60. Кеванишвили Г.Ш. Дифракция волн на индуктивном стержне, Радиотехника и электроника, 1975, 20. N 9, с.1810.
61. Кеванишвили Г.Ш., Цагарейшвили О.П., К теории дифракции плоской электромагнитной волны на решетке из цилиндров, Радиотехника и электроника, 1970, 15. N 7, с.1504-1508.

62. Богданов Ф.Г., Кеванишвили Г.Ш., Сикмашвили З.И., Цагарейшвили О.П., Дифракция плоской электромагнитной волны на решетке из круглых диэлектрических брусьев, Радиотехника и электроника, 1985, 30. N 10, с.1879-1884.
63. Кеванишвили Г.Ш. Метод ортогональных функции в теории дифракции, докторская диссертация, 1985 г.
64. Цагарейшвили О.П., Некоторые двух и трехмерные задачи теории дифракции электромагнитных волн, докторская диссертация, 1993 г.
65. Popovidi-Zaridze R.S., Tsverikmazashvili Z.S. "Numerical solution of diffraction problem by modified method of non-orthogonal series", Journal of applied mathematics and mathematical physics, Moscow, 1977.
66. Popovidi-Zaridze R.S., "The Method of Auxilary Sources", Lecture Cycles, Academy of Science, Moscow, 1984.
67. Popovidi-Zaridze R.S., Karkashadze D.D. "the method of Auxilary Sources and Wave Field Singularities", Lecture Cycles, University of Kazan, 1988.
68. C.C. Chen, Transmission of microwave through perforated flat plates of finite thickness, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-21, pp. 1-6, Jan. 1973.
69. T.K. Sarkar, M.F. Costa, C.L.I. and R.F. Harrington, Electromagnetic transmission through mesh covered apertures and arrays of apertures in a conducting screen, IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-32, pp. 908-913, Sept. 1984.
70. Кеванишвили Г.Ш., Сикмашвили З.И., Цагарейшвили О.П. Дифракция плоской электромагнитной волны на периодической решетке из прямоугольных отверстии, VII Всесоюзный симпозиум по дифракции и распространению волн, Ростов, 255-258, 1977.
71. Баджадзе Л.И., Мирианашвили М.Р., Сикмашвили З.И., Цагарейшвили О.П. Переотражательные свойства плоского проводящего экрана из круглых отверстии - Теория и применение электромагнитных волн

миллиметрового диапазона, Всесоюзная научно-техническая конференция, Тбилиси, 1991.

72. J.M. Jin and J.L. Volakis. Electromagnetic scattering by the transmission through a three-dimensional slot in a thick conducting plane, IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 39, pp. 1544-1550, Apr. 1991.
73. H.H. Park and H.J. Eom, Electromagnetic scattering from multiple rectangular apertures in a thick conducting screen, IEEE Antennas and Propagat., vol. 47, pp. 1056-1060, Jun. 1999.
74. Z.Sikmashvili, I.Sikmashvili, O.Tsagareishvili. Diffraction of Plane EM wave on Screen with Finite Width and Waveguide Windows . Bulletin of academy of sciences of the Georgian, v.156,1997, N3,p.403-407.
75. b& cb.vfidbkb - ,hn.tkb tktmnhjvfuybnehb nfkqbc lbahfmwbf cfchekj cbcmbc gthajhbht,ek trhfyt,pt^ 'ce vfubcnhfyn'f lf fcgbhfyn'f cfvtwybthj rjyathtywbf vbsqdybkb 'ce-c 80 okbc'fdbcflyb^ 4-6 vfbc^ 1998o&^ vj[ctyt,ff 'tpbct,b&^ ud& 41-42&
76. Сикмашвили И.З. Сикмашвили З.И. Цагарейшвили О.П. Переотражательные свойства металлического экрана с волноводными окнами". Georgian Engineering News 1998, No 1(5), p.5-9.
77. I.Sikmashvili, Z. Sikmashvili, O. Tsagareishvili. Diffraction Of EM Waves By Perforated Screen With Finite Width , III Internatinal Seminar- Workshop Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and acoustic Wave Theory, DIPED'98, Tbilisi, Georgia, November 2-5 1998.
78. Сикмашвили И.З. "Дифракционные свойства экрана с коаксиальными отверстиями". Georgian Engineering News 2000, No 2, p.22-26.
79. Сикмашвили И.З. Сикмашвили З.И. Цагарейшвили О.П. "Дифракция электромагнитных волн на антенной решётке с ячейками в форме коаксиальных отверстий" Изв. вузов. Радиофизика, 2001, т.44, N 3, с.264-269.

80. Ильинский А.С. "Численные методы исследования задач дифракции на периодических структурах и в неоднородных средах". – Автореф. дис. д-ра физ.-мат. наук. –М.: ИЗД. МГУ, 1974.
81. Захаров Е.В., Пименов Ю.В. "Численный анализ дифракции радиоволн." Радио и связь, 1982. –184с.
82. Прохода И.Г., Чумаченко В.П. "Метод частичных пересекающихся областей для исследования волноводно-резонаторных систем сложной формы." –Изв. вуз. Радиофизика, 1973, 16, N 10, с. 1578-1582.
83. Прохода И.Г., Лозяной В.П., Онуфриенко В.М. и др. "Распространение электромагнитных волн в неоднородных волноводных системах," – Днепропетровск: изд. ДГУ, 1977, -187с.
84. Голдштейн Л.Д., Зернов Н.В. "Электромагнитные поля и волны" –М.: изд."Сов. радио", 1971, с.662.
85. ბაქრაძე დ. შ. -დიფრაქციის ზოგიერთი კლასიკური ამოცანის გადაწყვეტა ფუნქციონალურ განტოლებათა მეთოდის გამოყენებით- საკ.დისერტაცია, თბილისი, 1998, 109 გვ.