

სავარჯიშოები  
კალკულუს – 5

რიცხვები და სიმრავლეები

1. წარმოადგინეთ რიცხვი, რომელიც ათობით სისტემაში ჩაწერილია სიმბოლოთი:  
ა.) 305,07; ბ.) 3005,007; გ.) 503,107; დ.) 30507,07; ე.) 305305,0707; ვ.) 30507,0707; ზ.) 300005,0007;
2. გადაიყვანეთ ათობით სისტემაში ორობით სისტემაში ჩაწერილი რიცხვი:  
ა.) 1101; ბ.) 1111; გ.) 10101; დ.) 100101; ე.) 100101; ვ.) 1000101; ზ.) 101010101; თ.) 1011; ი.) 100010001;
3. მოცემულია ორი რიცხვი, ათობით სისტემაში ჩაწერილი რიცხვი  $a = 325$  და ორობით სისტემაში ჩაწერილი რიცხვი  $b$ .

I.  $b$  რიცხვი გადაიყვანეთ ათობით სისტემაში და გამოთვალეთ  $a + b$ ;  $b - a$ ;  $a \cdot b$ ;  $\frac{a}{b}$ .

სადაც ა.)  $b = 11$ ; ბ.)  $b = 110$ ; გ.)  $b = 111$ ; დ.)  $b = 1001$ ; ე.)  $b = 1100$ ;

II. რიცხვი  $\frac{a}{b}$  გამოცანეთ ათწილადით, მძიმის შემდეგ ორი ნიშნის სიზუსტით.

4. აღწერეთ:

- ა.) ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლე  $N$ ;
- ბ.) მთელ რიცხვთა სიმრავლე  $Z$ ;
- გ.) რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე  $Q$ ;
- დ.) ირაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე  $I$ ;
- ე.) ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე  $R$ ;
- ზ.\*) ალგებრულ რიცხვთა სიმრავლე;
- თ.\*) ტრანსცენდენტურ რიცხვთა სიმრავლე;
- ი.) სიმბოლოების  $\subset$ ,  $=$ ,  $\cup$ ,  $\cap$  გამოყენებით გამოსახეთ დასახელებულ სიმრავლეებს შორის არსებული მიმართებები.

5. მოცემულია ორი სიმრავლე  $A \equiv \{1, 4, 7\}$  და  $B \equiv \{2, 4\}$ . შეადგინეთ სიმრავლე:

- a.)  $C \equiv A \cup B$ , რომელიც წარმოადგენს ამ ორი სიმრავლის გაერთიანებას.
- b.)  $C \equiv A \cap B$ , რომელიც წარმოადგენს ამ ორი სიმრავლის გადაკვეთას..
- c.)  $C \equiv A \setminus B$ , რომელიც წარმოადგენს ამ ორი სიმრავლის სხვაობას.
- d.\*)  $C \equiv A \nabla B$ , რომელიც წარმოადგენს ამ ორი სიმრავლის სიმეტრიულ სხვაობას.
- e.)  $C \equiv A \times B$ , (ან  $B \times A$ ,  $A \times A$ ,  $B \times B$ ) რომელიც წარმოადგენს ამ ორი სიმრავლის დეკარტულ ნამრავლს.
- f.) შემდეგი წყვილებიდან შემოხაზეთ ის წყვილი, რომელიც არის ან არ არის  $C \equiv A \times B$  სიმრავლის ელემენტი:  $(1 ; 2)$ ,  $(1 ; 7)$ ,  $(4 ; 4)$ .

6. მოცემული სიმრავლე დაყავით კლასებად თქვენი შეხედულებისამებრ :

ა.) ნატურალური რიცხვების, ბ.) ადამიანების; გ.) ცოცხალი არსებების, .

7. მოცემულია რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე  $Q$  და ის დაყოფილია ქვესიმრავლეებათ ლუწ რიცხვთა სიმრავლე  $A$  და წესიერ წილად რიცხვთა სიმრავლე  $B$ . დაყოფილია თუ არა სიმრავლე კლასებად? რატომ?

8. ა.) რა არის ერთი მეტრი და როგორაა მიღებული მისი ეტალონი? რა მათემატიკური და პრაქტიკული (გეოდეზიურ-გეოგრაფიული) ამოცანების ამოხსნა გახდა ამისათვის საჭირო?
- ბ.) რა არის ერთი საზღვაო მილი და როგორაა ის დაკავშირებული “მეტრთან” ?
- გ.) რა არის ერთი წამი, წუთი და საათი?
- დ.) რა არის ერთი წელიწადი და რა მათემატიკური სირთულე წარმოიქმნება კალენდრის სიზუსტესთან დაკავშირებით?
- ე.) როგორ იზომება კუთხე და რა არის ერთი გრადუსი, ერთი მინუტი, ერთის სეკუნდი ?
- ვ.) როგორ იზომება კუთხე და რა არის ერთი რადიანი ?
- ზ.) როგორ იზომება ტემპერატურა (სითბო, სიცივე) და რა არის:

I. ერთი გრადუსი ცელსიუსი ( $1^{\circ}C$ ) და როგორია ეს შკალა;

II. ერთი გრადუსი ფარენჰაიტი ( $1^{\circ}F$ ) და როგორია ეს შკალა;

III. ერთი გრადუსი კელვინი ( $1^{\circ}\text{K}$ ) და როგორია ეს შკალა;

- თ.) როგორ და რა ერთეულებით იზომება ფართობი, რა არის არი და ჰექტარი?
- ი.) როგორ და რა ერთეულებით იზომება მოცულობა და რა არის მ<sup>3</sup> და ლიტრი?
- კ.) როგორ იზომება “მოკვდავთათვის” წონა და რა არის ერთი გრამი?!

9. ა.) ქარის სიჩქარეა 60 მ/წმ (მეტრი/წამში) – როგორია ეს სიჩქარე კილომეტრ/საათებში.  
ბ\*) გაჩერებული მანქანა 6 წამში კრეფს 100 კმ/სთ სიჩქარეს – როგორია ამ დროს მისი

აჩქარება!

გ\*) კოსმოსური ხომალდის აჩქარებაა 11 კმ/წმ<sup>2</sup> რა მანძილს გადის ის მეათე წამზე?

დ\*) თვითმფრინავს დაჯდომისას აქვს 170 კმ/სთ სიჩქარე და დასაფრენ ბილიკს 3 კმ სიგრძე აქვს რა “აჩქარებით” ამუხრუჭებს თვითმფრინავი? ღამდენი ხანი ჭირდება მას გასაჩერებლად?

10. მოიტანეთ მუდმივი და ცვლადი სიდიდეების მაგალითები.

11. რა არის სიდიდის: ა.) აბსოლუტური ცდომილება; ბ.) ფარდობითი ცდომილება;

12. კურსზე 394 სტუდენტია, მათთვის მერხების შექმნისას ეს რიცხვი დაამრგვალეს 400 –მდე. იპოვეთ ასეთი დამრგვალების აბსოლუტური და ფარდობითი ცდომილებები. ფარდობითი ცდომილება გამოსახეთ პროცენტულად.

თანადობები (ასახვები, ფუნქციები)

- 1. რა არის თანადობა (ასახვა) და მოიტანე რამდენიმე მაგალითი;
- 2. რა არის თანადობის განსაზღვრის არე;
- 3. ამოწერეთ თითოეული თანადობის განსაზღვრის არე და დაადგინეთ თანადობათაგან, რომელია ყველგან (ან ნაწილობრივ) განსაზღვრული თანადობა

ა.)  $y = \sqrt{x^2 - 9}$ ; ბ.)  $y = \sqrt{9 - x^2}$ ; გ.)  $y = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ ; დ.)  $y = \frac{x - 3}{x^2 - 9}$ ; ე.)  $y = \ln\left(\frac{x^2 - 9}{x - 3}\right)$ .

4. I. მოიფიქრეთ და ერთი ნაწილობრივ განსაზღვრული და ერთი ყველგან განსაზღვრული თანადობის მაგალითები?

II. როგორი თანადობაა: ა.) დასახლებული პუნქტები და სახელები? ბ.) სახელები და დასახლებული პუნქტები? გ.) ქათმები და კვერცხები? დ.) კვერცხები და ქათმები? ე.) გამომგონებლები და გამომგონებლები? ვ.) გამომგონებლები და გამომგონებები?

5. რა არის თანადობის მნიშვნელობათა არე და არის სურიექციული თანადობა (ზეასახვა);

6. I. მოიფიქრეთ და ერთი სიურექციული და არასიურექციული თანადობის მაგალითები!

II. როგორი თანადობაა ა.)  $y = 9x$ ; ბ.)  $y = \sqrt{x^2 - 9}$ ; გ.)  $y = \sin x$ ; დ.)  $y = x^3$ ; ე.)  $y = x^2$ .

7. რა არის ფუნქციონალური (ცალსახა) თანადობა?

8. I. მოიფიქრეთ და ერთი ფუნქციონალური და ერთი არაცალსახა თანადობის მაგალითები?

II. როგორი თანადობაა ა.)  $x^2 + y^2 = 9$ ; ბ.) ქართულ – ინგლისური ლექსიკონი; გ.)

ინვენტარიზაცია (გადანომრვა);

9. რა არის ურთიერთცალსახა თანადობა?

10. რა არის სიმრავლის სიმძლავრე? რა არის თვლადი სიმრავლე ?

11. რომელი სიმრავლე უფრო “დიდი” ანუ მძლავრია:

ა.) ნატურალურ რიცხვთა; ბ.) რაციონალურ რიცხვთა; გ.) კვადრატულ რიცხვთა; დ.) დადებით კენტ რიცხვთა;

ე.) მთელ რიცხვთა; ვ.) რაციონალურ რიცხვთა; ზ.) ლუწ რიცხვთა;

12. როგორი სიმრავლეა “რიცხვთა ღერძი”?

13. ჩამოთვალეთ ფუნქციის მოცემის ხერხები და მოიტანეთ მაგალითები!

14. როგორაა მოცემული და როგორი ფუნქციაა ლოგარითმული (ტრიგონომეტრიული) ცხრილი;

15. როგორაა მოცემული და როგორი ფუნქციაა ფულადი (ლაბარების) მოგებების ცხრილი;

16. ვთქვათ,  $x$  არის ცვლადი სიდიდე, რომელიც  $a \leq x \leq b$ , სადაც  $a$  და  $b$  მოცემული ნამდვილი რიცხვებია. რას ნიშნავს წინადადება: “[ $a$ ;  $b$ ] სიმრავლეზე მოცემულია  $x$

დამოუკიდებელი ცვლადის  $y = f(x)$  ფუნქცია” ?

17. რა არის (როგორი თანადობაა) რიცხვითი მიმდევრობა?

18. რა არის მიმდევრობის ზოგადი წევრი! ა.)  $f_n = f_{(n-1)} + f_{(n-2)}$  !? ბ.)  $f_n = n^2$ ?! გ.)  $f_n = 2^n$

19. მოცემულია ფუნქცია  $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ : როგორი სახე აქვს შესაბამისად შემდეგ ფუნქციებს: ა.)

$f(2x)$ ; ბ.)  $2f(x)$ ; გ.)  $f(x^2)$ ; დ.)  $f^2(x)$ ; ე.)  $f\left(\frac{1}{x}\right)$ ; ვ.)  $\frac{1}{f(x)}$ ; ზ.)  $f(\sqrt{x})$ ; თ.)  $\sqrt{f(x)}$ ?

20. მოცემულია ფუნქცია  $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ : რა სახე აქვს შესაბამისად შემდეგ ფუნქციებს: ა.)

$f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ ; ბ.)  $f\left(\frac{b-a}{2}\right)$ ; გ.)  $\frac{f(b) - f(a)}{b-a}$  გამოსახულებებს სადაც  $a \neq b$  და კონკრეტული

რიცხვებია, მაგალითად  $a = 3$  და  $b = 2$ !

21. მოცემულია, რომ  $f(x) = x^2$  და  $\varphi(x) = 2^x$ , გამოსახეთ  $F(x) \equiv f(\varphi(x))$ ,  $\Phi(x) \equiv \varphi(f(x))$  და  $\Psi(x) \equiv f(\varphi(f(x)))$ ; გამოთვალეთ ამ ფუნქციების მნიშვნელობა როდესაც  $x = 2$  ან  $3$ ;

### წერტილები სიბრტყესა და სივრცეში

- როგორ აღიწერება წერტილი სიბრტყეზე დეკარტის მართკუთხა კოორდინატთა სისტემაში; რა არის აბსცისა და ორდინატა;
- რას იწვევს მოცემული წერტილის  $(x; y)$  კოორდინატების: ა.) ადგილის შეცვლა ანუ  $(y; x)$ ? ნიშნის შებრუნება სხვადასხვა ადგილას ანუ ბ.)  $(-x; y)$ ; გ.)  $(x; -y)$ ; დ.)  $(-x; -y)$ ;
- დაწერეთ  $(x_1; y_1)$  და  $(x_2; y_2)$  წერტილებს შორის მანძილის გამოსათვლელი ფორმულა. ამ ფორმულით გამოთვალეთ მანძილი შემდეგ წერტილებს შორის  $(4; 1)$  და  $(1; 5)$ ;
- როგორ აღიწერება წერტილი სიბრტყეზე პოლარულ კოორდინატთა სისტემაში; რა არის “პოლუსი”, “პოლარული ღერძი”, “რადიუსი” და “კუთხე”;
- რას იწვევს მოცემული წერტილის  $(r; \varphi)$  კოორდინატების: ა.) ადგილის შეცვლა ანუ  $(\varphi; r)$ ? ნიშნის შებრუნება სხვადასხვა ადგილას ანუ ბ.)  $(-r; \varphi)$ ; გ.)  $(r; -\varphi)$ ; დ.)  $(-r; -\varphi)$ ;
- გამოსახეთ ფორმულებით კავშირი სიბრტყის წერტილის დეკარტის  $(x, y)$  მართკუთხა კოორდინატებსა და იმავე წერტილის  $(r, \varphi)$  პოლარულ კოორდინატებს შორის, როდესაც ამ სისტემების სათავე და პოლუსი ერთმანეთს ემთხვევა;
- გამოსახეთ ფორმულებით კავშირი სიბრტყის წერტილის  $(r, \varphi)$  პოლარულ კოორდინატებსა და იმავე წერტილის დეკარტის  $(x, y)$  მართკუთხა კოორდინატებს შორის, როდესაც ამ სისტემების პოლუსი და სათავე ერთმანეთს ემთხვევა;
- სიბრტყეზე დეკარტის მართკუთხა კოორდინატთა სისტემაში მოცემულია წერტილი  $(1; -1)$  [ან  $(-1; -1)$ , ან  $(1; 1)$ , ან  $(-1; 1)$ ]. შეარჩიეთ პოლარულ კოორდინატთა სისტემა და მასში იპოვეთ მოცემული წერტილის პოლარული კოორდინატები  $(r, \varphi)$ ;
- სიბრტყეზე პოლარულ კოორდინატთა სისტემაში მოცემულია წერტილი  $(1; 0^\circ)$  [ან  $(1; 90^\circ)$ , ან  $(1; 180^\circ)$ , ან  $(1; 270^\circ)$ , ან  $(1; 360^\circ)$ ]. შეარჩიეთ დეკარტის მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა და მასში იპოვეთ მოცემული წერტილის კოორდინატები  $(x, y)$ ;
- ა.) მოცემულია  $c$  მუდმივი. რა სიმრავლეა სიბრტყეზე დეკარტის მართკუთხა კოორდინატთა სისტემაში: ა.)  $(c; y)$ ; ბ.)  $(x; c)$ ; სადაც  $x$  და  $y$  შესაბამისად ცვლადი სიდიდეებია; ბ.) მოცემულია  $c$  მუდმივი. რა სიმრავლეა სიბრტყეზე პოლარულ კოორდინატთა სისტემაში: გ.)  $(c, \varphi)$ ; დ.)  $(r, c)$  სადაც  $r$  და  $\varphi$  შესაბამისად ცვლადი სიდიდეებია;
- დაწერეთ წრფეთა კონის განტოლება  $(x_0, y_0)$  წერტილისათვის. ამ ფორმულის გამოყენებით  $(-1; 2)$  წერტილისათვის აგებულ წრფეთა კონიდან გამოყავით წრფე, რომელიც კოორდინატთა სათავეზეც გადის.

12. ააგეთ ამ წრფის გრაფიკი. დაწერეთ  $y=k_1x+b_1$  და  $y=k_2x+b_2$  წრფეების პარალელულობისა და პერპენდიკულარობის პირობები და მათი საშუალებით გაარკვიეთ შემდეგი წრფეების ურთიერთმდებარეობა

$$4x - 2y + \frac{14}{3} = 0 \quad \text{და} \quad 3x - 1,5y - \frac{6}{7} = 0.$$

13. კრამერის ფორმულების გამოყენებით იპოვეთ შემდეგი წრფეების გადაკვეთის წერტილი  
 $5x - y - 7 = 0$ ,  $3x + 2y - 12 = 0$ .

14. როგორ აღიწერება დეკარტის მართკუთხა კოორდინატთა სისტემის საშუალებით სივრცის წერტილები?

ა.) ააგე სივრცეში წერტილი მოცემული  $(x; y; z)$  სამეულით;

ბ.) დაწერე გეოგრაფიულ რუკაზე მოცემული წერტილის შესაბამისი სამეული?!

15. დაწერეთ  $(x_1; y_1; z_1)$  და  $(x_2; y_2; z_2)$  წერტილებს შორის მანძილის გამოსათვლელი ფორმულა.

16. გამოსახეთ ფორმულებით კავშირი სივრცის წერტილის დეკარტის  $(x, y, z)$  მართკუთხა კოორდინატებსა და იმავე წერტილის  $(r, \varphi, \theta)$  სფერულ კოორდინატებს შორის, როდესაც ამ სისტემების სათავეები ერთმანეთს ემთხვევა?

17. გამოსახეთ ფორმულებით კავშირი სივრცის წერტილის  $(r, \varphi, \theta)$  სფერულ კოორდინატებსა და იმავე წერტილის დეკარტის  $(x, y, z)$  მართკუთხა კოორდინატებს შორის, როდესაც ამ სისტემების სათავეები ერთმანეთს ემთხვევა?

18. გამოსახეთ ფორმულებით კავშირი სივრცის წერტილის დეკარტის  $(x, y, z)$  მართკუთხა კოორდინატებსა და იმავე წერტილის  $(r, \varphi, z)$  ცილინდრულ კოორდინატებს შორის, როდესაც ამ სისტემების სათავეები ერთმანეთს ემთხვევა?

19. გამოსახეთ ფორმულებით კავშირი სივრცის წერტილის  $(r, \varphi, z)$  ცილინდრულ კოორდინატებსა და იმავე წერტილის დეკარტის  $(x, y, z)$  მართკუთხა კოორდინატებს შორის, როდესაც ამ სისტემების სათავეები ერთმანეთს ემთხვევა?

20. წრფე სიბრტყეზე მოცემულია განტოლებით  $y=f(x)$ . სადაც

ა.)  $f(x) = x+1$ ; ბ.)  $f(x) = 5x$ ; გ.)  $f(x) = 10$ ; დ.)  $f(x) = x-1$ ; ე.)  $f(x) = 2x-4$ ; ვ.)  $f(x) = -4x+14$ ; ზ.)  $f(x) = -x+1$ ;

შემდეგი გამონათქვამებიდან შემოხაზეთ ჭეშმარიტი: ა.) “ეს წრფე გადის კოორდინატთა სისტემის სათავეში”; ბ.) “ეს წრფე გადის წერტილში კოორდინატებით  $(3; 2)$ ”; გ.) “ეს წრფე პარალელურია  $OX$  ღერძის”; დ.) “ეს წრფე  $OX$  ღერძთან ადგენს  $45^\circ$ -იან კუთხეს”; ე.) “ეს წრფე პარალელურია  $OY$  ღერძის”; ვ.) “ეს წრფე  $OY$  ღერძის პერპენდიკულარულია”; ზ.) “ეს წრფე  $OX$  ღერძის მართობულია”.

### ვექტორები და მატრიცები

1. რა განსხვავებაა სკალარულ და ვექტორულ სიდიდეებს შორის? მოიტანეთ სკალარული და ვექტორული სიდიდეების მაგალითები.

2. რა არის ვექტორის სიგრძე (მოდული), როგორ განისაზღვრება ვექტორის მიმართულება სიბრტყეზე ან სივრცეში;

3. რა მოსდის ვექტორს: ა.) თუ მის კომპონენტებს ადგილს შეუცვლით? ბ.) თუ მის შესაბამის კომპონენტებს ნიშანს შეუცვლით? გ.) ყველა კომპონენტს გაგამრავლებთ მაგალითად 5-ზე? დ.) ყველა კომპონენტს გაგამრავლებთ მაგალითად მინუს ერთზე?

4. მოცემულია ორი ვექტორი  $\vec{a} = (1, 2, -7)$  და  $\vec{b} = (3, 2, 1)$ ; გამოსახეთ მათი ჯამი, სხვაობა, სკალარული და ვექტორული ნამრავლები?

5. რა არის საბაზისო ვექტორი და როგორაა შესაძლებელი ვექტორის წარმოდგენა საბაზისო ვექტორების საშუალებით?

6. მოცემულია ორი ვექტორი  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}$  და  $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ , სადაც  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  ვექტორები შეადგენენ ორთონორმირებულ ბაზისს. იპოვეთ  $\vec{a}$  და  $\vec{b}$  ვექტორების სკალარული და ვექტორული ნამრავლები. მართობულია თუ არა ეს ვექტორები?

7. შემოხაზეთ ჭეშმარიტი გამონათქვამები: “მატრიცი არის რიცხვი”; “მატრიცი არის ცხრილი”; “მატრიცის დეტერმინანტი არის რიცხვი”; “მატრიცის დეტერმინანტი არის ცხრილი”; “მატრიცის დეტერმინანტი არის ვექტორი”.

8. მოცემულია მატრიცები  $A_1 \equiv \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$   $A_2 \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  და  $A_3 \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  დაწერეთ

- ა.) მატრიცების კვალი –  $\text{tr}A_i$  ( $\text{Sp}A_i$ ); ბ.) ტრანსპონირებული მატრიცები  $A_i^T$  ;  
 გ.) ჯამი  $A_1 + A_3$ ; დ.) სხვაობა  $A_2 - A_1$  ; ე\*) ნამრავლი  $A_i X A_j$ ; ვ.) დეტერმინანტები  $\det A_i$ ;  
 ზ\*) შებრუნებული მატრიცები  $A_i^{-1}$  ; თ.) არის თუ არა რომელიმე მატრიცი სიმეტრიული; ი.)  
 არის თუ არა რომელიმე მატრიცი გადაგვარებული?

9. რა არის ერთეულოვანი მატრიცი და როგორია მისი ტრანსპონირებული, და შებრუნებული?

**მიმდევრობები, ზღვარი და ფუნქციის უწყვეტობა**

- რა არის არითმეტიკული პროგრესია, როგორია:
  - მისი ზოგადი წევრის ფორმულა,
  - პირველი  $n$ -წევრის ჯამის ფორმულა
- რა არის გეომეტრიული პროგრესია, როგორია:
  - მისი ზოგადი წევრის ფორმულა,
  - პირველი  $n$ -წევრის ჯამის ფორმულა
- რას ნიშნავს გამოთქმა: “ $f_n = f(n)$  მიმდევრობის ზღვარი არის რიცხვი  $A$ ?”
- იპოვნეთ შემდეგი მიმდევრობის ზღვარი:

ა.)  $f_n = \frac{1}{n^2 + 2}$ ; ბ.)  $f_n = \frac{n^2 - 9}{n^2 - 3}$ ; გ.)  $f_n = \frac{n - 9}{n^2 - 3}$ ; დ.)  $f_n = \frac{n^2 - 9}{n - 3}$   
 ე.)  $f_n = \frac{n^2 - 9}{n + 3}$ ; ვ.)  $f_n = \frac{4 + 5n + n^2}{n^2 + 2}$ ; ზ.\*)  $f_n = \sqrt{\frac{n^2 - 9}{n - 3}}$ ; თ.\*)  $f_n = \sqrt[n]{\frac{n^2 - 9}{n - 3}}$

5. მოცემულია ორი კრებადი მიმდევრობა  $\{f_n\}$  და  $\{g_n\}$ . ყოველთვის კრებადია თუ არა და რა არის შესაბამისად : ა.)  $\{f_n + g_n\}$ ; ბ.)  $\{f_n - g_n\}$ ; გ.)  $\{f_n \cdot g_n\}$ ; დ.)  $\{f_n \div g_n\}$ ; მიმდევრობის ზღვარი.

- რას ნიშნავს გამოთქმა: “ $y = f(x)$  ფუნქციის ზღვარი  $x = x_0$  წერტილში არის რიცხვი  $A$ ?”
- გამოთვალეთ ზღვარი:

ა.)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x + 5}$ ; ბ.)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$ ; გ.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 25}{x + 5}$ ; დ.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 5}{x^2 - 25}$ ; ე.)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x + 5}{x^2 - 25}$

8. რას ნიშნავს წინადადება: “ $A$  არის  $y = f(x)$  ფუნქციის ზედა (ქვედა) ზღვარი  $x = x_0$  წერტილში” ?

9. რას ნიშნავს წინადადება: “ფუნქცია  $y = f(x)$  უწყვეტია წერტილში  $x = x_0$  ” ?

10. უწყვეტია თუ არა : ა.) ფუნქცია  $f(x) = \frac{\sin 2x}{5 \cos x}$  წერტილებში  $x = \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{\pi}{4}$ ? ბ.) ფუნქცია

$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x + 1}$  წერტილებში  $x = 2, -1, 0$ ? გ.) ფუნქცია  $f(x) = \frac{x - 1}{3x^2 - 5}$  წერტილებში  $x = 1, \sqrt{\frac{5}{3}}, 0$ ?

დ.) ფუნქცია  $f(x) = \frac{x^2 - 25}{x + 5}$  წერტილებში  $x = -5, 5, 0, 1$ ?

### წარმოებული

1. რას ნიშნავს წინადადება: “ $y=f(x)$  ფუნქციის წარმოებული წერტილში  $x=x_0$  არის რიცხვი  $A$ ” ?
2. წარმოებულის ცნებას მიეცით გეომეტრიული ინტერპრეტაცია;
3. წარმოებულის ცნებას მიეცით ფიზიკური ინტერპრეტაცია;
4. იპოვეთ შემდეგი ფუნქციების წარმოებულები: ა.)  $f(x)=7x^3$ ; ბ.)  $f(x)=3e^x$ ; გ.)  $f(x)=\cos x$ ; დ.)  $f(x)=7^x$ ; ე.)  $f(x)=2x^2+7x$ ; ვ.)  $f(x)=3x-5$ ; ზ.)  $f(x)=x^{-1}$ ; ლ.)  $f(x)=x^\alpha$ ;
5. მოცემულია: ა.) ფუნქცია  $f(x)=x^3+2x^2-1$  ბ.) ფუნქცია  $f(x)=x^4+2x^3-1$  გამოთვალეთ  $f(1)$  და  $f'(1)$  ( $f(0)$  და  $f'(0)$ ).
6. იპოვეთ ა.)  $f(x)=2x^2e^x$ ; ბ.)  $f(x)=3xe^x$ ; გ.)  $f(x)=\frac{x+2}{x-2}$ ; დ.)  $f(x)=\frac{x^2}{x+1}$ ;
- ე.)  $f(x)=7x\cos x$ ; ვ.)  $f(x)=\frac{\sin x}{x+5}$ ; ზ.)  $f(x)=\operatorname{tg} x \equiv \frac{\sin x}{\cos x}$ ; ფუნქციის წარმოებული;
7. იპოვეთ ა.)  $f(x)=(x+1)^2$ ; ბ.)  $f(x)=e^{7x+1}$ ; გ.)  $f(x)=\sqrt{6x+2}$ ; დ.)  $f(x)=\sin 2x^2$ ; ე.)  $f(x)=\sin(\cos x)$ ; ფუნქციის წარმოებული;
8. შეადგინეთ  $y=4x^2+4x-3$  ( $y=4x^2-3$ ) წირის მხები წრფის განტოლება წერტილში, რომლის აბსცისა  $x=-1$  ( $x=1, 0, 2$ ).

### ინტეგრება

1. რას ეწოდება განსაზღვრული ინტეგრალი  $\int_a^b f(x)dx$  ?
2. როგორია განსაზღვრული ინტეგრალის გეომეტრიული ინტერპრეტაცია?
3. გამოთვალეთ ინტეგრალები: ა.)  $\int_5^5 xdx$ ; ბ.)  $\int_0^5 xdx$ ; გ.)  $\int_3^5 xdx$ ; დ.)  $\int_{-5}^5 x^2 dx$ ;
- ე.)  $\int_{-5}^5 (x^2+5x)dx$ ; ვ.)  $\int_0^\pi \cos x dx$ ; ზ.)  $\int_0^\pi \sin x dx$ ; თ.)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ ; ი.)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ ; კ.)  $\int_0^1 e^x dx$ ;
4. რას ეწოდება განუსაზღვრული ინტეგრალი  $\int f(x)dx$  ?
5. დაწერეთ ნიუტონ-ლეიბნიცის ფორმულა.